

П.А. Миненко

СОВМЕСТНАЯ ИНТЕРПРЕТАЦИЯ ГРАВИТАЦИОННОГО И МАГНИТНОГО ПОЛЕЙ МЕТОДОМ ПОИСКА ОБЩИХ ГЛУБИННЫХ ТОЧЕК

Розроблено ітераційний метод розв'язку лінійно-нелінійної оберненої задачі гравіметрії та магнітометрії на основі сумісного використання в одному критерії та в одній ітерації обох полів. Наведено приклади сумісної інтерпретації гравітаційного та магнітного полів, вимірюваних в Західному Кривбасі.

Разработан итерационный метод решения линейно-нелинейной обратной задачи гравиметрии и магнитометрии на основе совместного применения в одном критерии и в одной итерации двух полей. Приведены примеры интерпретации гравитационного и магнитного полей, измеренных в Западном Кривбассе.

Created an iterative method of the decision of a linear-nonlinear return problem gravity and magnetic on the basis of joint application in one iteration and in one iteration of both types of physical fields. Examples of interpretation of the gravitational and magnetic fields, measured in the Western Krivbass are resulted.

Известны методы решения обратной линейно-нелинейной задачи гравиметрии (ОЛНЗГ) или магнитометрии (ОЛНЗМ) по одному физическому полю [1, 2], в том числе для нескольких интерпретационных сеточно-блоковых слоистых моделей (ИСБСМ), объединенных под одним критерием оптимизации (КО) [3].

Представляет практический интерес метод совместного решения объединенной обратной линейно-нелинейной задачи гравиметрии и магнитометрии (ОЛНЗГМ). Известные методы решения этой задачи или дают неустойчивое решение или основаны на использовании техногенно-геофизических критериев, что связано с привлечением информации по третьим методам [4] и требует дополнительных затрат.

Целью настоящей работы является создание метода решения ОЛНЗГМ, используя только информацию по гравиметрии и магнитометрии.

Поставленная цель достигается тем, что в фильтративном методе решения ОЛНЗГ для двух конгруэнтных ИСБСМ, объединенных одним общим КО [3], в одной модели находят неизвестные аномальные плотности (АП) блоков горных пород по полю силы тяжести (ПСЖ), а в другой – интенсивности их намагничивания (ИН) по магнитному полю (МП). В результате получают новую ИСБСМ, содержащую два поля и два вектора начальных условий по АП и ИН при одних и тех же размерах блоков и глубин до них. В дальнейшем, при построении методов решения обратных задач (ОЗ) будем придерживаться обозначений, изложенных в [3, 5, 6]. Поэтому известные формулы и обозначения запишем в кратком перечислении без подробных пояснений:

а) итерационные формулы для АП ($\sigma_{i,n,1}$), ИН ($J_{i,n,2}$) и глубин ($h_{i,n}$) до границ слоев с итерационными коэффициентами (ИтК) ($\tau_{1,n+1}, \tau_{2,n+1}, \mu_{n+1}$) и итерационными поправками (ИП) ($B_{i,n,1}; B_{i,n,2}; C_{i,n}; I = 1, M$), вычисляемыми на каждой итерации с номером n :

