ГЕОЛОГІЯ

УДК 550.831

П.А. Миненко[1], **д-р физ.-мат. наук, доц.,**
В.П. Миненко,
Р.В. Миненко

1 – Криворожский педагогический институт Государственного высшего учебного заведения „Криворожский национальный университет“, г. Кривой Рог, Украина, e-mail: maestozo.1_pavel@mail.ru

О ВОЗМОЖНОСТИ ПРИМЕНЕНИЯ ДРОБНОГО ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЯ В ГРАВИМЕТРИИ И МАГНИТОМЕТРИИ

P.A. Minenko[1], **Dr. Sci. (Phys.-Math.), Assoc. Prof.,**
V.P. Minenko,
R.V. Minenko

1 – Krivorozhsky Teacher Training Institute of the State Higher Educational Institution "Krivorozhsky National University", Krivoy Rog, Ukraine, e-mail: maestozo.1_pavel@mail.ru

ABOUT THE POSSIBILITY OF FRACTIONAL DIFFERENTIATION APPLICATION IN GRAVIMETRY AND MAGNETOMETRY

Цель. Повышение поисково-разведочных возможностей гравиметрии и магнитометрии за счет преобразования поля путем дробного дифференцирования.

Методика. Для геологических поисков рудных залежей и углеводородов используют решения обратных задач по полю магнитных и гравиметрических съемок. Однако, сами решения являются неустойчивыми и неоднозначными. Для геологической интерпретации решений обратных задач используют производные высших целых порядков гравитационного и магнитного потенциала. Однако, поисковые возможности поля и его первой производной по глубине сильно различаются и резко падают с глубиной, а по второй и третьей производной поля вообще не удается выделить объекты на глубинах более 1000 м. Поисковые возможности можно увеличить, если взять несколько дробных производных поля между нулевым и первым порядками. Более того, производные целых порядков являются линейно зависимыми между собой функциями, и каждая новая производная почти не добавляет геологической информации. А соседние производные дробного порядка, наоборот, являются линейно независимыми и обеспечивают однозначность решения обратных задач, увеличивая их поисковые возможности. Дробный анализ в других областях науки и техники уже известен и применяется более 200 лет. Практически дробные производные поля вычисляются авторами по площадному полю с использованием формул Грюнвальда-Летникова.

Результаты. Для количественной интерпретации поля нет соответствующих решений прямых задач гравиметрии и магнитометрии из-за отсутствия общей формулы потенциала производной n-ого порядка. Авторы вывели эту формулу и с ее помощью решили несколько прямых задач для дробных производных поля с целью их применения на практике.

Научная новизна. Теория гравитационного и магнитного потенциала расширена на область дробных порядков дифференцирования, чем создан дополнительный инструмент для повышения возможностей магнитных и гравитационных съемок в поисково-разведочных целях.

Практическая значимость. Созданы условия и математические инструменты для более содержательного и расширенного исследования отдельных геологических участков методами гравиметрии и магнитометрии.

Ключевые слова: *поиски руд и углеводородов, гравиметрия, магнитометрия, дробные производные потенциала, дробный анализ*

Постановка проблемы. О применении производных потенциала дробного порядка в гравиметрии и магнитометрии авторам неизвестно, несмотря на то, что в математике и других областях науки и техники они известны давно (см. обзоры в [1, 2]). Численное вычисление производных дробного порядка (ПДП), по мнению авторов, особых трудностей не вызывает и может быть выполнено по формуле Грюнвальда-Летникова [3] для любого распределения гравитационного и магнитного поля в пространстве, на профиле или в скважине. Полученные авторами графики ПДП существенно дополняют информацию о геологическом строении, полученную по результатам качественной интерпретации полей производных целого порядка. Кроме того, между графиками производных первого и второго порядка для одного профиля можно расположить большое количество графиков производных промежуточного между ними порядка. Аналогично сейсмограммам, полученные таким способом магнито- и гравитограммы содержат значительно большие объемы геологической информации в очень плотном компакте функционального пространства в сравнении с известными аналогами целочисленного исчисления. Это открывает большие перспективы для высокотехнологичной количественной интерпретации гравитационного и магнитного поля в поисково-разведочных целях на отдельных геологических участках.

Однако, из-за того, что потенциал является довольно сложной функцией от других нелинейных функций, до сих пор еще не выведена для него общая формула производной произвольного порядка, а поэтому для обеспечения количественной интерпретации ПДП до сих пор еще нет соответствующих решений прямых задач гравиметрии и магнитометрии. Эти пробелы в теории являются недостатками существующих методов, применяемых в других областях науки и техники [1, 2]. Из-за этих недостатков тормозится открытие нового, более экономного научно-практического направления геофизического обеспечения направленых геологических поисков месторождений полезных ископаемых.

