

ФІЗИКА ТВЕРДОГО ТІЛА, ЗБАГАЧЕННЯ КОРИСНИХ КОПАЛИН

УДК 622.276 1/7

**В.С. Бойко, д-р техн. наук, проф.,
В.Д. Середюк**

Івано-Франківський національний технічний університет
нафти і газу, м. Івано-Франківськ, Україна, e-mail:
Boyko_VS@ukr.net, sereduk-nung@rambler.ru

ДОСЛІДЖЕННЯ НЕУСТАЛЕНИХ ПРОЦЕСІВ ПОШИРЕННЯ КОНДУКТИВНОГО ТЕПЛООВОГО ПОТОКУ В ОДНОРІДНИХ І АНІЗОТРОПНИХ ЗА ТЕПЛОПРОВІДНІСТЮ ПОРОДАХ НАДР

**V.S. Boiko, Dr. Sci. (Tech.), Prof.,
V.D. Serediuk**

Ivano-Frankivsk National Technical University of Oil and
Gas, Ivano-Frankivsk, Ukraine, e-mail: Boyko_VS@ukr.net,
sereduk-nung@rambler.ru

RESEARCH OF NON-STEADY PROCESSES OF CONDUCTIVE HEAT FLOW DISTRIBUTION IN UNIFORM AND HEAT CONDUCTIVELY ANISOTROPIC ROCKS

Мета. Теоретичне дослідження процесів поширення теплового потоку в гірських породах.

Методика. Досліджені методи термодинаміки нафтового пласта, підземної гідрогазомеханіки та ізотропуючої деформації простору.

Результати. Описана методика теплових способів дії на пласт у залежності від мети та місця дії. Дані способи розділені на три групи: а) дії на призабійну зону пласта; б) на пласт у цілому; в) у стволі свердловини. Вирішені завдання оцінки відстані поширення теплового фронту в часі, кількості необхідної теплоти для цього, зокрема: поширення теплового фронту у вертикальному напрямку (аналогічно завданню з визначення втрат теплоти через покрівлю та підшву пласта); те ж з урахуванням природного теплового потоку з надр Землі; плоско-радіального кондуктивного нагріву; сферично-радіального кондуктивного нагріву анізотропних гірських порід.

Наукова новизна. Уперше досліджене питання кондуктивного нагріву однорідних і анізотропно-неоднорідних гірських порід з виділенням вертикальних, плоско-радіальних і сферично-радіальних потоків (останній об'єднує перші два) з урахуванням природного теплового потоку з надр Землі.

Практична значимість. Вживання методу кондуктивного нагріву неоднорідних гірських порід при проектуванні дії на призабійні зони пласта та свердловини, що продукують парафіністи нафти, дозволить підвищити їх поточні дебіти.

Ключові слова: кондуктивна тепла обробка свердловин, урахування природного теплового потоку з надр, сферично-радіальний тепловий потік

Вступ. Підвищення продуктивності нафтових свердловин уможливило, у певній мірі, вирішення поточної проблеми збільшення видобутку власної нафти в Україні й ефективної розробки малоефективних і малорозмірних родовищ, тенденція відкриття яких переконливо сформувалася в останні роки [1]. Це одна з найактуальніших проблем у вітчизняній нафтовидобувній промисловості та у світі загалом [1, 2]. Важливим напрямом її розв'язання є способи теплового діяння на привибійну зону пласта та на нафтовий поклад у цілому [3].

Аналіз сучасних досліджень і публікацій. Видобування нафти з ряду родовищ Передкарпаття, Дніпровсько-Донецької западини і Причорноморсько-Кримсь-

кого регіону супроводжується випаданням твердого парафіну з нафти, кольматацією ним фільтраційних каналів привибійної зони та зменшенням поточних дебітів свердловин [3]. Це зумовлює потребу теплового діяння на привибійну зону й поклад [3, 4]. Теплові способи діяння на пласт, залежно від мети й місця діяння, ділять на три групи: 1) привибійну зону пласта (шляхом застосування гирлових і глибинних нагрівальних пристроїв, комбінованого теплового оброблення з ін. способами інтенсифікації); 2) пласт у цілому (із нагнітанням у пласт теплоносіїв та з використанням підземних джерел енергії та палива, зокрема, за способом внутрішньо-пластового спалювання частини нафти); 3) у стовбурі свердловини. Аналіз теоретичних і експериментальних досліджень, зіставлення результатів цих досліджень дано в роботі Л.І. Рубінштейна, де розглянуті рі-

зні способи теплового діяння. Диференціальне рівняння енергії пластової системи записано у вигляді

$$c_n \frac{\partial T}{\partial t} = c \operatorname{div}(\vec{v}T) + \lambda \nabla^2 T, \quad (1)$$

де c_n , c – питомі об’ємні теплоємності відповідно до рідини та насиченого пористого середовища; T – температура; t – час; \vec{v} – швидкість фільтрації; λ – коефіцієнт теплопровідності насиченого пористого середовища.

Виділення невіршених раніше частин загальної проблеми. Невіршеними залишились питання поширення теплового поля у вертикальному напрямку, у т. ч. з урахуванням природного теплового потоку з надр, та сферично-радіальне кондуктивне нагрівання анізотропних порід.

Формулювання мети роботи. Метою роботи є дослідження вертикальних і сферично-радіальних теплових потоків у гірських породах.

Висвітлення основного матеріалу. Розглянемо поширення теплового фронту у вертикальному напрямку. Ця задача є аналогічною задачі визначення втрат теплоти через покрівлю та підшову пласта [5].

Якщо у пласті є підвищена (чи понижена) температура порівняно з геотермічною температурою, то виникає потік теплоти через покрівлю й підшову цього пласта, а також уздовж нього. Для визначення густини потоку задачу спрощують. Найчастіше припускають, що потік теплоти рухається тільки в напрямку, перпендикулярному до напластування.

Оскільки конвективний потік відсутній (швидкість фільтрації $\vec{v} = 0$), з рівняння енергії (1), за питомої теплоємності $c_n = \text{const}$, дістаємо диференціальне рівняння теплопровідності

$$c_n \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \quad (2)$$

або, перетворюючи та перепозначаючи величини,

$$\frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = \frac{1}{a_\tau} \frac{\partial T}{\partial t}, \quad (3)$$

де z – вертикальна просторова координата, $a_\tau = \frac{\lambda_0}{c_0}$ – коефіцієнт температуропровідності навколишніх гірських порід; λ_0 , c_0 – коефіцієнт теплопровідності та питома об’ємна теплоємність навколишніх порід, причому $c_0 = c_n$.

Рівняння (3) за формою запису збігається з відповідним диференціальним рівнянням пружного режиму фільтрації (диференціальним рівнянням п’езопровідності) стосовно до прямолінійно-паралельного потоку [5]. Для його розв’язання можна задавати різні початкові та граничні умови. Візьмемо для прикладу такі умови.