$$\sigma_{i,n+1,1} = \sigma_{i,n,1} - \tau_{1,n+1} B_{i,n,1};$$

$$B_{i,n,1} = \sum_i a_{ij,n,1} r_{j,n,1} / \lambda_{i,1} \lambda_{j,1};$$

$$J_{i,n+1,2} = J_{i,n,2} - \tau_{2,n+1} B_{i,n,2};$$

$$B_{i,n,2} = \sum_i b_{ij,n,2} r_{j,n,2} / \lambda_{i,2} \lambda_{j,2};$$

$$h_{i,n+1} = h_{i,n} - \mu_{n+1} C_{i,n};$$

$$C_{i,n} = \sum_i b_{ij,n,2} r_{j,n,2} / \lambda_{i,2} \lambda_{j,2};$$

$$\lambda_{i,1} = \sum_i |a_{i,j,1}|;$$

$$\lambda_{j,1} = \sum_j |a_{i,j,1}|;$$

$$\lambda_{i,2} = \sum_j |b_{i,j,2}|;$$

$$\lambda_{j,2} = \sum_i |b_{i,j,2}|;$$

б) элементы матриц решения прямых задач гравиметрии $a_{ij,n,1}, b_{ij,n,1} = (a_{ij,n,1})'_z, c_{ij,n,1} = (b_{ij,n,1})'_z$ и магнитометрии $b_{ij,n,2} = (a_{ij,n,2})'_z, c_{ij,n,2} = (b_{ij,n,2})'_z$, вычисляемые на каждой n -й итерации, и формулы связи для них на соседних итерациях:

$$a_{ij,n+1,1} = a_{ij,n,1} + \mu_{n+1} b_{ij,n,1} C_{i,n};$$

$$b_{ij,n+1,2} = b_{ij,n,2} + \mu_{n+1} c_{ij,n,2} C_{i,n};$$

в) невязки $r_{j,n,1}$ и $r_{j,n+1,1}$ гравитационного поля $g_{j,1}$ ($j=1, N$) (измеренного в N точках), вычисляемые на смежных итерациях по формулам:

$$r_{j,n,1} = \sum_i a_{i,j,1} \sigma_{i,n,1} - g_{j,1};$$

$$r_{j,n+1,1} = r_{j,n,1} + \mu_{n+1} \beta_{j,1} -$$

$$- \tau_{n+1,1} \gamma_{j,1} - \mu_{n+1} \tau_{n+1,1} \beta_{1,j,1};$$

$$\begin{aligned} \beta_{j,1} &= \sum_i b_{i,j,1} C_{i,n} \sigma_{i,n,1}; \\ \beta_{1j,1} &= \sum_i b_{i,j,n,1} C_{i,n} B_{i,n,1}; \\ \gamma_{j,1} &= \sum_i a_{i,j,1} B_{i,n,1} \end{aligned}$$

и невязки $r_{j,n,2}$ и $r_{j,n+1,2}$ магнитного поля $Z_{aj,2}$ ($j=1, N$) (измеренного в N точках), вычисляемые на смежных итерациях по формулам:

$$\begin{aligned} r_{j,n,2} &= \sum_i b_{i,j,2} J_{i,n,2} - Z_{aj,2}; \\ r_{j,n+1,2} &= r_{j,n,2} + \mu_{n+1} \beta_{j,2} - \\ &\quad - \tau_{n+1,2} \gamma_{j,2} - \mu_{n+1} \tau_{n+1,2} \beta_{1j,2}; \\ \beta_{j,2} &= \sum_i c_{i,j,2} C_{i,n} J_{i,n,2}; \\ \beta_{1j,2} &= \sum_i c_{i,j,2} C_{i,n} B_{i,n,2}; \\ \gamma_{j,2} &= \sum_i c_{i,j,2} B_{i,n,2}; \end{aligned}$$

г) частные критерии оптимизации (ЧКО) на $n+1$ -й итерации:

$$\begin{aligned} F_{B,1} &= \sum_i B_{i,n+1,1}^2; \quad F_{B,2} = \sum_i B_{i,n+1,2}^2; \\ F_{r,1} &= \sum_j r_{j,n+1,1}^2; \quad F_{r,2} = \sum_j r_{j,n+1,2}^2. \end{aligned}$$

С учетом подстановок и преобразований ЧКО с индексами 1 (для гравитационного поля) и 2 (для магнитного) абсолютно одинаковы. Поэтому дальше распишем ЧКО и их частные производные без индексов принадлежности к полю:

$$\begin{aligned} F_r &= \sum_j (r_{j,n+1})^2 = \sum_j (r_{j,n} + \\ &\quad + \mu_{n+1} \beta_{j,n} - \tau_{n+1} \gamma_{j,n} - \mu_{n+1} \tau_{n+1} \beta_{1j,n})^2; \\ F_B &= \sum_i B_{i,n+1}^2 = \sum_i (B_{i,n} + \mu_{n+1} D_{1,i,n} - \\ &\quad - \tau_{n+1} D_{2,i,n} - \mu_{n+1} \tau_{n+1,x} D_{3,i,n})^2, \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} D_{1,i,n} &= \sum_j (a_{i,j,n} \beta_{j,n} + b_{i,j,n} C_{i,n} r_{j,n}) / (\lambda_i \lambda_j); \\ D_{2,i,n} &= \sum_j \gamma_{j,n} a_{i,j,n} / (\lambda_i \lambda_j); \\ D_{3,i,n} &= \sum_j (a_{i,j,n} \beta_{1j,n} + b_{i,j,n} C_{i,n} \gamma_{j,n}) / (\lambda_i \lambda_j); \\ D_{4,i,n} &= \sum_j (\beta_{j,n} b_{i,j,n} C_{i,n}) / (\lambda_i \lambda_j); \end{aligned}$$

Введем обозначения:

$$\begin{aligned} B_{11} &= (D_{1,i,n}, D_{1,i,n}); \quad B_{12} = (D_{1,i,n}, D_{2,i,n}); \\ B_{22} &= (D_{2,i,n}, D_{2,i,n}); \quad B_{14} = (D_{1,i,n}, B_{i,n}); \\ B_{24} &= (D_{2,i,n}, B_{i,n}); \quad B_{34} = (D_{3,i,n}, B_{i,n}); \\ B_{44} &= (B_{i,n}, B_{i,n}); \quad d_{13} = (\beta_{j,n}, \beta_{1j,n}); \\ d_{24} &= (r_{j,n}, \gamma_{j,n}); \quad d_{12} = (\beta_{j,n}, \gamma_{j,n}); \\ d_{34} &= (r_{j,n}, \beta_{1j,n}); \quad d_{1234} = d_{12} + d_{34}; \\ d_{22} &= (\gamma_{j,n}, \gamma_{j,n}); \quad d_{44} = (r_{j,n}, r_{j,n}); \\ d_{11} &= (\beta_{j,n}, \beta_{j,n}); \quad d_{23} = (\gamma_{j,n}, \beta_{1j,n}). \end{aligned}$$

Запишем ЧКО и частные производные от них, ограничиваясь линейными членами:

$$\begin{aligned} F_r &= d_{44} + 2 \mu_{n+1} d_{14} - 2 \tau_{n+1} d_{24}; \\ (F_r)'_{\mu_{n+1}} &= d_{24} + \mu_{n+1} d_{1234} - \tau_{n+1} d_{22}; \\ (F_r)'_{\tau_{n+1}} &= d_{14} + \mu_{n+1} d_{11} - \tau_{n+1} d_{1234}; \\ F_B &= B_{44} + 2 \mu_{n+1} B_{14} - 2 \tau_{n+1} B_{24}; \quad B_{1234} = B_{12} + B_{34} \\ (F_B)'_{\tau_{n+1}} &= B_{24} + \mu_{n+1} B_{1234} - \tau_{n+1} B_{22}; \\ (F_B)'_{\mu_{n+1}} &= B_{14} + \mu_{n+1} B_{11} - \tau_{n+1} B_{1234}. \end{aligned} \quad (1)$$

Учитывая, что

$$\begin{aligned} d_{22,1} &= (\gamma_{j,n,1}, \gamma_{j,n,1}); \quad d_{44,1} = (r_{j,n,1}, r_{j,n,1}); \\ d_{22,2} &= (\gamma_{j,n,2}, \gamma_{j,n,2}); \quad d_{44,2} = (r_{j,n,2}, r_{j,n,2}); \\ B_{11,1} &= (D_{1,i,n,1}, D_{1,i,n,1}); \quad B_{12,2} = (D_{1,i,n,2}, D_{2,i,n,2}) \end{aligned}$$