Целью настоящей работы является повышение поисково-разведочных возможностей гравиметрии и магнитометрии за счет преобразования поля путем дробного дифференцирования и обеспечения методов его количественной интерпретации решениями прямых задач.

Поставленная цель достигается тем, что в известных методах, основанных на использовании общей формулы производной *n*-ого порядка исследуемой функции, используется формула производной *n*-ого порядка для функции от нелинейной функции в виде

$$\mathrm{V} = \Phi(\mathrm{u}) = \Phi(\ \mathrm{u} = (\mathrm{x_i}\text{-}\mathrm{x_j})^2 + (\mathrm{y_i}\text{-}\mathrm{y_j})^2 + (\mathrm{z_i}\text{-}\mathrm{z_j})^2) = \mathrm{u}^{-\mathrm{m}} = u^{-0.5}, \tag{1}$$

где (x_i, y_i, z_i) – координат точек масс; (x_j, y_j, z_j) – координат точек измерения поля.

Формула производной *n*-ого порядка для функции (1) имеет очень громоздкий вид. Кроме того, для временного упрощения, выражение (1) здесь записано без интеграла по объему и плотности σ горных пород. Но для решения поставленной задачи в гравимагнитометрии нам достаточно получить выражение, которое, после перехода от *n*-ого к дробному порядку β, обеспечит нам вычисление ПДП с порядком меньше двух. Из-за того, что $\mathrm{u}^{(3)}_{\mathrm{xxx}} = 0, \mathrm{u}^{(3)}_{\mathrm{yyy}} = 0, \mathrm{u}^{(3)}_{\mathrm{zzz}} = 0,$ некоторые слагаемые в общей формуле равны нулю. Еще ряд слагаемых пропадает из-за того, что коэффициенты при них после перехода от *n* к β, представляются суммами рядов с отрицательным верхним пределом. Таким образом, общая формула производной *n*-ого порядка по $x = x_j$ для функции (1) имеет вид

$$\mathrm{V}^{(\mathrm{n})}_{\mathrm{x}} = \Phi^{(\mathrm{n})}_{\mathrm{u}} \times (\mathrm{u}'_{\mathrm{x}})^{\mathrm{n}} + C_n^2 \Phi^{(\mathrm{n}\text{-}1)}_{\mathrm{x}} \times u''_{xx} (\mathrm{u}'_{\mathrm{x}})^{\mathrm{n}\text{-}2}. \tag{2}$$

Переходя в (2) от *n* к β, получим формулу ПДП для $\beta < 4$

$$\mathrm{V}^{(\beta)}_{\mathrm{x}} = \Phi^{(\beta)}_{\mathrm{u}} \times (\mathrm{u}'_{\mathrm{x}})^{\beta} + C_\beta^2 \Phi^{(\beta\text{-}1)}_{\mathrm{x}} \times u''_{xx} (\mathrm{u}'_{\mathrm{x}})^{\beta\text{-}2}. \tag{3}$$

Из (3) следует, что для $0 < \beta < 2$ второе слагаемое пропадает, также как и в (2) при *n=1*. Далее, из [1,2] также известно, что при $\beta < 0$ из (3) мы получаем формулу дробного интегрирования

$$\mathrm{V}^{(\text{-}\beta)}_{\mathrm{x}} = \Phi^{(\text{-}\beta)}_{\mathrm{u}} \times (\mathrm{u}'_{\mathrm{x}})^{-\beta} + \beta(\beta+1) / 2 \times \Phi^{(\text{-}\beta\text{-}1)}_{\mathrm{x}} \times u''_{xx} (\mathrm{u}'_{\mathrm{x}})^{-\beta\text{-}2}. \tag{4}$$

Следовательно, при $\beta < 4$ формула дробного интегрирования (4) имеет два слагаемых. Дальнейшие выводы и вычисления будем выполнять с учетом того, что отрицательный знак при m и β в формулах (1) и (4) учтен, а в (3) величина β является положительной. Будем также в некоторых случаях для общности называть дробное интегрирование дифференцированием с отрицательным порядком.

