

ФІЗИКА ТВЕРДОГО ТІЛА, ЗБАГАЧЕННЯ КОРИСНИХ КОПАЛИН

УДК 681.2:532.64

А.В. Угриновський,
Р.М. Кондрат, д-р техн. наук, проф.,
П.Р. Гімер, канд. техн. наук, доц.

Івано-Франківський національний технічний університет
нафти і газу, м. Івано-Франківськ, Україна, e-mail:
ygrunovskuy@mail.ru

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ РІДИННОГО СКУПЧЕННЯ В ПОНИЖЕНІЙ ДІЛЯНЦІ ГАЗОПРОВОДУ

A.V. Ugrynovskiy,
R.M. Kondrat, Dr. Sci. (Tech), Professor,
P.R. Gimer, Cand. Sci. (Tech), Associate Professor

Ivano-Frankivsk National Technical University of Oil and Gas,
Ivano-Frankivsk, Ukraine, e-mail: ygrunovskuy@mail.ru

MATHEMATICAL MODEL OF LIQUID ACCUMULATION IN LOWERED AREAS OF GAS PIPELINE

Мета. Прогнозування граничної швидкості руху газу, необхідної для повного винесення рідини, що скупчується в понижених ділянках рельєфного трубопроводу.

Методика. Запропонована математична модель руху газорідинної суміші на висхідній ділянці рельєфного трубопроводу. Модель базується на системі рівнянь рівноваги сил, що діють на газову й водяну фазу, та дають змогу оцінити граничну швидкість руху газу, необхідну для повного винесення рідини із пониженої ділянки трубопроводу. Оцінка адекватності моделі проводилася шляхом порівняння розрахункових значень із результатами експериментальних досліджень.

Результати. Отримані рівняння для визначення граничної швидкості руху газу, необхідної для повного винесення рідини із пониженої ділянки рельєфного трубопроводу залежно від кута нахилу висхідної ділянки до горизонтальної осі. Виділені основні чинники, що впливають на величину граничної швидкості руху газу. Показано, що збільшення внутрішнього діаметра трубопроводу призводить до зростання величини граничної швидкості руху газу і, навпаки, зростання середнього тиску газу у трубопроводі призводить до її зменшення.

Наукова новизна. Побудована математична модель руху рідинного скупчення в понижених ділянках трубопроводу та отримано рівняння для розрахунку граничної швидкості руху газу, необхідної для повного винесення цієї рідини.

Практична значимість. Отримане рівняння може бути використане для вибору оптимального режиму експлуатації газопроводів у системах збору газопромислової продукції.

Ключові слова: *модель руху, газ, вода, газопровід, швидкість, тиск, діаметр трубопроводу*

Постановка проблеми. Більшість родовищ природних газів України вступила в період спадного видобутку газу та завершальну стадію розробки. До числа ускладнень, характерних для пізньої стадії розробки родовищ, відноситься скупчення рідини в понижених ділянках промислових трубопроводів унаслідок недостатніх швидкостей руху газу, що призводить до значних втрат тиску в системі збору газу та, відповідно, до зменшення видобутку газу. Тому актуальною є проблема боротьби з цим ускладненням у процесі видобування газу.

Аналіз останніх досліджень та публікацій. Питання винесення рідини з коліна трубопроводу потоком більш легкої рідини розглядалися у працях Галімова А.К. та Кутукова С.Е. У роботі Чарного І.А.

запропонована приблизна теорія розрахунку пропускної здатності рельєфного трубопроводу при русі нафти за наявності нерухомих водяних або газових „мішків“ у понижених або підвищених ділянках траси. Але слід зауважити, що дослідження проводилися лише для геометрії рідинних потоків.

Суть розробки полягає в побудові моделей для різних діаметральних рядів і різних режимів роботи рельєфного газопроводу. Отже моделі зв'язуватимуть вплив таких чинників:

- режим роботи газопроводу;
- рельєф траси прокладання газопроводу (кут нахилу висхідної ділянки до горизонтальної осі);
- характеристика рідини в пониженій ділянці трубопроводу (пластова вода);
- характеристика газової фази.

