

О.В. Коваленко

АНАЛІТИЧНІ УМОВИ ЗРІВНОВАЖЕННЯ КУЛЬОВИМ (РОЛИКОВИМ) АВТОБАЛАНСИРОМ ДИСКА РУЧНОЇ ШЛІФУВАЛЬНОЇ МАШИНИ НА КУЛІСІ

O.V. Kovalenko

ANALYTICAL TERMS OF PORTABLE GRINDER DISK BALANCING BY MEANS OF ROLLER-TYPE AUTOBALANCER ON ROTATING LINK

Побудована математична модель руху ручної шліфувальної машини, встановленої на кулісу, яку тримає циліндричний в'язко-пружний шарнір, диск якої зрівноважується кульовим (роликівим) автобалансиром. Знайдені умови існування та настання режиму автобалансування.

Ключові слова: автобаланси́р, зрівноважування, дисбаланс, диск, ручна шліфувальна машина

Вступ. Ручні шліфувальні машини (РШМ) знайшли широке застосування у машино- і кораблебудуванні, будівництві тощо. При їх експлуатації виникають значні складові вібрації від нерівноваженості дисків. Для боротьби з ними фірми виробники РШМ застосовують кульові автобалансири (АБ), які дозволяють на ходу відслідковувати і зрівноважувати дисбаланс диска, що забезпечує значне зменшення відповідних складових вібрацій.

Процес усунення АБ дисбалансу диска РШМ досліджувався у рамках різних математичних моделей у роботах Агафонова Ю.В., Гольштейна Б.Г. [1–3], Клавдієва С.Н. [4], Нестеренка В.П. [5], Пашкової Л.А. [6], Філімоніхіна Г.Б. [7], Emanuelsson S. [8], Miwa T, Suzuki K, Miwa T, Suzuki K, Kawaguchi T, Kawakami Y, Ohtsu S. [9], Rajalingham C., Rakheja S. [10] та інших вчених. Але за наявними матеріалами на сьогодні теоретично не досліджена можливість зрівноваження АБ дисків РШМ при закріпленні корпусу машини на кулісі, яку тримає циліндричний в'язко-пружний шарнір. Саме так кріпиться РШМ на спеціальній станині при нарізанні прутків, кахлю, арматури тощо. Тому у цій роботі будуватиметься відповідна математична модель РШМ з АБ і

у її рамках визначаються аналітичні умови існування та настання режиму автобалансування.

Опис моделі РШМ і АБ. Модель системи зображена на рис. 1. Корпус РШМ прикріплений до куліси, що може повертатися навколо осі, що перпендикулярна рисунку і проходить через точку O . Осьовий момент інерції корпусу і куліси $J_O^{(кор)}$ відносно цієї осі. Відрізний (шліфувальний) диск має радіус R , масу m_d , осьовий момент інерції $J_K^{(d)}$ відносно осі, що перпендикулярна площині і проходить через його геометричний центр – точку K . Центр мас диска також у точці K . Диск обертається відносно корпусу РШМ із сталою кутовою швидкістю ω . Введемо нерухому праву прямокутну декартову систему координат Oxy , в якій вісь x виходить з точки O і проходить через центр диска непрацюючої РШМ. Кут повороту куліси з корпусом РШМ π визначатимемо як кут між осями x і $u\mathfrak{X}$ де вісь $u\mathfrak{X}$ виходить з точки O і проходить через точку K . Введемо рухому праву прямокутну декартову систему координат Ouv , у якій вісь u виходить з точки K і співнаправлена з віссю $u\mathfrak{X}$