Теперь перейдем к вычислению самих ПДП по формулам (3) и (4). Но, сначала, вычислим производные $\Phi_u^{(\beta)}$ и $\Phi_u^{(-\beta)}$. Производная дробного порядка β равна

$$\Phi^{(\beta)}_{\mathrm{u}} = (-1)^{\beta} (m+\beta-1)! / (m-1)! \times u^{-(m+\beta)} = (-1)^{\beta} \Gamma(\mathrm{m}+\beta) / \Gamma(m) \times u^{-(m+\beta)}. \tag{5}$$

Аналогично интегралы дробного порядка $(-\beta)$ равны:

а) при $\mathrm{m} > \beta$

$$\Phi^{(\text{-}\beta)}_{\mathrm{u}} = (-1)^{-\beta} (m-\beta-1)! / (m-1)! \times u^{-(m-\beta)} = (-1)^{-\beta} \Gamma(\mathrm{m}-\beta) / \Gamma(m) \times u^{-(m-\beta)}; \tag{6}$$

б) при $\mathrm{m} < \beta$

$$\Phi^{(\text{-}\beta)}_{\mathrm{u}} = (-1)^{1-\beta} / (\beta-m)! / (m-1)! \times u^{\beta-m} = (-1)^{1-\beta} / \Gamma(\beta-m+1) / \Gamma(m) \times u^{\beta-m}; \tag{7}$$

в) при $\mathrm{m} = \mathrm{n} = \beta$

$$\Phi^{(\text{-}\beta)}_{\mathrm{u}} = \Phi^{(\text{-}n)}_{\mathrm{u}} = (-1)^{1-m} / \Gamma(m) \times \mathrm{Ln}(u). \tag{8}$$

Используя (2) и (5), вычислим производную от гравитационного потенциала (1) при $\mathrm{m} = \beta = 0{,}5$

$$\begin{aligned} &V_x^{(0,5)} = \Phi_u^{(0,5)} \times (u'_x)^{0,5} = \\ &= (-1)^{0,5} \Gamma(1) / \Gamma(0,5) / \\ &/u \times (\text{-}2(x_i\text{-}x_j))^{0,5} = \\ &= -1 / u \times (2(x_i\text{-}x_j)/\pi)^{0,5}. \end{aligned} \tag{9}$$

Далее, при $m = 0,5;\ \beta = 1/3$, получим

$$\begin{aligned} &V_x^{(1/3)} = \Phi_u^{(1/3)} \times (u'_x)^{1/3} = \\ &= \Gamma(5/6) / \Gamma(0,5) / u^{5/6} \times \\ &\times (2(x_i\text{-}x_j))^{1/3}. \end{aligned} \tag{10}$$

При $m = 1,5;\ \beta = 0,5$ имеем

$$\begin{aligned} &V_x^{(0,5)} = \Phi_u^{(0,5)} \times (u'_x)^{0,5} = \\ &= -2 / \Gamma(0,5) / u^2 \times (2(x_i\text{-}x_j))^{1/2}. \end{aligned} \tag{11}$$

При $m = 1,5;\ \beta = 1/3$ получим

$$\begin{aligned} &V_x^{(1/3)} = \Phi_u^{(1/3)} \times (u'_x)^{1/3} = \\ &= 2\Gamma(11/6) / \Gamma(0,5) / \\ &/u^{11/6} \times (2(x_i\text{-}x_j))^{1/3}. \end{aligned} \tag{12}$$

Производные порядка $\beta = 0,5$ могут быть и мнимыми и действительными величинами, а производные порядка $\beta = 1/3$ – только действительными. Но производные любого порядка по $z = z_j$ для площадной съемки ($z_i > z_j$) являются только действительными величинами. С другой стороны, производные порядка $\beta = 0,5$ по $z = z_j$ для скважинной съемки могут быть и мнимыми и действительными величинами. Для того, чтобы установить, какой физический и геологический смысл имеют мнимые части формул нужны дополнительные исследования на моделях, которые в объем настоящей статьи просто не помещаются. Поэтому материал настоящей статьи нужно использовать так, чтобы выбирать для интерпретации только те формулы, которые не имеют мнимой части. Это формула (10) для гравитационного поля, формула (12) для магнитного поля, а в формулах (9) и (11) нужно заменить $x_i\text{-}x_j$ на $z_i\text{-}z_j$.