Нехай у початковий момент часу температура навколишніх гірських порід є постійною й дорівнює температурі T_0 , а на межі з продуктивним пластом (за $z = 0$) температура також постійна та дорівнює $T_{\text{пл}}$, причому $T_{\text{пл}} > T_0$, тобто

$$\begin{aligned} T(z, 0) &= T_0 = \text{const}; \\ T(0, t) &= T_{\text{пл}} = \text{const}. \end{aligned} \quad (4)$$

У такій постановці розв’язок цієї задачі отримав Чекулюк Е.Б., але тільки для зміни тиску при пружному

режимі фільтрації, відповідно, його записуємо так (тиски формально замінено температурою, а коефіцієнт п’езопровідності – коефіцієнтом теплопровідності)

$$\frac{T - T_0}{T_{\text{пл}} - T_0} = \operatorname{erfc}\left(\frac{z}{2\sqrt{a_\tau t}}\right), \quad (5)$$

де додаткова функція похибок

$$\operatorname{erfc} u = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_u^\infty e^{-u^2} du = 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^u e^{-u^2} du; \quad u = \frac{z}{2\sqrt{a_\tau t}}.$$

Диференціюючи рівняння (5) і підставляючи знайдений градієнт температури $\frac{\partial T}{\partial z}$ у закон теплопровідності Фур’є, одержуємо вираз для густини вертикального потоку теплоти q на одиницю площі покрівлі чи підшови пласта ($z = 0$)

$$q_\tau = -\lambda_0 \left. \frac{\partial T}{\partial z} \right|_{z=0} = \lambda_0 \frac{T_{\text{пл}} - T_0}{\sqrt{\pi a_\tau t}}. \quad (6)$$

Розподіл температури у вищезалеглих гірських породах і втрату теплоти через покрівлю пласта за формулами (5, 6) показано на рис.1, 2. Звідси робимо висновок, що через 24 години нагрівання кондуктивне поширення теплоти заледве сягає 0,8 м.

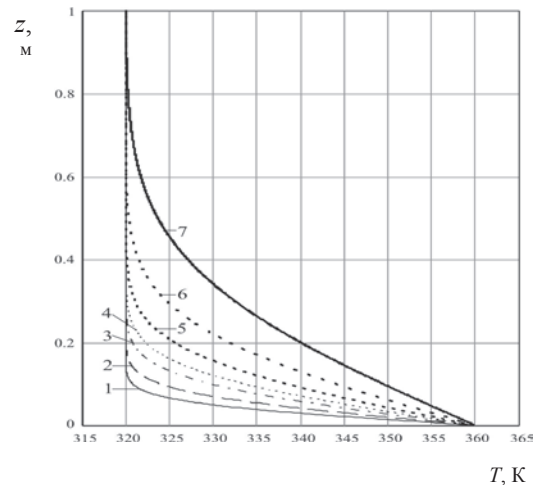


Рис. 1. Розподіл температури T уздовж вертикальної координати z у вищезалеглих гірських породах з початковою температурою $T_0 = 320$ К, коли в продуктивному пласті підтримується підвищена постійна температура $T_{\text{пл}} = 360$ К (коефіцієнт температуропровідності $a_m = 0,51 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$) у різні моменти часу (години): 1 – 0,5; 2 – 1; 3 – 2; 4 – 3; 5 – 5; 6 – 10; 7 – 24

Якщо умови взяти дещо складнішими, тобто

$$\begin{aligned} T(z, 0) &= T_0 = \text{const}; \\ T(0, t) &= T_{\text{пл}}(t) \neq \text{const}, \end{aligned} \quad (7)$$

то розв’язок (3) можна дістати, наприклад, за допомогою перетворення Лапласа.

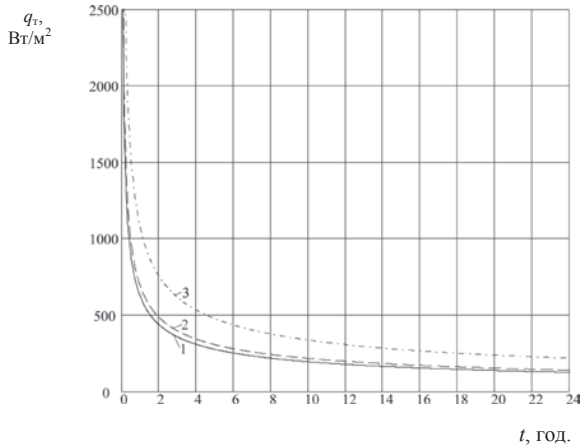


Рис. 2. Втрата теплоти через покрівлю пласта за різних коефіцієнтів теплопровідності λ_0 (γ Вт/(м·К)): 1 – 1,17; 2 – 1,3; 3 – 2,02; причому $\alpha_m = \lambda_0/\rho_n$, де густина гірських порід $\rho_n = 2300$ кг/м³ (решту даних див. рис. 1)

Розглядаємо поширення теплового фронту у вертикальному напрямку з урахуванням природного теплового потоку. Температура надр Землі змінюється з глибиною z відповідно до геотерми, тобто має місце природний тепловий потік із надр Землі до її поверхні. Цей тепловий потік охарактеризуємо природним геотермічним (геостатичним) градієнтом температури. Здійснимо, з урахуванням геотермічного градієнта температури, оцінку величини відстані поширення теплового фронту вздовж вертикальної осі від джерела нагрівання. Таке дослідження виконане вперше нами. У такому разі теплопровідний потік описується диференціальним рівнянням теплопровідності, що видно з рівняння енергії (1) [6]

$$c_n \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda_z \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \quad (8)$$

або

$$\frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = \frac{1}{a_T} \frac{\partial T}{\partial t}, \quad (9)$$

де a_T – коефіцієнт температуропровідності гірських порід, $a_T = \lambda_z/c_n$. Джерело нагрівання тут розглядається як нескінченна горизонтальна площина, тепловий фронт від якої поширюється тільки вздовж вертикалі вгору і вниз.

Диференціальне рівняння теплопровідності розв'яжемо за таких крайових умов

$$\begin{aligned} T(0, t) &= T_0 = \text{const} \quad \text{за } z = 0, t > 0; \\ T(z, 0) &= T_{\text{пл}} + \Gamma_T z \quad \text{за } z > 0, t = 0, \end{aligned} \quad (10)$$

де T_0 – температура порід, що підтримується нагрівачем; $T_{\text{пл}}$ – початкова пластова (геотермічна, геостатична) температура (за $t = 0$) в точці розміщення нагрівача (за $z = 0$), причому $T_0 > T_{\text{пл}}$; Γ_T – геотермічний градієнт; z – координата вздовж вертикальної осі, що направлена до центра Землі.

Загальний розв'язок такого рівняння відомий стосовно пружного режиму фільтрації рідини та записується так [5]

$$T(z, t) = c_1 \int e^{-\xi^2} d\xi + c_2, \quad (11)$$

де $\xi = \frac{z}{\sqrt{4a_T t}}$; c_1, c_2 – постійні інтегрування; t – час, причому $\xi = 0$ за $z = 0$ і $\xi = \infty$ за $t = 0$.