Згідно з теорією С.Е. Кутукова [1], щоб отримати аналітичний вираз для узагальненого критерію накопичення води, розглянемо систему рівнянь балансу сил для кожної з фаз (води та газу), зображених на рис. 1.

$$\begin{cases} \varpi_1 \cdot \frac{dP}{dl} + \tau_1 \cdot a \cdot \cos \beta \pm \tau_2 \cdot \chi_2 - \varpi_1 \cdot \rho_1 \cdot g \cdot \sin \alpha = 0 \\ \varpi_2 \cdot \frac{dP}{dl} - \tau_1 \cdot a \cdot \cos \beta - \tau_2 \cdot \chi_2 - \varpi_2 \cdot \rho_2 \cdot g \cdot \sin \alpha = 0 \end{cases}, \quad (1)$$

де v, z, i – індекси параметрів потоків води й газу та на межі між водою й газом відповідно; $dl = \sqrt{dx^2 + dz^2}$ – приріст довжини трубопроводу, м; ϖ_0 – площа живого перерізу: $\varpi_0 = \varpi_1 + \varpi_2 = \pi \cdot d^2 / 4$, м²; d – діаметр трубопроводу, м; a – ширина поверхні розділу фаз, м; τ – дотичне напруження зсуву, Па; β – кут нахилу поверхні розділу фаз до осі трубопроводу, рад; χ – змочений периметр: $\chi = \chi_1 + \chi_2$, м²; ρ_1 – густина води, кг/м³; ρ_2 – густина повітря за робочих умов, кг/м³; α – кут нахилу висхідної ділянки до горизонтальної осі, рад.

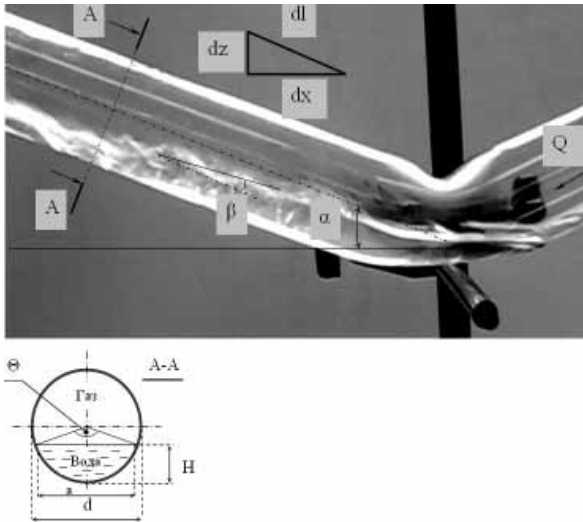


Рис. 1. Схема розділення рідинної та газової фаз у рельєфному трубопроводі: А-А – переріз; Н – висота поверхні розділу фаз; Θ – центральний кут; Q – витрати газу

Спільний розв’язок рівняння (1) відносно градієнту тиску дає залежність площі живого перерізу рідинного скупчення від параметрів граничної взаємодії потоку газу із скупченням води

$$\tau_1 \cdot a \cdot \left(\frac{1}{\varpi_2} + \frac{1}{\varpi_1} \right) \cdot \cos \beta + \tau_2 \cdot \frac{\chi_2}{\varpi_2} - (\rho_1 - \rho_2) \cdot g \cdot \sin \alpha = 0. \quad (2)$$

Для визначення умов існування рідинного скупчення з незмінними за довжиною характеристиками розглянемо частинний випадок рівняння (2), коли

$\cos \beta = 1$, що означає рівність кутів нахилу до горизонту поверхні розділу фаз і осі трубопроводу.

Дотичну напругу зсуву на стінці трубопроводу можна виразити через коефіцієнт Дарсі

$$\tau_2 = \frac{1}{8} \cdot \lambda \cdot \rho_2 \cdot v_2, \quad (3)$$

де λ – коефіцієнт гідравлічного опору потоку газу об стінку трубопроводу; v_2 – швидкість руху газового потоку, м/с.

Дотична напруга на межі розділу фаз визначається зусиллям зсуву в циркуляційному русі води в пониженій ділянці

$$\tau_1 = \pm \mu \cdot \frac{du}{dn} \approx \pm \mu \cdot \left(\frac{u}{v_1} \right) \cdot \frac{v_1}{d} \cdot \left(\frac{d}{n} \right), \quad (4)$$

де $\mu = \nu \cdot \rho_1$ – динамічний коефіцієнт в’язкості води, Па·с; $\frac{du}{dn}$ – градієнт швидкості, с⁻¹; v_1 – швидкість руху води, м/с; u – місцева швидкість потоку, м/с; n – нормаль до поверхні, по якій відбувається тертя.