В отличие от ПДП, интегралы дробного порядка (ИДП) вычисляются значительно сложнее, содержат два слагаемых, из которых хотя бы одно имеет порядок $\beta \geq m$. Приведем формулы для некоторых ИДП с учетом (4) и (6)–(8). При $m = \beta = 0,5$ имеем

$$\begin{aligned} &V_x^{(\text{-}0,5)} = \Phi_u^{(\text{-}0,5)} \times (u'_x)^{-0,5} + \\ &+0,75\Phi_u^{(\text{-}1,5)} \times (u'_x)^{-2,5} = \\ &= (\mathrm{Ln}(u) + 3/16 \times u/(x_i\text{-}x_j)^2) / \\ &/(2(x_i\text{-}x_j)/\pi)^{0,5}. \end{aligned} \tag{13}$$

При $m = 1,5;\ \beta = 0,5$ имеем

$$\begin{aligned} &V_x^{(\text{-}0,5)} = 2(1/u - 3/16 \times \mathrm{Ln}(u)/ \\ &/(x_i\text{-}x_j)^2) / (2(x_i\text{-}x_j)/\pi)^{0,5}. \end{aligned} \tag{14}$$

При $m = 1,5;\ \beta = 1/3$ получим

$$\begin{aligned} &V_x^{(\text{-}1/3)} = 2\Gamma(1/6) \times (-1,5/u + \\ &+1/(x_i\text{-}x_j)^2) / (2(x_i\text{-}x_j))^{1/3} / \\ &/\Gamma(0,5) / 9 / u^{1/6}. \end{aligned} \tag{15}$$

Формулы ИДП (13) – (14) имеют и действительные и мнимые части, а формула (15) полностью вещественна.

Можно также подобрать ИДП с действительными значениями для скважинной съемки. Однако выражения (9) – (15) получены для точечной массы или шара с единичной плотностью и единичным объемом. Поэтому их нужно проинтегрировать при постоянной плотности по объему тела. Широкое применение в геологии имеют модели с аппроксимацией среды полубесконечными вертикальными призмами прямоугольного сечения, верхняя грань которых находится на глубине z_{1i}. Сделаем в (9) замену $x_i\text{-}x_j$ на $z_i\text{-}z_j$, а затем проинтегрируем по z_i от z_{1i} до бесконечности и в результате получим для гравитационного потенциала производные порядка 3/2 и 4/3 при $m = 1/2$:

а)

$$\begin{aligned} &V_z^{(1,5)} = \Phi_u^{(0,5)} \times (u'_z)^{0,5} = \\ &= (-1)^{0,5} \Gamma(1) / \Gamma(0,5) / \\ &/u \times (\text{-}2(z_i\text{-}z_j))^{0,5} = \\ &= -1 / u \times (2(z_i\text{-}z_j)/\pi)^{0,5}; \end{aligned} \tag{16}$$

б)

$$\begin{aligned} &V_z^{(4/3)} = \Phi_u^{(1/3)} \times (u'_z)^{1/3} = \\ &= (-1)^{1/3} \Gamma(5/6) / \Gamma(0,5) / \\ &/u^{5/6} \times (\text{-}2(z_i\text{-}z_j))^{1/3} = \\ &= 1 / u^{5/6} \times (2(z_i\text{-}z_j)/\pi)^{1/3}. \end{aligned} \tag{17}$$

Для полного решения прямой задачи необходимо еще взять интегралы по x_i и y_i в пределах от x_{1i} до x_{2i} и от y_{1i} до y_{2i}:

а)

$$V_z^{(1,5)} = -k\sigma(2(z_i-z_j)/\pi)^{0,5} \int_{x_{1i}}^{x_{2i}} \int_{y_{1i}}^{y_{2i}} \frac{dx_i dy_i}{u}; \quad (18)$$

б)

$$V_z^{(4/3)} = k\sigma(2(z_i-z_j)/\pi)^{1/3} \int_{x_{1i}}^{x_{2i}} \int_{y_{1i}}^{y_{2i}} \frac{dx_i dy_i}{u^{5/6}}. \quad (19)$$

Поскольку порядок у производных почти одинаков, то и по модулю они, примерно, равны, хотя имеют различные знаки. Но для взятия интегралов выражение (18) значительно удобнее. А если мы возьмем некоторые производные более высокого порядка, которые используются в геологии в качестве прямых поисковых признаков для залежей руд и углеводородов, то получим для них полное решение прямых задач в пределах от x_{1i} до x_{2i} и от y_{1i} до y_{2i}:

а)

$$V_{zxy}^{(4/3+1+1)} = k\sigma(2(z_i-z_j)/\pi)^{1/3} / u^{5/6}\Big|_{x_{1i}}^{x_{2i}}\Big|_{y_{1i}}^{y_{2i}}; \quad (20)$$