Спочатку для розв'язання запишемо другу крайову (початкову) умову щодо $\xi = \infty$ (або $t = 0$)

$$T(z, 0) = T_{\text{пл}} + \Gamma_T z = c_1 \left(\int_{\xi=\infty} e^{-\xi^2} d\xi \right) + c_2. \quad (12)$$

Віднімаючи (11) із (12), отримуємо

$$\begin{aligned} T_{\text{пл}} + \Gamma_T z - T(z, t) &= \left[c_1 \left(\int_{\xi=\infty} e^{-\xi^2} d\xi \right) + c_2 \right] - \left[c_1 \int e^{-\xi^2} d\xi + c_2 \right] = \\ &= c_1 \int_{\xi}^{\infty} e^{-\xi^2} d\xi = c_1 \left(\frac{\sqrt{\pi}}{2} - \int_0^{\xi} e^{-\xi^2} d\xi \right) = c_1 \left(1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\xi} e^{-\xi^2} d\xi \right) = c_1' (1 - \text{erfc } \xi), \end{aligned} \quad (13)$$

де $\frac{\sqrt{\pi}}{2} = \int_0^{\infty} e^{-\xi^2} d\xi$ – інтеграл Пуассона; $c_1' = c_1 \frac{\sqrt{\pi}}{2}$;

$\text{erfc } \xi = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\xi} e^{-\xi^2} d\xi$ – інтеграл або функція ймовірностей (змінюється від 0 за $\xi=0$ до 1 за $\xi=\infty$).

Постійну c_1' знаходимо з першої крайової (граничної) умови щодо $\xi = 0$ (або $z = 0$), що з урахуванням (13) набуває вигляду

$$T_{\text{пл}} - T_0 = c_1' (1 - \text{erfc } 0) = c_1' (1 - 0) = c_1'. \quad (14)$$

Тоді кінцево отримуємо розподіл температури вздовж вертикалі (до центра Землі) на різні моменти часу у вигляді

$$T(z, t) = T_{\text{пл}} + \Gamma_T z + (T_0 - T_{\text{пл}}) \left(1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\xi} e^{-\xi^2} d\xi \right). \quad (15)$$

Якщо вертикальну вісь спрямуємо вгору від джерела нагрівання (до поверхні Землі), то аналогічно отримаємо розподіл температури

$$T(z, t) = T_{\text{пл}} - \Gamma_T z + (T_0 - T_{\text{пл}}) \left(1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\xi} e^{-\xi^2} d\xi \right). \quad (16)$$

За отриманими формулами виконуємо розрахунки, причому беремо такі вхідні дані: $a_T = 1,5 \cdot 10^{-6}$ м²/с; $\Gamma_T = 0,023$ К/м; $T_{\text{пл}} = 315,13$ К; $T_0 = 333,13$ К. Розподіли температури подано на рис.3 від джерела нагрівання ($z = 1500$ м) відповідно до поверхні Землі ($0 \leq z \leq 2000$ м) за формулою (16) на різні моменти часу t і глиб надр Землі від джерела нагрівання ($z = 1500$ м) – за формулою (15).

Аналіз показує, що вплив природного теплового потоку за прийнятих умов на температурні поля є незначним. Це пояснюється тим, що через 50 діб нагрівання

тепловий фронт поширюється вверх і вниз усього на 8–10 м, а на такому інтервалі глибини геотермічна температура змінюється незначно (близько 0,4К). Цього й слід було очікувати, так як при геотермічному градієнті $\Gamma_T = 0,023 \text{ K/m}$ на відстані 10м температура змінюється всього на 0,23 К.

Формули розподілу температури з урахуванням природного теплового потоку відрізняються від формули розподілу температури без його врахування (див. вище) тільки наявністю доданка $\pm \Gamma_T z$.

Густина вертикального потоку теплоти q на одиницю площі покрівлі чи підшови пласта-нагрівача ($z = 0$)

$$q_T = -\lambda_0 \left. \frac{\partial T}{\partial z} \right|_{z=0} = \lambda_0 \left[\pm \Gamma_T + \frac{T_0 - T_{пл}}{\sqrt{\pi a_T t}} \right], \quad (17)$$

тобто, через підшову пласта тепловтрати є дещо меншими.

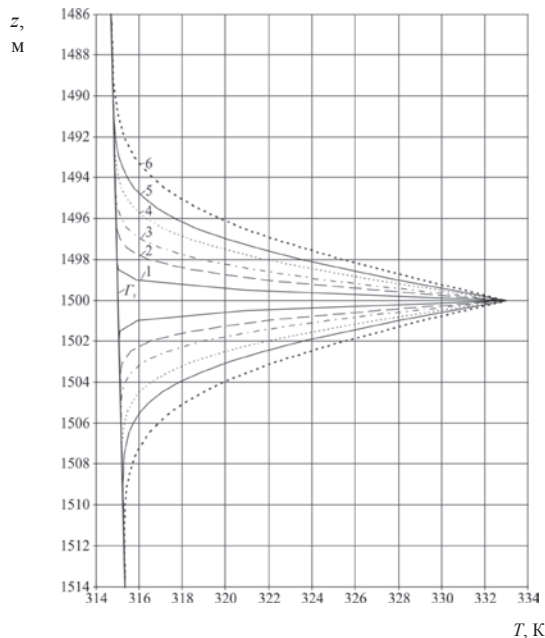


Рис. 3. Розподіл температури вздовж вертикалі вверх (верхня частина рисунка) і вниз (нижня частина) від нагрівача, що розміщений на глибині 1500 м, з урахуванням природного теплового потоку (геотерма Γ_m) у різні моменти часу (доба): 1 – 1; 2 – 5; 3 – 10; 4 – 20; 5 – 30; 6 – 50

Розглядаємо плоско-радіальне кондуктивне нагрівання теплопровідного пласта. Як відомо, диференціальне рівняння теплопровідності за формою запису збігається з диференціальним рівнянням п'єзопровідності [5], тобто з диференціальним рівнянням пружного режиму фільтрації, з відповідним перепозначенням температури на тиск і коефіцієнта температуропровідності на коефіцієнт п'єзопровідності. В основі цього лежить широка фізична аналогія – подібність явищ і процесів різної фізичної природи, зокрема, аналогія між полями фільтрації рідини й температурним полем.

Формула дебіту свердловини за умови депресії тиску $\Delta p_0 = const$ записується так

$$Q(r_c, t) = \frac{2\pi kh \Delta p_0}{\mu \ln \frac{r_c + \sqrt{\pi k t}}{r_c}}, \quad (18)$$

де $Q(r_c, t)$ – дебіт свердловини з радіусом r_c в часі t ; k, h – коефіцієнт проникності й товщина пласта; μ – динамічний коефіцієнт в'язкості рідин; κ – коефіцієнт п'єзопровідності пласта.