Припустивши, що потік циркулює відносно рівня, що проходить через центри ваги живого перерізу накопиченої води, виразимо середню за перерізом товщину зрушуючого шару через центральний кут θ

$$\frac{n}{d} = \frac{2 \cdot \sin^3 \frac{\theta}{2}}{3 \cdot (\theta - \sin \theta)} - \frac{1}{2} \cdot \cos \frac{\theta}{2} = \frac{d^2 \cdot \sin^3 \frac{\theta}{2}}{12 \cdot \varpi_1} - \frac{1}{2} \cdot \cos \frac{\theta}{2}. \quad (5)$$

Припускаючи, що профіль швидкостей у потоці є логарифмічним у турбулентному русі, отримаємо

$$\frac{u}{v}(\theta) = 1 + \sqrt{\lambda} \cdot \left(1.33 + 2.03 \cdot \lg \left(2 \cdot \sin^2 \frac{\theta}{2} \right) \right), \quad (6)$$

і виражаючи всі геометричні характеристики живого перерізу роздільного потоку через центральний кут θ , отримаємо шукану умову

$$\begin{aligned} \psi &= \frac{(2 \cdot \pi - \theta + \sin \theta)^3}{64 \cdot \left(\pi - \frac{\theta}{2} \right)} - \\ &= \frac{Q \cdot \nu}{d^4 \cdot g \cdot \sin \alpha} \cdot \frac{\rho_1}{\Delta \rho} \times \\ &\times \frac{2 \cdot \pi \cdot \sin \frac{\theta}{2} \cdot (2 \cdot \pi - \theta + \sin \theta) \cdot \frac{u}{v}(\theta)}{\left(\pi - \frac{\theta}{2} \right) \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot \sin^3 \frac{\theta}{2} - \frac{1}{2} \cdot \cos \frac{\theta}{2} \cdot (\theta - \sin \theta) \right)}, \end{aligned} \quad (7)$$

де $\psi = \frac{\lambda \cdot Q^2}{d^5 g \cdot \sin \alpha} \cdot \frac{\rho_2}{\Delta \rho}$; Q – витрата газу, м³/с; $\Delta \rho$ – різниця густини між водою та газом, кг/м³.

Оцінка комплексу параметрів другого члена $\frac{Q \cdot v}{d^4 \cdot g \cdot \sin \alpha} \cdot \frac{\rho_g}{\Delta \rho}$ рівняння (7) дає порядок величин $10^2 \dots 10^{-7}$. Графічні залежності, що охоплюють діапазон значень цього комплексу від 0 до 10^2 , зображені на рис. 2.

Фізичний зміст отриманого рівняння – співвідношення гравітаційних сил, що утримують рідину на висхідній ділянці трубопроводу, і сил тертя. Тож перший член рівняння – сили тертя рідини по стінках трубопроводу; другий член – тертя на межі розподілу фаз, що направлені винести рідину потоком газу.

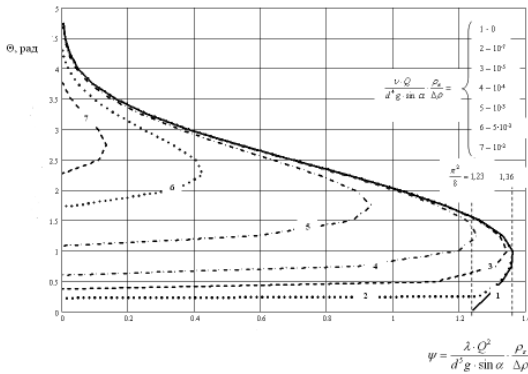


Рис. 2. Умови існування рідинного скупчення в пониженій ділянці трубопроводу: 1–7 – залежності $\psi(\theta)$ для різних за величиною значень комплексу $\frac{Q \cdot v}{d^4 \cdot g \cdot \sin \alpha} \cdot \frac{\rho_g}{\Delta \rho}$ (від 0 до 10^2)

Точки на графіку, які рівні параметру ψ , означають рівність параметрів гравітаційних сил і сил тертя, що означає постійність геометрії водяного скупчення. Положення точки зліва від графіка означає домінуючий вплив гравітаційних сил, із правого боку – сил тертя.