б)

$$V_{zx}^{(1.5+1)} = \frac{k\sigma(2(z_i-z_j)/\pi)^{0,5}}{L_{xz}} \times arctg\frac{y_i-y_j}{L_{xz}}\Big|_{x_{1i}}^{x_{2i}}\Big|_{y_{1i}}^{y_{2i}}, \quad (21)$$

где k – гравитационная постоянная;

$$L_{xz} = ((x_i-x_j)^2 + (z_i-z_j)^2)^{1/2}.$$

Аналогично, для магнитного поля получим несколько решений прямых задач. Но для этого необходимо также исправить формулу из [1] производной *n*-ого порядка для произведения двух функций

$$(f \times \phi)^{(n)} = \sum_{i=0}^{i=n} C_n^i (\phi^{(i)} \times f^{(n-i)} + \phi^{(n-i)} \times f^{(i)}); \quad (22)$$

$$(f \times \phi)^{(1/2)} = (\phi^{(0)} \times f^{(1/2-0)} + \phi^{(1/2-0)} \times f^{(0)});$$

$$(f \times \phi)^{(3/2)} = \sum_{i=0}^{i=1} C_{3/2}^i (\phi^{(i)} \times f^{(3/2-i)} + \phi^{(3/2-i)} \times f^{(i)}).$$

Положим в (24) $\phi = u^{-3/2}$, $f = -(z_i-z_j)$ и по аналогии с (20) получим:

а)

$$V_{zxy}^{(7/3+1+1)} = J(z_i-z_j)^{2/3} \times (-u^{-3/2}/\Gamma(5/3) + (z_i-z_j)^{2/3} u^{-11/6} \times 2^{4/3} \times \Gamma(11/6)/\Gamma(1/2))\Big|_{x_{1i}}^{x_{2i}}\Big|_{y_{1i}}^{y_{2i}}; \quad (23)$$

б)

$$\mathrm{Re}(V_{zxy}^{(3,5+1+1)}) = J(2(z_i-z_j))^{7/2}/\Gamma(1/2)/u^3\Big|_{x_{1i}}^{x_{2i}}\Big|_{y_{1i}}^{y_{2i}}, \quad (24)$$

где *J* – интенсивность намагничивания горных пород.

Необходимо также привести формулы численного дифферинтегрирования, взятые из (1).

$$D_x^{\beta} V(x_j) = \sum_{i=0}^{[x_j/h]} (-1)^i V(x_j-ih) \times \frac{\Gamma(\beta+1)}{h^{\beta}\Gamma(i+1)\Gamma(\beta-i+1)}; \quad (25)$$

$$D_x^{-\beta} V(x_j) = \sum_{i=0}^{[x_j/h]} h^{\beta} V(x_j-ih) \times \frac{\Gamma(\beta+i)}{\Gamma(i+1)\Gamma(\beta)}, \quad (26)$$

где *h* – интервал между точками наблюдения поля.

Все выше приведенные формулы, вместе с (25)–(26), представляют собой полный и замкнутый комплекс интерпретации магнитного и гравитационного поля на основе дробного анализа.

Выводы. 1. Получена общая формула для производной функции от функции произвольного порядка, необходимая для разработки методов интерпретации поля на основе дробного анализа.

2. Приведенные формулы численного и теоретического анализа полностью обеспечивают выполнение количественной интерпретации гравитационного и магнитного поля с целью получения более содержательной информации о геологическом строении отдельных участков.

Перспективы дальнейших исследований. Необходимо создать соответствующие компьютерные программы для практической реализации приведенного здесь аппарата дробного анализа, а также выполнить моделирование с целью распознавания геологического строения участков и рудных залежей по мнимой и вещественной части используемых формул.

Список литературы / References

1. Васильев В.В. Дробное исчисление и аппроксимационные методы в моделировании динамических систем. Научное издание / В.В. Васильев, Л.А. Симак. // ИПМЭ им. Г.Е. Пухова НАНУ. – К.: НАН Украины, 2008. – 256 с.

Vasilev, V.V. and Simak, L.A. (2008), *Drobnoye ischisleniye i approksimatsyonnye metody v modelirovanii dinamicheskikh sistem* [Fractional Calculation and Approximative Methods in Modeling of Dynamic Systems], G.E. Pukhov IPME of NAS of Ukraine, Kiev, Ukraine.

2. Нахушев А.М. Дробное исчисление и его применение / А.М. Нахушев // КБГУ. – М.: Физматлит, 2003.– 272 с.