и т.д., из ЧКО составим общий КО для ООЛНЗГМ:

$$\Phi_{B,r} = F_{B,1} F_{r,2} + F_{B,2} F_{r,1} = \min; \quad (2)$$

Дифференцируя (2) по ИтК, получим систему уравнений для их определения:

$$\begin{aligned} (\Phi_{B,r})'_{\mu_{n+1}} &= (F_{B,1})'_{\mu_{n+1}} F_{r,2} + \\ &\quad + (F_{B,2})'_{\mu_{n+1}} F_{r,1} + \\ &\quad + F_{B,1} (F_{r,2})'_{\mu_{n+1}} + F_{B,2} (F_{r,1})'_{\mu_{n+1}} = 0; \\ (\Phi_{B,r})'_{\tau_{n+1,1}} &= (F_{B,1})'_{\tau_{n+1,1}} F_{r,2} + \\ &\quad + F_{B,2} (F_{r,1})'_{\tau_{n+1,1}} = 0; \\ (\Phi_{B,r})'_{\tau_{n+1,2}} &= (F_{B,2})'_{\tau_{n+1,2}} F_{r,1} + \\ &\quad + F_{B,1} (F_{r,2})'_{\tau_{n+1,2}} = 0. \end{aligned} \quad (3)$$

Подставляя (1) в (3) и группируя коэффициенты при неизвестных ИтК, получим систему 3-х уравнений:

$$\begin{aligned} T_{k,1} (-\mu_{n+1}) + T_{k,2} \tau_{n+1,1} + \\ + T_{k,3} \tau_{n+1,2} = T_{k,0}; \quad k = 1, 2, 3, \end{aligned} \quad (4)$$

где

$$\begin{aligned}
 T_{1,0} &= d_{44,1}B_{14,2} + d_{44,2}B_{14,1} + \\
 &+ B_{44,2}d_{14,1} + d_{14,2}B_{44,1}; \\
 T_{2,0} &= d_{44,2}B_{24,1} + B_{44,2}d_{24,1}; \\
 T_{3,0} &= B_{44,1}d_{24,2} + B_{24,2}d_{44,1}; \\
 T_{1,1} &= d_{44,2}B_{11,1} + 4d_{14,2}B_{14,1} + \\
 &+ d_{11,2}B_{44,1} + d_{44,1}B_{11,2} + \\
 &+ 4d_{14,1}B_{14,2} + d_{11,1}B_{44,2}; \\
 T_{2,1} &= d_{44,2}B_{1234,1} + 2d_{14,2}B_{24,1} + \\
 &+ d_{1234,1}B_{44,2} + 2d_{24,1}B_{14,2}; \\
 T_{3,1} &= d_{44,1}B_{1234,2} + 2d_{14,1}B_{24,2} + \\
 &+ d_{1234,2}B_{44,1} + 2d_{24,2}B_{14,1}; \\
 T_{3,2} &= 2d_{24,1}B_{24,2} + 2d_{24,2}B_{24,1}; \\
 T_{1,2} &= T_{2,1}; T_{1,3} = T_{3,1}; T_{2,3} = T_{3,2}; \\
 T_{2,2} &= d_{22,1}B_{44,2} + d_{44,2}B_{22,1}; \\
 T_{3,3} &= d_{22,2}B_{44,1} + d_{44,1}B_{22,2}.
 \end{aligned}
 \tag{5}$$

Решая систему (4) с учетом (5), вычислим все ИтК для итерационных формул с номером $n + 1$. Аналогично разработаем метод для более простого критерия

$$\Phi_{B_{1,B_2}} = F_{B_{,1}} F_{B_{,2}} = \min; \tag{6}$$

Дифференцируя (6) по ИтК, получим систему уравнений для их определения:

$$\begin{aligned}
 (\Phi_{B_{1,B_2}})'_{\mu_{n+1}} &= (F_{B_{,1}})'_{\mu_{n+1}} F_{B_{,2}} + \\
 &+ (F_{B_{,2}})'_{\mu_{n+1}} F_{B_{,1}} = 0; \\
 (\Phi_{B_{1,B_2}})'_{\tau_{n+1,1}} &= (F_{B_{,1}})'_{\tau_{n+1,1}} = 0; \\
 (\Phi_{B_{1,B_2}})'_{\tau_{n+1,2}} &= (F_{B_{,2}})'_{\tau_{n+1,2}} = 0.
 \end{aligned}
 \tag{7}$$