У випадку заданого постійного дебіту свердловини $Q_0 = const$ розподіл тиску у плоско-радіальному пласті $p(r, t)$ описується основною формулою пружного режиму фільтрації

$$p(r, t) = p_c - \frac{Q_0 \mu}{4\pi kh} E_i \left(-\frac{r^2}{4\kappa t} \right), \quad (19)$$

де $E_i \left(-\frac{r^2}{4\kappa t} \right)$ – інтегральна показникова функція; r – біжучий радіус.

Використаємо ці формули для розрахунку температурного поля, здійснивши в них заміну на основі зіставлення законів Фур'є й Дарсі. Тоді записуємо, відповідно

$$Q(r, t) = \frac{2\pi \lambda \Delta T_0}{\ln \frac{r_c + \sqrt{\pi a_t t}}{r_c}} \exp \left[-\frac{\frac{\pi}{2} \ln \frac{r}{r_c}}{\ln \frac{r_c + \sqrt{\pi a_t t}}{r_c}} \right]; \quad (20)$$

$$T(r, t) = T_n + \frac{Q_0}{4\pi \lambda} E_i \left(-\frac{r^2}{4a_t t} \right), \quad (21)$$

де λ – коефіцієнт теплопровідності середовища; $\Delta T_0 = T_c - T_0$ – створений на пласт перепад температур; $Q(r, t)$ – кількість теплоти, що поширюється у пласті; Q_0 – потужність теплонагрівача.

За цими формулами виконали розрахунки, де взято: $T_n = 325,13 \text{ K}$; $\Delta T_0 = T_0 - T_n = 50 \text{ K}$; $a_t = 0,51 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$; $\lambda = 2,02 \text{ Вт/(м}\cdot\text{К)}$; $Q_0 = 800 \text{ Вт/м}$.

На рис.4,5 видно, що плоско-радіальне кондуктивне нагрівання теплоізолизованого пласта є малоефективним, так як тільки протягом тривалої роботи нагрівача на вибої свердловини вдається прогріти пласт на прийнятну відстань.

Розглядаємо сферично-радіальне теплопровідне нагрівання анізотропного пласта, тобто задачу нагрівання пласта тільки теплопровідним шляхом без запомповування рідини, наприклад, із застосуванням термоелектронагрівача. У такому випадку швидкість $\vec{v} = 0$ і диференціальне рівняння теплопровідності набуває вигляду

$$c_n \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda_x \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \lambda_y \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \lambda_z \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}, \quad (22)$$

де $\lambda_x, \lambda_y, \lambda_z$ – коефіцієнти теплопровідності вздовж декартових координат x, y, z . Основним методом розв'язання таких задач для анізотропних середовищ є метод ізотропізуючої деформації простору.

Здійснимо ізотропізуючу деформацію простору за формулами

$$x_1 = \frac{c_{13}x}{\sqrt{\lambda_x}}; y_1 = \frac{c_{13}y}{\sqrt{\lambda_y}}; z_1 = \frac{c_{13}z}{\sqrt{\lambda_z}}, \quad (23)$$

де c_{13} – деяка постійна; x_1, y_1, z_1 – координати ізотропного середовища.

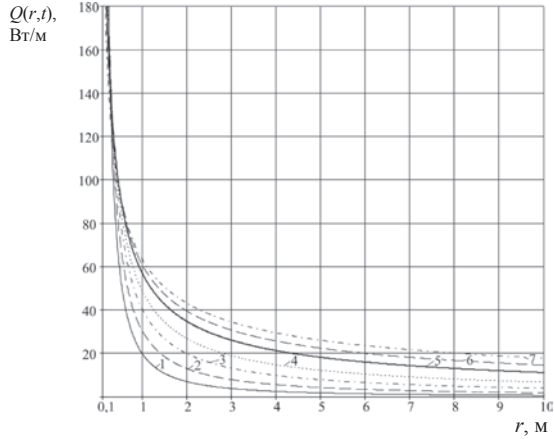


Рис. 4. Розподіл кількості теплоти $Q(r,t)$, що проходить через поверхню стовбура свердловини радіусом $r_c = 0,1$ м вздовж радіуса r у плоско-радіально-му пласті, коли $T_n = 325,13$ К, $\Delta T_0 = T_0 - T_n = 50$ К, $\alpha_m = 0,51 \cdot 10^{-6}$ м²/с, $\lambda = 2,02$ Вт/(м·К), у різні моменти часу t (доба): 1 – 0,25; 2 – 0,5; 3 – 1; 4 – 2; 5 – 5; 6 – 10; 7 – 20

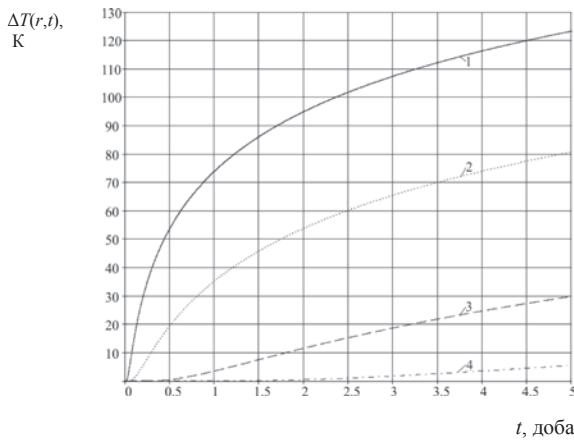


Рис. 5. Зміна перепаду температури $\Delta T(r,t) = T(r,t) - T_n$ на відстані r від свердловини із радіусом $r_c = 0,1$ м у нескінченному плоско-радіальному середовищі гірських порід для умов $\lambda = 2,02$ Вт/(м·К), $\alpha_m = 0,51 \cdot 10^{-6}$ м²/с, у різні моменти часу t , $Q_0 = 800$ Вт/м, для r : 1 – 0,1 м; 2 – 0,2 м; 3 – 0,5 м; 4 – 1 м

Звідси видно, що постійна c_{13} може бути вибрана довільно, якщо розв'язок містить тільки відношення лінійних величин. Беремо $c_{13} = \sqrt[6]{\lambda_x \lambda_y \lambda_z}$.

Визначимо коефіцієнт теплопровідності деформованого ізотропного середовища. Для цього розглянемо витрату теплоти за законом Фур'є в анізотропному та ізотропному середовищах.

Величина витрати теплоти після здійснення ізотропізуючої деформації простору повинна залишатися такою ж, як і до цього, тобто $\bar{q}_{ан} = \bar{q}_{і3}$. Тоді маємо

$$\lambda_z \frac{\partial T}{\partial z} dx dy = \lambda \frac{\partial T}{\partial z_1} dx_1 dy_1, \quad (24)$$

а здійснюючи перехід до початкових координат, одержуємо

$$\lambda = \sqrt[3]{\lambda_x \lambda_y \lambda_z}, \quad (25)$$

тобто коефіцієнт теплопровідності ізотропного середовища дорівнює середньгеометричній величині значень коефіцієнтів теплопровідності вздовж осей Ox, Oy, Oz .