Якщо параметр ψ не перевищує значення

$$\psi = \frac{\lambda \cdot Q^2}{d^5 \cdot g \cdot \sin \alpha} \cdot \frac{\rho_g}{\Delta \rho} < 1,23, \quad (8)$$

то рідинне скупчення є абсолютно стійким. Його граничні розміри обмежені центральними кутами θ_1 і θ_2 в перерізі, що можуть бути знайдені за графіком (рис. 2) або рівнянням (7). Існування нижньої вітки, наближеної до осі $O\psi$, вказує на наявність тонкого шару вологи, що протікає під дією сил тертя по гідрофільній нижній стінці труби за мінімального вмісту води.

Якщо параметр ψ знаходиться в області

$$1,23 < \psi = \frac{\lambda \cdot Q^2}{d^5 \cdot g \cdot \sin \alpha} \cdot \frac{\rho_g}{\Delta \rho} < 1,36, \quad (9)$$

то рідинне скупчення нестійке. Наявність двох аргументів (θ_1 і θ_2), що різко змінюють свої значення за незначних коливань величини ψ , передбачає мож-

ливість стрибкоподібної зміни параметрів роздільного потоку, що може призвести до його подрібнення й винесення великих утворень. Однак стійка форма рідинного скупчення також можлива за наявності таких перешкоджаючих винесенню факторів, як збільшення кута нахилу вісі трубопроводу, наявність трубопровідної арматури та інших специфічних пристроїв. Центральний кут θ у цьому випадку набуває максимально можливого значення.

Якщо параметр ψ перевищує значення

$$\psi = \frac{\lambda \cdot Q^2}{d^5 \cdot g \cdot \sin \alpha} \cdot \frac{\rho_g}{\Delta \rho} > 1,36, \quad (10)$$

то існування рідинного скупчення неможливе. Сили міжфазного тертя неминуче винесуть рідину із розглянутої елементарної ділянки (із кутом нахилу висхідної ділянки до горизонтальної осі α).

Для визначення умов винесення рідини з пониженої ділянки трубопроводу необхідно знати відповідну граничну швидкість руху газової фази, що із рівняння (10) запишеться як

$$v_{cp} = \sqrt{\frac{2 \cdot d \cdot g \cdot \sin \alpha \cdot \left(\rho_g \cdot \frac{P_o \cdot T \cdot Z}{\rho_o \cdot P \cdot T_o} - 1 \right)}{\lambda}}, \quad (11)$$

де P_o – атмосферний тиск, Па; T – середня температура газового потоку, К; P – середній тиск газу, Па; Z – коефіцієнт стисливості газу, за середнього тиску та температури; T_o – стандартна температура, К; ρ_o – густина газу за стандартних умов, $\text{кг}/\text{м}^3$; λ – коефіцієнт гідравлічного опору газового потоку.

Для знаходження коефіцієнта гідравлічного опору у λ розглянемо висхідну ділянку трубопроводу, на якій накопичилась певна кількість нерухомої води. Втрати напору на цій ділянці визначимо із рівняння Бернуллі, записаного для перерізів 1–1 та 2–2, (рис. 3).

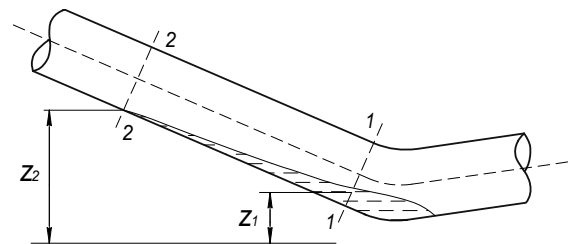


Рис. 3. Схема висхідної ділянки газопроводу, зайнята нерухомою рідиною: z_1, z_2 – вертикальні координати границі розділу фаз „вода-газ“

$$\left(z_1 + \frac{P_1}{\rho_2 \cdot g} \right) - \left(z_2 + \frac{P_2}{\rho_2 \cdot g} \right) = h_{em} = \frac{8 \cdot \lambda \cdot l \cdot Q^2}{\pi^2 \cdot g \cdot d^5}, \quad (12)$$

де z_1, z_2 – вертикальні координати границі розділу фаз „вода-газ“, м; P_1, P_2 – тиск на початку та в кінці висхідної ділянки, Па.