Подставляя (1) в (7) и группируя коэффициенты при неизвестных ИтК, получим систему 3-х уравнений:

$$\begin{aligned}
 U_{k,1}(-\mu_{n+1}) + U_{k,2}\tau_{n+1,1} + \\
 + U_{k,3}\tau_{n+1,2} = U_{k,0}; k = 1, 2, 3,
 \end{aligned}
 \tag{8}$$

где

$$\begin{aligned}
 U_{1,0} &= B_{44,1}B_{14,2} + B_{44,2}B_{14,1}; \\
 U_{2,0} &= B_{24,1}; U_{3,0} = B_{24,2}; \\
 U_{1,1} &= B_{44,2}B_{11,1} + 4B_{14,2}B_{14,1} + B_{44,1}B_{11,2}; \\
 U_{2,2} &= B_{22,1}; U_{3,3} = B_{22,2}; \\
 U_{1,2} &= B_{44,2}B_{1234,1} + 2B_{14,2}B_{24,1}; \\
 U_{1,3} &= B_{44,1}B_{1234,1} + 2B_{24,2}B_{14,1}; \\
 U_{2,1} &= B_{1234,1}; U_{3,1} = B_{1234,2}; U_{2,3} = U_{3,2} = 0;
 \end{aligned}
 \tag{9}$$

Решая систему (8) с учетом (9), вычислим все ИтК для итерационных формул с номером $n + 1$.

Приведенные методы являются линеаризованными и требуют предварительного решения обратной задачи даже с самыми большими погрешностями, например, любым из методов, изложенных в [1-3]. Автором в последнее время разработан ряд более эффективных методов решения ОЗ, которые на одной итерации дают серию решений для установления различных свойств геологической среды. Приведем в компактном виде три таких метода, которые используются отдельно для решения ОЛНЗГ или ОЛНЗМ. Составим общие КО для каждого метода:

$$\Phi_1 = F_r / F_\sigma = \min; \tag{10}$$

$$\Phi_2 = F_r F_\sigma = \min; \tag{11}$$

$$\Phi_3 = F_r = \min, \tag{12}$$

где
$$F_\sigma = \sum_i (\sigma_{i,n} - \tau_{n+1} B_{i,n})^2; \tag{13}$$

Дифференцируя (10-12) по $\mu_{n+1,t}$ и $\tau_{n+1,t}$ ($\Phi_i; t = 1, 2, 3$), получим три системы по два уравнения для определения всех ИтК из (10)-(12):

$$U_{k,1}(-\mu_{n+1,t}) + U_{k,2}\tau_{n+1,t} = U_{k,0}, \tag{14}$$

где
$$U_{1,0} = d_{14} S_0 - \lambda_t d_{44} S_1; \tag{15}$$

$$U_{1,1} = d_{12} S_0 - 2\lambda_t d_{24} S_1; \tag{16}$$

$$U_{1,2} = d_{11} S_0 + 2d_{14} S_1 - \tag{17}$$

$$-\lambda_t (2d_{12} S_1 + B_{44} d_{44});$$

$$S_0 = (\sigma_{i,n}, \sigma_{i,n}); S_1 = (\sigma_{i,n}, B_{i,n});$$

$$U_{2,0} = d_{24}; U_{2,1} = d_{22}; U_{2,2} = d_{12};$$

В (14)-(17) $\lambda_1 = 1$ для критерия (10); $\lambda_2 = -1$ для критерия (11); $\lambda_3 = 0$ для критерия (12).