Джерело нагрівання – термоелектронагрівач – є циліндром, для якого задаємо довжину (висоту) L_n і діаметр d_n . Аналогічно, як і у фільтраційних задачах, замінюємо такий циліндр еліпсоїдом з осями $2a, 2b, 2c$. Велику піввісь еліпсоїда беремо рівною $a = L_n/2$, а малі піввісі $b = c$; їх визначаємо з умови рівності об'ємів циліндра та еліпсоїда, звідки

$$b = c = \frac{d_n \sqrt{6}}{4}. \quad (26)$$

Відтак еліпсоїд замінюємо сферою радіусом r_{01} із умови рівності об'ємів, звідки

$$r_{01} = \sqrt[3]{\frac{3}{16} L_n d_n^2}. \quad (27)$$

Контур сфери в допоміжному ізотропному середовищі перетвориться в еліпсоїд з півосями

$$a' = \frac{c_{13} r_{01}}{\sqrt{\lambda_z}}; b' = \frac{c_{13} r_{01}}{\sqrt{\lambda_y}}; c' = \frac{c_{13} r_{01}}{\sqrt{\lambda_x}}. \quad (28)$$

Такий еліпсоїд замінюємо еквівалентною сферою із умови рівності об'ємів

$$\frac{4}{3} \pi r_0^3 = \frac{4}{3} \pi \frac{r_{01}}{\sqrt{\lambda_x}} \frac{r_{01}}{\sqrt{\lambda_y}} \frac{r_{01}}{\sqrt{\lambda_z}} c_{13}^3 \quad (29)$$

або

$$r_0 = \sqrt[3]{\frac{c_{13}^3 r_{01}^3}{\sqrt{\lambda_x \lambda_y \lambda_z}}} = \frac{c_{13} r_{01}}{\sqrt[3]{\lambda_x \lambda_y \lambda_z}} = \frac{c_{13} r_{01}}{\sqrt[3]{\lambda}}. \quad (30)$$

В анізотропному пласті виділимо концентричну сферу радіусом $R_{к1}$. Ця сфера, як ізотерма, повинна бути еліпсоїдом. Абсолютні величини півосей цього еліпсоїда визначаємо із співвідношень

$$R_{к1} = \sqrt[3]{a_k b_k c_k}; \frac{a_k}{b_k} = \frac{\sqrt{\lambda_z}}{\sqrt{\lambda_y}}; \frac{b_k}{c_k} = \frac{\sqrt{\lambda_y}}{\sqrt{\lambda_x}}, \quad (31)$$

звідки знаходимо півосі

$$a_k = R_{к1} \sqrt[3]{\frac{\lambda_z}{\lambda_x \lambda_y}}; b_k = R_{к1} \sqrt[3]{\frac{\lambda_y}{\lambda_x \lambda_z}}; c_k = R_{к1} \sqrt[3]{\frac{\lambda_x}{\lambda_y \lambda_z}}. \quad (32)$$

Застосовуємо ізотропізуюче перетворення простору та знаходимо величину еквівалентного радіуса сфери R_k , тобто

$$a'_k = \frac{c_{i3} a_k}{\sqrt{\lambda_z}} = \frac{c_{i3} R_{k1}}{\sqrt{\lambda_x \lambda_y \lambda_z}}; b'_k = \frac{c_{i3} b_k}{\sqrt{\lambda_y}} = \frac{c_{i3} R_{k1}}{\sqrt{\lambda_x \lambda_y \lambda_z}}; \quad (33)$$

$$c'_k = \frac{c_{i3} c_k}{\sqrt{\lambda_x}} = \frac{c_{i3} R_{k1}}{\sqrt{\lambda_x \lambda_y \lambda_z}}; R_k = \frac{c_{i3} R_{k1}}{\sqrt{\lambda_x \lambda_y \lambda_z}}.$$

Таким чином, ми прийшли до задачі поширення теплопровідного потоку від сфери радіусом r_0 у просторовому ізотропному середовищі з коефіцієнтом теплопровідності λ , а радіус зони теплового збурення становить R_k .

Нехай джерело введення теплоти є сферою з радіусом r_0 , тобто розглядаємо просторовий сферично-радіальний теплопровідний потік. Такий потік має сферичну симетрію з радіус-вектором

$$r = \sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2}, \quad (34)$$

а тоді треба розв'язати рівняння

$$\frac{c_n}{\lambda} \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial^2 T}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y_1^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z_1^2}. \quad (35)$$

Виражаємо $\frac{\partial^2 T}{\partial x_1^2}$, $\frac{\partial^2 T}{\partial y_1^2}$ і $\frac{\partial^2 T}{\partial z_1^2}$ через r , тоді отримуємо

мо диференціальне рівняння теплопровідності у сферичних координатах для сферично-радіального потоку

$$\frac{c_n}{\lambda} \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial T}{\partial r}. \quad (36)$$

Слідом за Е.Б. Чекалюком перетворюємо рівняння (36) за допомогою підстановки

$$\Pi = rT, \quad (37)$$

а тоді отримуємо

$$\frac{1}{a_r} \frac{\partial \Pi}{\partial t} = \frac{\partial^2 \Pi}{\partial r^2}, \quad (38)$$

де a_r – коефіцієнт температуропровідності, $a_r = \lambda / c_n$.

Отримане диференціальне рівняння описує сферично-радіальний теплопровідний потік в однорідному ізотропному середовищі гірських порід. Для конкретного розв'язку задачі слід задати граничні й початкові умови.

Відомо, що температура надр Землі зростає з глибиною, тобто вздовж осі OZ_1 . У горизонтальній площині температура всюди є однаковою та дорівнює пластовій температурі.

Стосовно до таких температурних умов для теплопровідного потоку розв'язок нам не відомий. Якщо для часу $t = 0$ виділимо будь-яку сферу в такому середовищі, то температура на цій поверхні сфери буде різною.

Фльтраційні задачі щодо тиску у плоско-радіальному пласті з довільним розподілом його вздовж контуру живлення розглядалися М. Маскетом та І.А. Чарним. Тоді, на основі висновків М. Маскета та І.А. Чарного

щодо тисків на границях фільтраційного потоку, вводимо середню температуру на контурі

$$\bar{T} = \frac{1}{4\pi} \int_0^{4\pi} T(r, \theta, t) d\theta = \bar{T}(r, t), \quad (39)$$

де θ – тілесний кут.

Нехай розріжемо сферу горизонтальною площиною, якій належать осі OX і OY , то температура на вершині верхнього сферичного сегмента на стільки буде меншою, на скільки температура на вершині нижнього сегмента є більшою від температури на колах їх основ. А значить немає потреби визначати середню температуру, так як, очевидно, вона є рівною пластовій температурі $T_{пн}$ на глибині, тобто $\bar{T} = T_{пн}$.