Nakhushev, A.M. (2003), *Drobnoye ischisleniye i yego primeneniye* [Fractional Calculation and Its Application], KBGU, Physmatlit, Moscow, Russia.

3. Podlubny, I. (1999), “Fractional Differential Equations”, *Mathematics in Science and Endineering*, Vol. 198, Academic Press, 340 p.

Мета. Підвищення пошуково-розвідувальних можливостей гравіметрії й магнітометрії за рахунок перетворення поля шляхом дробового диференціювання.

Методика. Для геологічних пошуків рудних покладів і вуглеводнів використовують рішення обернених задач по полю магнітних і гравіметричних зйомок. Однак, самі рішення є нестійкими й неоднозначними. Для геологічної інтерпретації рішень обернених задач використовують похідні вищих цілих порядків гравітаційного й магнітного потенціалу. Однак, пошукові можливості поля та його першої похідної по глибині сильно відрізняються й різко падають із глибиною, а по другій і третій похідній поля взагалі не вдається виділити об’єкти на глибинах більше 1000 м. Пошукові можливості можна збільшити, якщо взяти декілька дробових похідних поля між нульовим і першим порядками. Більше того, похідні цілих порядків є лінійно залежними між собою функціями і кожна нова похідна майже не додає геологічної інформації. А сусідні похідні дробового порядку, навпаки, є лінійно незалежними й забезпечують однозначність рішення обернених задач, збільшуючи їх пошукові можливості. Дробовий аналіз в інших галузях науки й техніки вже відомий і застосовується більше 200 років. Практично дробові похідні поля обчислюються авторами по майданному полю з використанням формул Грюнвальда-Лєтнікова.

Результати. Для кількісної інтерпретації поля немає відповідних рішень прямих задач гравіметрії й магнітометрії через відсутність загальної формули потенціалу похідної n-ого порядку. Автори вивели цю формулу та з її допомогою вирішили кілька прямих задач для дробових похідних поля з метою їх застосування на практиці.

Наукова новизна. Теорія гравітаційного й магнітного потенціалу розширена на область дробових порядків диференціювання, чим створений додатковий інструмент для підвищення можливостей магнітних і гравітаційних зйомок у пошуково-розвідувальних цілях.

Практична значимість. Створено умови та математичні інструменти для більш змістовного й розширеного дослідження окремих геологічних ділянок методами гравіметрії й магнітометрії.

Ключові слова: *пошуки руд і вуглеводнів, гравіметрія, магнітометрія, дробові похідні потенціалу, дробовий аналіз*

Purpose. To increase explorative possibilities of gravimetry and magnetometry through the transformation of the field by fractional differentiation.

Methodology. For ore and hydrocarbon deposits prospecting we use solutions of inverse problems of the field of magnetic and gravimetric surveys. However, the solutions are unstable and ambiguous. For increase of geological pithiness of the solutions of the inverse problems we use derivatives of the higher order integer of gravitational and magnetic potential. However, prospecting possibilities of a field and its first-order derivative on depth strongly differ and become worse with depth, and the second-order and third-order derivatives of the field do not allow determining objects at a depth more than 1000 m at all. In order to increase the prospecting possibilities it is possible to take some fractional derivatives of the field between zeroth order and the first order. Moreover, derivatives of the integral orders are functions linearly dependent to each other. And each new derivative almost doesn’t add any geological information. But the close derivatives of the fractional order, on the contrary, are linearly independent and provide unambiguity of the solutions of the inverse problems, and improve their prospecting possibilities. The fractional analysis is already known for more than 200 years and widely applied in other fields of science and techniques. In practice fractional derivative fields were calculated by authors for the field using formulas of Grunwald-Letnikov.

Findings. For quantitative interpretation of the field we didn’t have corresponding solutions of direct problems of gravimetry and magnetometry because of the lack of the general formula of potential of derivative of nth order. Authors have deduced the formula and have solved some direct problems for fractional derivatives of the field for the purpose of their application in practice.

Originality. The theory of gravitational and magnetic potential has been expanded on the area of fractional orders of differentiation. This gives us the additional tool to increase possibilities of magnetic and gravitational survey with prospecting purposes.

Practical value. Opportunities and mathematical tools for more substantial and enhanced research of separate geological sites by methods of gravimetry and magnetometry have been created.

Keywords: *ores and hydrocarbons prospecting, gravimetry, magnetometry, fractional derivatives of potential, fractional analysis*

Рекомендовано до публікації докт. геол. наук І.С. Паранько. Дата надходження рукопису 23.04.12.