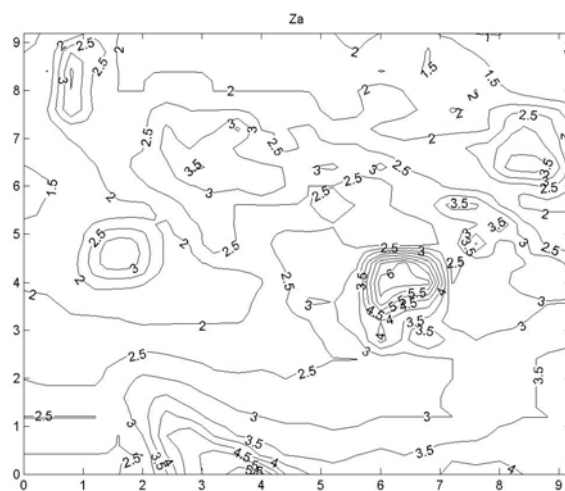


Рис. 1. Карта неосредненного магнитного поля

Такая компактная форма метода позволяет по од-
ними тем же промежуточным суммам искать реше-
ния обратных задач с наперед заданными свойства-
ми, например, положение границ горных пород с ма-
ксимальными скачками плотности или границ, для
которых невязки поля минимальные.

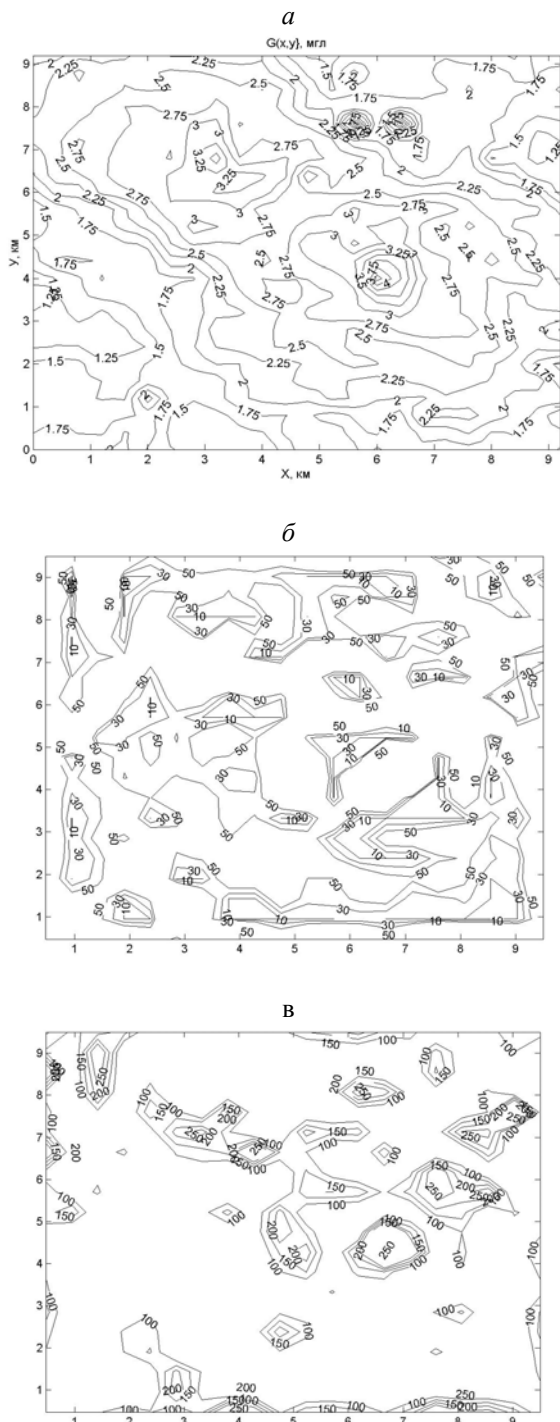


Рис. 2: а – карта неосредненного гравитационного поля; б, в – результаты совместного решения объединенной обратной задачи гравиметрии и магнитометрии: карты глубин до границы первого аномального слоя в интервалах 10-50 и 100-250 м