Розглянемо розв'язки цього рівняння. Загальний розв'язок рівняння такого типу, коли функцію Π формально замінити на T , записано вище у вигляді (11). Розв'язок даного рівняння стосовно до просторового сферично-радіального припливу пружної рідини до кулеподібної (сферичної) свердловини за умов заданої депресії тиску отримав Е.Б. Чекалюк.

Нехай задано постійний перепад температур $\Delta T_0 = T_{пн} - T_c = \text{const}$, тобто $T_c = \text{const}$, де T_c – температура джерела нагрівання. Початкові та граничні умови щодо температури $T(r, t)$ мають вигляд

$$\begin{aligned} T(r, 0) &= T_{пн} \quad \text{за } r > 0, t = 0; \\ T(r_c, t) &= T_c \quad \text{за } r = r_c, t > 0; \\ T(\infty, t) &= T_{пн} \quad \text{за } r, R_n \rightarrow \infty, t > 0, \end{aligned} \quad (40)$$

де r_c – радіус сферичної свердловини; R_n – радіус зони поширення теплового фронту, де температура дорівнює $T_{пн}$, причому $T_0 > T_{пн}$, $\Delta T_0 = T_0 - T_{пн} = \text{const}$.

Розв'язок щодо тиску для таких умов дав Чекалюк Е.Б., а відтак, за аналогією з цим розв'язком, запишемо

$$T(r, t) = T_{пн} + (T_0 - T_{пн}) \frac{r_c}{r} \operatorname{erfc} \left(\frac{r - r_c}{\sqrt{4a_r t}} \right), \quad (41)$$

де $\operatorname{erfc} \xi = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_{\xi}^{\infty} e^{-\xi^2} d\xi$ – функція (або інтеграл) імовірностей.

Розподіл температури $T(r, t)$ за (41) показано на рис. 6.

Аналіз показує, що тепловий фронт поширюється на невелику відстань (3–4 м) протягом тривалого часу у випадку заданого перепаду температур через стінку свердловини, а на розширення фронту проходить щораз менше теплоти.

Диференціюючи температуру $T(r, t)$ за формулою (41) по радіусу r і підставляючи результат до формули закону Фур'є, знаходимо кількість теплоти, що проходить через поверхню кулі радіусом r за заданого перепаду температур

$$Q(r, t) = 4\pi r_c \lambda (T_0 - T_{пн}) \times \left\{ \operatorname{erfc} \left(\frac{r - r_c}{\sqrt{4a_r t}} \right) + \frac{r}{\sqrt{\pi a_r t}} \exp \left[-\frac{(r - r_c)^2}{4a_r t} \right] \right\}. \quad (42)$$

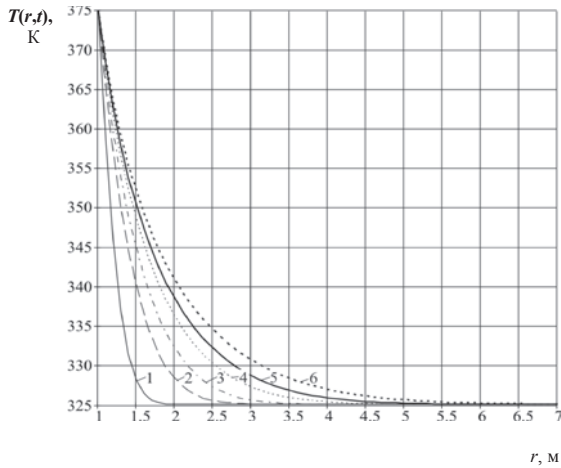


Рис. 6. Розподіл температури $\Delta T(r,t)$ вздовж радіуса r у сферично-радіальному пласті, коли $T_n = 325,13$ K, $\Delta T_0 = T_0 - T_n = 50$ K, $\alpha_m = 0,51 \cdot 10^{-6}$ м²/с, $r_0 = 1$ м, у різні моменти часу t (доба): 1 – 1; 2 – 5; 3 – 10; 4 – 20; 5 – 30; 6 – 50

Результати розрахунку кількості теплоти $Q(r,t)$ подані на рис. 7.

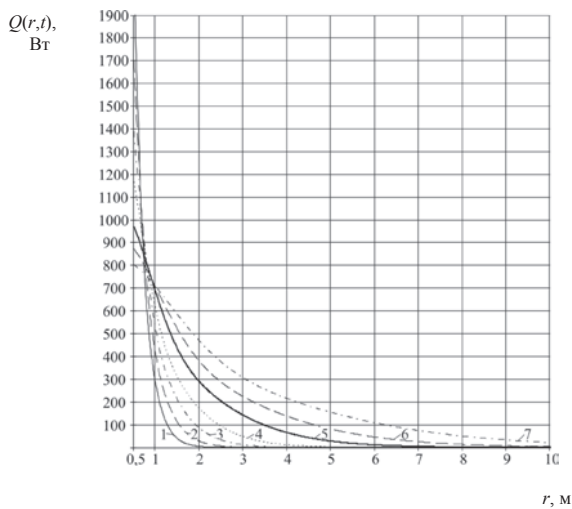


Рис. 7. Розподіл кількості теплоти $Q(r,t)$, яка проходить через поверхню „сферичного нагрівача“ радіусом $r_c = 0,5$ м уздовж радіуса r у сферично-радіальному середовищі, коли $T_n = 325,13$ K, $\Delta T_0 = T_0 - T_n = 50$ K, $\alpha_m = 0,51 \cdot 10^{-6}$ м²/с, $\lambda = 2,02$ Вт/(м·К), у різні моменти часу t (доба): 1 – 0,25; 2 – 0,5; 3 – 1; 4 – 2; 5 – 5; 6 – 10; 7 – 20

За $r = r_c$ дана формула описує кількість теплоти, що проходить через кулю-свердловину (від „сферичного нагрівача“) до нескінченного просторового середовища гірських порід

$$Q(r_c, t) = 4\pi r_c \lambda (T_0 - T_n) \left(1 + \sqrt{\frac{r_c^2}{\pi a_m t}} \right). \quad (43)$$

Результати розрахунку $Q(r_c, t)$ подана на рис. 8.