Згідно із законом Паскаля, для нерухокої води на висхідній ділянці трубопроводу можна записати наступне рівняння

$$z_1 + \frac{P_1}{\rho_e \cdot g} = z_2 + \frac{P_2}{\rho_e \cdot g} \quad (13)$$

Підставивши рівняння (13) в (12) і враховуючи, що $\frac{z_1 - z_2}{l} = \sin \alpha$, отримуємо вираз для визначення коефіцієнта гідравлічного опору на висхідній ділянці трубопроводу, зайнятого нерухокою водою

$$\lambda = \frac{(\rho_e - \rho_g) \cdot \pi^2 \cdot g \cdot d^5}{8 \cdot Q^2 \cdot \rho_g} \cdot \sin \alpha \quad (14)$$

Вихідні дані для визначення умови винесення рідини з пониженої ділянки трубопроводу, залежно від кута нахилу висхідної ділянки, наведені в таблиці. Результати розрахунку зображені на рис. 3, де суцільна лінія отримана за формулою (11), а пунктирна – експериментальні точки, отримані за результатами лабораторних досліджень [2].

Таблиця

Розрахункові та експериментальні значення граничної швидкості руху газу

№	Кут нахилу висхідної ділянки трубопроводу до горизонтальної осі, град.	Гранична швидкість руху газу, м/с	
		Значення, розраховані за формулою (11)	Експериментальні значення
		Внутрішній діаметр газопроводу – 0,025 м	
1	5	13,243	13,5
2	10	16,247	15,7
3	15	19,422	18,9
4	20	22,012	21,5

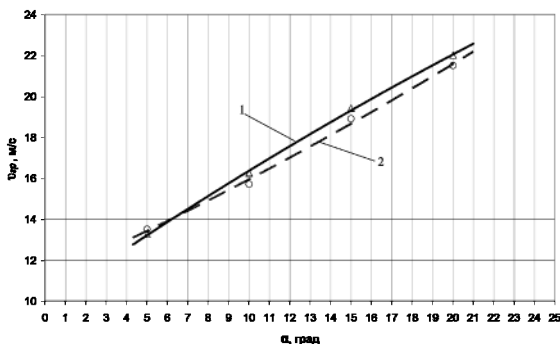


Рис. 4. Залежність граничної швидкості руху газу від кута нахилу висхідної ділянки трубопроводу до горизонтальної осі: 1 – на основі аналітичної моделі (11); 2 – експериментальна залежність

Аналіз рис. 4 свідчить про достатню збіжність результатів, отриманих на основі аналітичної моделі, та результатів експерименту (відносна приведена похибка – 3,4 %).

На основі залежності (11), використовуючи програмне забезпечення Microsoft Excel 2003, побудуємо 3-D графічні умови для таких вихідних даних:

- швидкісний режим роботи трубопроводу (від 0,1 до 22 м/с, що охоплює весь діапазон швидкостей, які необхідні для повного винесення рідини з коліна трубопроводу);
- рельєф траси прокладання трубопроводу від рівнинного трубопроводу (кут нахилу висхідної ділянки 0°) до трубопроводу, прокладеного у складних гірських умовах (кут нахилу висхідної ділянки 20°);
- режим роботи трубопроводу відповідає реальним режимам експлуатації шлейфів газових чи газоконденсатних свердловин (від 0,5 до 5 МПа);
- діаметральний ряд шлейфів свердловин (від 33 до 114 мм);
- вміст забруднень у порожнині трубопроводу (вода $\rho_e = 1000 \text{ кг/м}^3$).