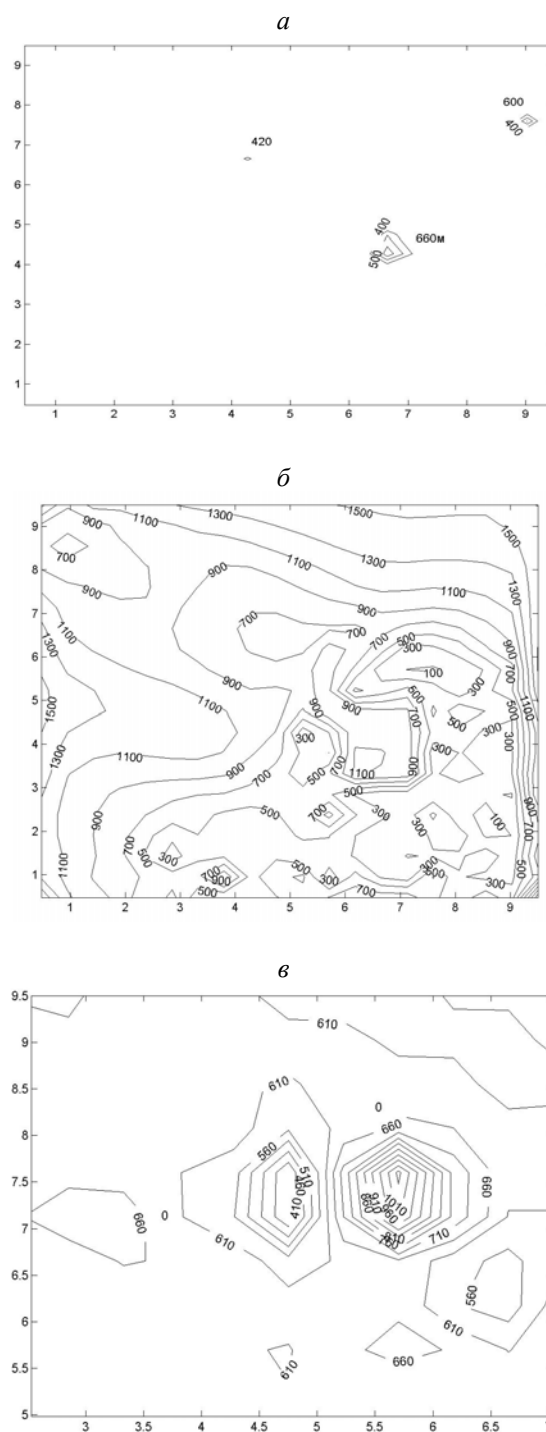


Рис. 3. Результаты решения ООЛНЗГМ: а – карта максимумов глубин до границы первого слоя в интравле 400-660 м; б – карта глубин до границы второго слоя; в – карта детализации глубин до второго аномального слоя

На рис. 1-5 приведено несколько примеров реше-
ния ОЗ изложенными методами. Плавные конфи-
гурации изолиний глубин свидетельствует о высокой
устойчивости полученных решений ОЗ, а точность
программного подбора неосредненного поля 7-10 нТ
и 0,053-0,132 мгл свидетельствует о высокой надеж-
ности разработанных методов.