Задаємо у другому випадку постійний тепловий потік $Q_0 = \text{const}$. Початкові граничні умови щодо теплового потоку будуть такі

$$\begin{aligned} Q(r, 0) &= 0 && \text{за } r > 0, t = 0; \\ Q(r, t) &= Q_0 = \text{const} && \text{за } r = 0, t > 0; \\ Q(\infty, t) &= 0 && \text{за } r \rightarrow \infty, t > 0. \end{aligned} \quad (44)$$

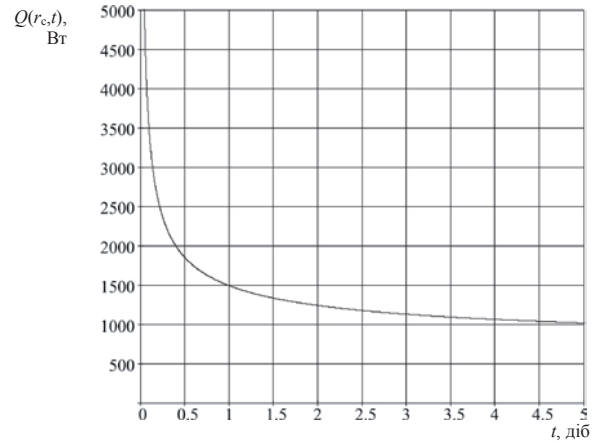


Рис. 8. Кількість теплоти $Q(r_c, t)$, що проходить через кулю-свердловину $r_c = 0,5$ м (від „сферичного нагрівача“) до нескінченного просторового середовища гірських порід за $\Delta T_0 = T_0 - T_n = 50$ K, $\alpha_m = 0,51 \cdot 10^{-6}$ м²/с, $\lambda = 2,02$ Вт/(м·К)

Зведемо диференціальне рівняння та умови до одних змінних.

Стосовно до сферично-радіального потоку пружної рідини за таких крайових умов, коли під функцією Q розуміється фільтраційний потік, на основі відомого взаємозв'язку функцій припливу та депресії Е.Б. Чекалюк дав розв'язок задачі для зміни депресії тиску на вибої свердловини. На основі цього розв'язку маємо для наших умов зміну температури на вибої сферичної свердловини („сферичного нагрівача“) при заданому тепловому потокові в нескінченному просторовому середовищі гірських порід

$$\Delta T(r_c, t) = T(r_c, t) - T_{\text{пл}} = (4\pi r_c \lambda)^{-1} Q_0 \left(1 - e^{-\frac{a_m t}{r_c^2}} \operatorname{erfc} \sqrt{\frac{a_m t}{r_c^2}} \right). \quad (45)$$

Результати розрахунку $\Delta T(r_c, t)$ подано на рис. 9.

Як бачимо, для помітного зростання температури на певній відстані потрібно тривалий час нагрівати пласт.

Висновки. Уперше досліджене питання кондуктивного нагрівання однорідних і анізотропно-неоднорідних гірських порід з виділенням вертикальних, плоско-радіальних і сферично-радіальних потоків, а останній об'єднує перші два. Уперше врахований природний тепловий потік з надр Землі. Кондуктивне нагрівання гірських порід через 24 години може забезпечити переміщення теплового фронту заледве на 0,8 м, тобто є мало-ефективним. Подальші дослідження слід зосередити на обґрунтуванні цієї технології, виходячи з уточненої схеми перенесення теплоти в гірських породах у початковий період теплового оброблення.

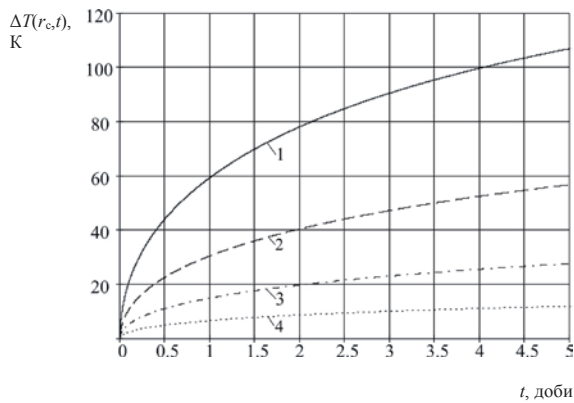


Рис. 9. Зміна температури $\Delta T(r_c, t)$ на відстані r від сферичної свердловини („сферичного нагрівача“) з радіусом $r_c = 0,5$ м в нескінченному просторовому середовищі гірських порід для умов $\lambda = 2,02$ Вт/(м·К), $\alpha_m = 0,51 \cdot 10^{-6}$ м²/с, у різні моменти часу t , $Q_0 = 1900$ Вт, для r : 1 – 0,5; 2 – 0,7; 3 – 0,1; 4 – 1,5 м

Список літератури / References

1. Обводнення газових і нафтових свердловин: у 3 т. / В.С. Бойко, Р.В. Бойко, Л.М. Кеба, О.В. Семінський – К.: „Міжнародна економічна фундація“, 2006. – Том I: Технологічні матеріали і способи ізоляції. – 792 с.
Boiko, V.S., Boiko, R.V., Keba, L.M. and Seminski, O.V. (2006), *Obvodnennia hazovykh i naftovykh sverdlovyn u 3-kh tomakh. Tom I. Tekhnolohichni materialy i sposoby izoliatsii* [Water Breakthrough in Gas and Oil Wells. Vol. 1. Process Materials and Isolation Techniques], “Mizhnarodna ekonomichna fundatsiia”, Kyiv, Ukraine. ISBN 966-96506-2-3.
2. Лисенко В.Д. Инновационная разработка нефтяных месторождений / Лисенко В.Д. – М.: ООО „Недра-Бизнесцентр“, 2000. – 516 с.
Lysenko, V.D. *Innovatsionnaya razrabotka neftyanykh mestorozhdeniy* [Innovative Oil Deposits Development], ООО “Nedra-Byznestsentr”, (2000), Moscow, Russia. ISBN 5-8365-0034-7.
3. Нові методи підвищення нафтовилучення пластів / [Оганов К.О., Дорошенко В.М., Єгер Д.О. та ін.] – К.: Наукова думка, 2005. – 352 с.
Ohanov, K.O., Doroshenko, V.M. Yeher, D.O., Zarubin, Iu.O. and Kovalko, M.P. (2005), *Novi metody pidvyshchennia nafto-vyluchennia plastiv* [New Methods of Oil Recovery], Naukova Dumka, Kyiv, Ukraine.
4. Новые принципы и технологии разработки месторождений нефти и газа / [Закиров С.Н., Индрупский И.М., Закиров Э.С. и др.] – Москва–Ижевск: Институт компьютерных исследований, НИЦ „Регулярная и хаотическая динамика“, 2009. – Ч. 2. – 484 с.
Zakyrov, S.N., Indrupskiy, I.M. and Zakirov, E.S. (2009), *Novye printsipy i tekhnologii razrabotki mestorozhdeniy nefiti i haza* [New Principles and Techniques of Oil and Gas Deposits Development], Instytut kompiuternykh issledovanyi, NYTs “Rehuliarnaia i khaotycheskaia dynamika”, Izhevsk, Moscow, Russia.
5. Подземная гидродинамика / К.С. Басниев, Н.М. Дмитриев, Р.Д. Каневская, В.М. Максимов – Москва–Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2005. – 496 с.
Basniev, K.S., Dmytriev, N.M., Kanevskaia, R.D. and Maksymov, V.M. (2005), *Podzemnaia hydrodynamyka* [Underground Hydrodynamics], Institut kompiuternykh issledovanyi, Izhevsk, Moscow, Russia.
6. Ramazanov, A.Sh. and Parshin, A.V. (2006), “Temperature distribution in oil- and water-saturated reservoir with account of oil degassing”, *Oil and Gas Business*, Issue 1, Available at: http://ogbus.ru/eng/authors/Ramazanov/Ramazanov_1e.pdf.