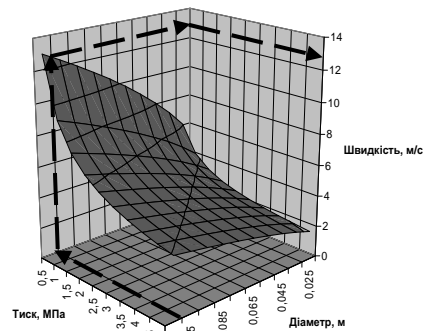


Рис. 5. Залежність граничної швидкості руху газу від середнього тиску та діаметра газопроводу для кута нахилу висхідної ділянки до горизонтальної осі 5°

Аналіз залежності (рис. 5) свідчить про істотний вплив на граничну швидкість руху газової фази, необхідної для повного винесення рідини з пониженої ділянки трубопроводу, як діапазону зміни діаметрального ряду шлейфів свердловин, так і величини зміни середнього тиску газу на досліджуваному трубопроводі. Причому збільшення внутрішнього діаметра трубопроводу призводить до зростання величини виносної швидкості руху газу, за якої відбувається повне винесення рідини із пониженої ділянки, і, навпаки, зростання середнього тиску газу у трубопроводі призводить до зменшення величини виносної швидкості.

На рис. 5 пунктирними лініями вказано порядок визначення граничної швидкості руху газу, необхідної для повного винесення рідини із пониженої ділянки трубопроводу. Так для тиску 0,5 МПа, кута нахилу висхідної ділянки до горизонтальної осі 5° і внутрішнього діаметру газопроводу 0,105 м необхідна гранична швидкість руху газу становитиме 12,8 м/с.

Аналогічні залежності побудовані й для кутів нахилу висхідної ділянки до горизонтальної осі 10, 15 та 20° (рис. 6). Отримані дані свідчать про те, що граничні швидкості руху газу, за яких відбувається повне винесення рідини із пониженої ділянки трубопроводу, збільшуються зі зростанням кутів нахилу висхідної ділянки до горизонтальної осі, причому це збільшення є найбільш суттєвим в області великих кутів. Так, наприклад, зі збільшенням кута нахилу вдвічі – від 5 до 10°, гранична швидкість руху газу, необхідна для повного винесення рідини, збільшується на 20–25%, у той час, як зі збільшенням кута від 10 до 20° – на 30–35%.

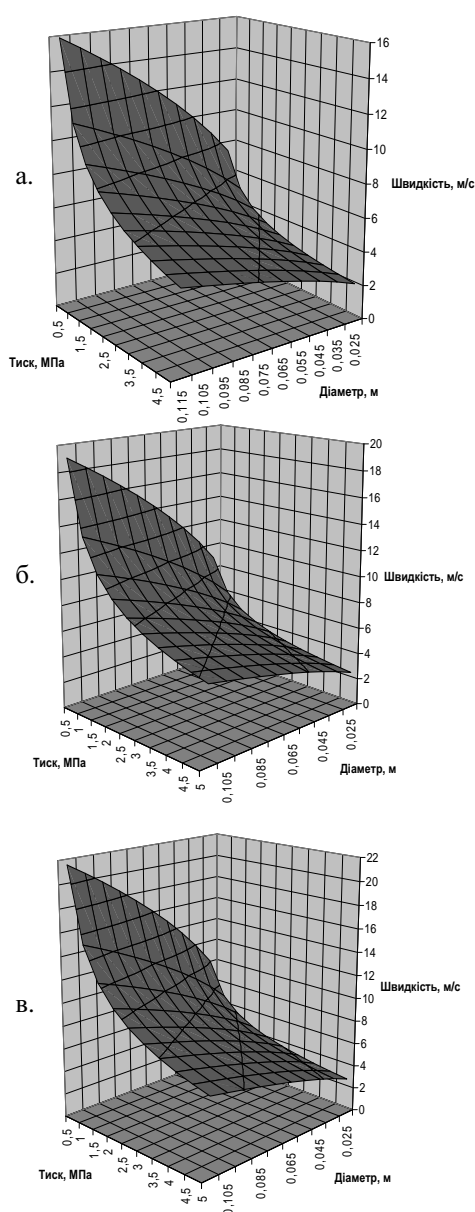


Рис. 6. Залежності граничної швидкості руху газу від середнього тиску та діаметру газопроводу для кутів нахилу висхідної ділянки до горизонтальної осі: а – 10°, б – 15°, в – 20°

Висновки. За результатами виконаних теоретичних досліджень побудовано математичну модель винесення рідини з пониженої ділянки газопроводу. Вона дає змогу прогнозувати необхідну граничну швидкість руху газу для повного винесення рідини, що накопичилась у пониженій ділянці газопроводу, залежно від діаметру газопроводу, кута нахилу висхідної ділянки до горизонтальної осі, густини рідини та величини середнього тиску газу в газопроводі. Порівняння фактичних результатів лабораторних досліджень і розрахункових значень свідчить про їх істотну збіжність, що дає підстави рекомендувати розроблену математичну модель для практичного використання.