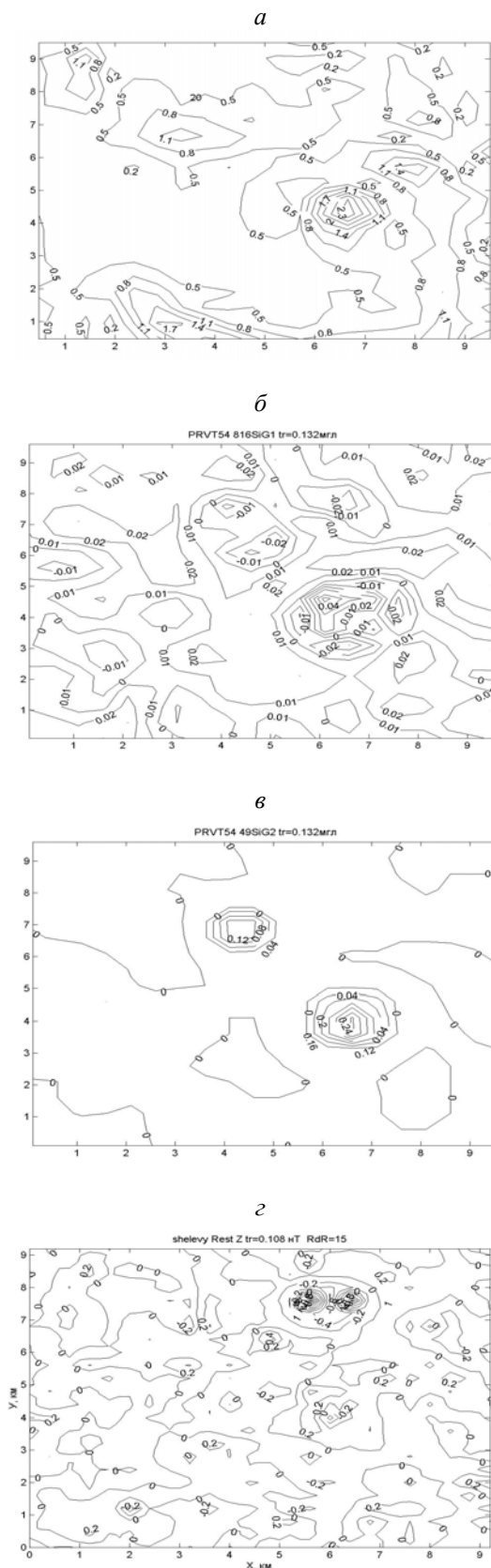


Рис. 4. Результаты совместного решения ООЛНЗГМ: а – карта интенсивности намагничивания второго слоя; б, в – карты аномальной плотности первого и второго слоев; г – карта остатков поля силы тяжести

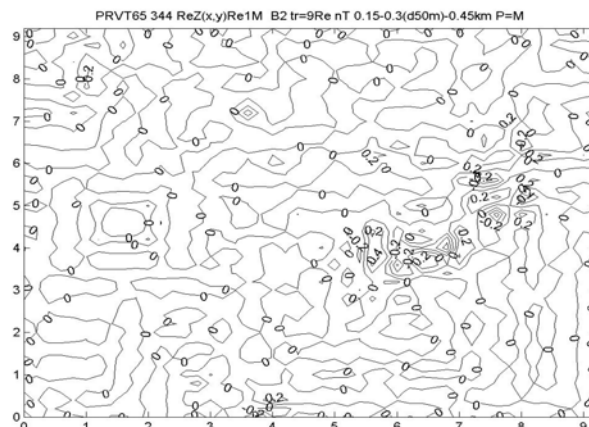


Рис. 5. Результаты совместного решения ООЛНЗГМ: карта остатков магнитного поля

На всех картах горизонтальные расстояния указаны в км, глубины – в м, изодинамы – в нТ, изоаномалы – в мгл, изолинии плотности – в г/см³, изолинии ИН – в сотнях относительных единиц интенсивности намагничивания (о.е.).

Используя устойчивые фильтрационные методы, можно получить геологически содержательное решение нелинейной обратной задачи, объединяющей под одним критерием оптимизации гравитационное и магнитное поле.

Список литературы

1. Миненко П.А. Методы и критерии оптимизации устойчивых решений обратной задачи глубинной морской гравиметрии // Науковий вісник НГУ. – 2007. – № 11. – С. 83-91.
2. Миненко П.А. Исследование кристаллического фундамента линейно-нелинейными методами магнитометрии и гравиметрии // Геоінформатика. – 2006. – № 4. – С. 41-45.
3. Миненко П.А. Обратная задача гравиметрии в классе интерпретационных моделей // Науковий вісник НГУ. – 2008. – № 8. – С. 73-76.
4. Продайвода Г.Т., Грищук П.І. Гравімагнітний метод геокартування структурно-речовинних комплексів Українського щита // Вісник Київського нац. ун-ту ім. Тараса Шевченка. – К. – 2007. – Вип. 41. – С. 7-10.
5. Миненко П.А. Метод общей глубинной точки в обратной линейной задаче гравиметрии // Науковий вісник НГУ. – 2008. – № 1. – С. 53-55.
6. Миненко П.А. Проблемы обратной задачи трехкомпонентной магнитометрии при исследованиях на Украинском кристаллическом щите // Науковий вісник НГУ. – 2006. – № 12. – С. 23-27.

Рекомендовано до публікації к.т.н. О.Г. Бондаруком 03.11.09