Цель. Теоретическое исследование процессов распространения теплового потока в горных породах.

Методика. Исследованы методы термодинамики нефтяного пласта, подземной гидрогазомеханики и изотропизирующей деформации пространства.

Результаты. Описана методика тепловых способов действия на пласт в зависимости от цели и места действия. Данные способы разделены на три группы: а) действия на призабойную зону пласта; б) на пласт в целом; в) в стволе скважины. Решены задачи оценки расстояния распространения теплового фронта во времени, количества необходимой теплоты для этого, в частности: распространение теплового фронта в вертикальном направлении (аналогично задаче по определению потерь теплоты через кровлю и подошву пласта); то же с учетом естественного теплового потока из недр Земли; плоско-радиального кондуктивного нагрева; сферически-радиального кондуктивного нагрева анизотропных горных пород.

Научная новизна. Впервые исследован вопрос кондуктивного нагрева однородных и анизотропно-неоднородных горных пород с выделением вертикальных, плоско-радиальных и сферически-радиальных потоков (последний объединяет первые два) с учетом естественного теплового потока из недр Земли.

Практическая значимость. Применение метода кондуктивного нагрева неоднородных горных пород при проектировании действия на призабойные зоны пласта и скважины, которые продуцируют парафинистые нефти, позволит повысить их текущие дебиты.

Ключевые слова: кондуктивная тепловая обработка скважин, учет естественного теплового потока из недр, сферически-радиальный тепловой поток

Purpose. The theoretical investigation of thermal flow expansion processes in rocks.

Methodology. The research employed the methods of producing formation thermodynamics, subsurface hydrogasmecanics and isotopic space deformation.

Findings. The article describes the thermal recovery methods application with respect to the aim and place of recovery. The mentioned above methods were divided into three groups: a) affecting the formation zone; b) affecting the formation as a whole; c) affecting the borehole. The problems of the estimation of thermal front expansion in time and quantity of heat required for it were solved. Namely: 1) thermal front expansion in vertical direction (by analogy with the problem of estimation of heat loss through the cover and surface of a stratum); 2) thermal front expansion with regard for natural thermal flow from the entrails of the

earth; 3) flat-radial conductive heating; 4) spherical-radial conductive heating of anisotropic rocks.

Originality. The problem of conductive heating of homogeneous and anisotropic-heterogeneous rocks with the specification of vertical, flat-radial and spherical-radial flows (the last one combines the first two) including the natural thermal flow from the entrails of the earth.

Practical value. The application of the heterogeneous rock conductive heating method during planning the influ-

ence on the formation bottom zone and the wells, which produce paraffinaceous oils, may allow increasing their productive rates.

Keywords: *conductive heat treatment of a well, considering natural heat flow from the bowels of the Earth, spherically radial heat flow*

Рекомендовано до публікації докт. техн. наук Я.Б. Тарком. Дата надходження рукопису 17.03.14.

УДК 621.01.62.50

M.P. Yaroshevich, Dr. Sci. (Tech.), Prof.,

I.P. Zabrodets,

T.S. Yaroshevich, Cand. Sci. (Tech.), Associate Prof.

Lutsk National Technical University, Lutsk, Ukraine, e-mail: m_yaroshevich@mail.ru

DYNAMICS OF VIBRATING MACHINES STARTING WITH UNBALANCED DRIVE IN CASE OF BEARING BODY FLAT VIBRATIONS

М.П. Ярошевич, д-р техн. наук, проф.,

І.П. Забронець,

Т.С. Ярошевич, канд. техн. наук, доц.

Луцький національний технічний університет, м. Луцьк, Україна, e-mail: m_yaroshevich@mail.ru

ДИНАМІКА ПУСКУ ВІБРАЦІЙНИХ МАШИН З ДЕБАЛАНСНИМ ПРИВОДОМ У ВИПАДКУ ПЛОСКИХ КОЛИВАНЬ НЕСУЧОГО ТІЛА

Purpose. Improvement of dynamic and power descriptions of the vibration machines with inertia vibration exciters.

Methodology. The vibration mechanics approaches and motions direct division method were used for analytical researches. The vibromachines running processes were designed using the numeral integration of mechanical vibration system motion equalizations and the electromagnetic transients equalizations in asynchronous electric motors in the Maple software environment.

Findings. Expressions for vibration moments (additional dynamic loading caused by the bearing body's vibrations) during the resonant zone passage by vibration machines with the bearing body flat vibrations both with one arbitrarily located vibration exciter and with two self-synchronization vibration exciters for the different starting modes have been received in an analytical form. The running process improvement possibilities of vibration machines with unbalanced vibration exciters were demonstrated by using the "double" (in case of one vibration exciter) and "separate" (in case of two vibration exciters) electric motors starting methods. The first method bases on using semi-slow vibrations arising in the resonant zone, and that in the engine-off case in this zone, the vibratory torque acting on its rotor becomes rotating. The conditions when the separate starting is effective were shown. The conclusions and practical recommendations that allow facilitating vibration machines with an unbalanced drive starting were drawn.

Originality. Theoretical positions of vibration machines with unbalanced vibration exciters running dynamics that are operated by the asynchronous electric motors with limited power received further development.

Practical value. The results of the research allow us to decrease the working body resonant vibrations of vibration machines, dynamic loading on the electric motor rotor and machine construction elements, electric drive necessary power, and currents inrush.

Keywords: *vibration machine, unbalanced vibration exciter, resonant zone, double starting, separate starting, vibration moment, self-synchronization*

Posing the problem and its connection with the main scientific tasks. The problems solutions of vibration systems with inertial drive run-up and run-down is of considerable interest for vibration technical devices. At inertial vibro-exciter passage through the natural frequencies zone, the resonances vibrations may occur which cause both a dynamic loads sufficient rise on the electric motor rotor, on machine bearing construction elements and additional power losses in the system. So, the vibration machine with unbalanced drive start it is necessary the electric drive power sufficiently exceeding the power necessary for oper-

ating in stationary mode (2–5 times as large by some data). In addition to that, in case of large machines with the drive from asynchronous type electric motors the inrush starting current influences negatively on the feeding electrical grid.

In order to vibrations level decline while passing the resonance zone the various methods and means are used – from vibro-exciter with automatically regulated unbalance static moment to algorithms with feedback. No doubt, that for successful realization of the last ones it is important to have more thorough conception about the occurring processes dynamics.

The analysis of latest investigations. The survey of investigations, concerning the inertial vibro-exciter resonance zone passing may be found in [1–3]. In the last years, a