Список літератури / References

1. Кутуков С. Проблема построения технологической модели нефтепровода / С.Е. Кутуков // Нефтегазовое дело. – 2004. – Т.1. – С. 1–11.
Kutukov, S.E. (2004) “The problem of constructing the technological model of the pipeline”, *Neftegazovoye delo*, vol. 1, pp. 1 – 11.
2. Кондрат Р. Лабораторні дослідження процесу руху газорідинних сумішей у рельєфному трубопроводі / Роман Кондрат, Андрій Угриновський // Розвідка та розробка нафтових і газових родовищ. – 2012. – № 4. – С. 118–128.
Kondrat, R.M. (2012) “Laboratory research of the gas-liquid mixture movement through the relief pipeline”, *Rozvidka ta rozrobka naftovykh i gazovykh rodovysch*, No 4, pp. 118-128.

Цель. Прогнозирование предельной скорости движения газа, необходимой для полного выноса жидкости, накапливающейся в пониженных участках рельефного трубопровода.

Методика. Предложена математическая модель движения газожидкостной смеси в восходящем участке рельефного трубопровода. Модель базируется на системе уравнений равновесия сил, действующих на газовую и водяную фазы, и дает возможность оценить предельную скорость движения газа, необходимую для полного выноса жидкости из пониженного участка трубопровода. Оценка адекватности модели проводилась путем сравнения расчетных значений с результатами экспериментальных исследований.

Результаты. Получено уравнение для определения предельной скорости движения газа, необходимой для полного выноса жидкости из пониженного участка рельефного трубопровода в зависимости от угла наклона восходящего участка к горизонту. Выделены основные факторы, влияющие на величину предельной скорости движения газа. Показано, что увеличение внутреннего диаметра трубопровода приводит к росту величины предельной скорости движения газа и, наоборот, рост среднего давления газа в трубопроводе приводит к ее уменьшению.

Научная новизна. Построена математическая модель движения жидкостного скопления в пони-

женных участках трубопровода, и получено уравнение для расчета предельной скорости движения газа, необходимой для полного вынесения этой жидкости.

Практическая значимость. Полученное уравнение может быть использовано для выбора оптимального режима эксплуатации газопроводов в системах сбора газопромышленной продукции.

Ключевые слова: модель движения, газ, вода, газопровод, скорость, давление, диаметр трубопровода

Purpose. Forecasting of limit velocity of gas flow which is necessary for full carrying away of liquid accumulated in lowered sections of relief pipeline.

Methods. Mathematical model of gas-liquid mixture flow in rising section of relief pipeline has been offered. The model is based on the system of equations of balance of forces which act on gas and water phases and enables to estimate limit velocity of gas flow which is necessary for full carrying away of liquid from lowered section of pipeline. Estimation of model adequacy was conducted through comparison of calculated values with results of experimental tests.

Results. It has been found the equation which determine limit velocity of gas flow, that is necessary for full carrying away of liquid from lowered section of relief pipeline depending on the angle of slope of rising section to horizontal axis. Main factors which influence the gas flow limit velocity value have been marked out. It has been shown that widening of pipeline internal diameter resulted in increasing of gas flow limit velocity value and vice versa increasing of average pressure of gas in pipeline resulted in decreasing of this velocity.

Originality. Mathematical model of liquid accumulation flow in lowered sections of pipeline has been built and equation for calculation of gas flow limit velocity which is necessary for full carrying away of this liquid has been found.

Practical value. The founded equation can be used for choosing the optimal operation mode of gas pipelines in systems of gas production gathering.

Key words. Flow model, gas, water, gas pipeline, velocity, pressure, pipeline diameter.

*Рекомендовано до публікації докт. техн. наук
Я.Б. Тарком. Дата надходження рукопису 04.02.13.*