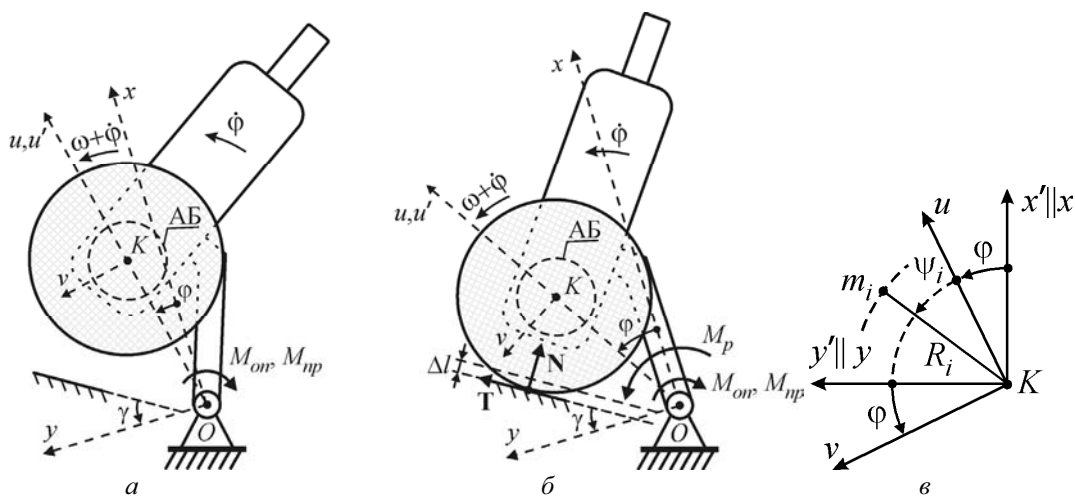


Рис. 1. Математична модель АБ і РШМ на кулісі

При поворотах куліси на неї діють пружний оновлюючий момент і момент сил в'язкого опору:

$$M_{np} | c_{ul} l^2 \dot{\pi}, M_{on} | h_{ul} l^2 \ddot{\pi}, l | |OK|,$$

де c_{ul}, h_{ul} – коефіцієнти жорсткості і в'язкості шарнірної опори, відповідно приведені до плеча l .

Режим холостого ходу РШМ показаний на рис. 1, а. При різанні периферією круга (рис. 1, б) на кулісу діє момент M_p , що забезпечує безвідривне притискання диска до поверхні, що обробляється. Коли диск тільки торкається поверхні, то $\pi | \pi_0$. Від тиску диска на поверхню вона прогинається на $\div l$ у нормальному напрямку щодо поверхні у точці контакту диска і поверхні, і виникає пружна нормальна щодо поверхні сила N . Також виникає дотична сила T . У теорії шліфування (різання) [11,12] сила N називається нормальною (радіальною), сила T – дотичною (тангенціальною, окружною). Припускаємо, що сила T підпорядковується закону сухого тертя Кулона, а сила N – закону Гука:

$$T | f_n N,$$

$$N | c_n \div l - c_n l (\pi - \pi_0) \sin(\gamma - \pi_0),$$

де f_n – коефіцієнт сухого тертя диска об поверхню (коефіцієнт абразивного різання, $f_n \{ 1 [12]$); c_n – коефіцієнт жорсткості поверхні у нормальному напрямку; γ – кут між віссю u і дотичною до поверхні у точці контакту диска з поверхнею. Зауважимо, що коефіцієнт c_n можна розглядати і як жорсткість технологічної системи ВППД (верстат – пристосування – інструмент – деталь), а деформацію $\div l$ частково відносити до круга [11].

У площині диска знаходиться АБ, складений з n корегувальних вантажів (КВ). Маса i -го КВ m_i і він рухається по кільцевій доріжці радіуса R_i (рис. 1, в). Як це прийнято у теорії пасивних АБ, вважається що КВ є матеріальними точками і вони на одній доріжці не заважають рухатися один одному. Положення i -го КВ відносно диска визначається: абсолютним кутом \dots_i , який відраховується між віссю u і віссю, що починається у точці K і проходить через цей КВ; відносним кутом ζ_i , який відраховується відносно диска, причому:

$$\dots_i | \varpi - 2 \zeta_i, / i | \overline{1, n} /.$$

Відносному рухові КВ перешкоджає сила в'язкого опору:

$$F_i^{(on)} | h_i v_i^{(sid)}, / i | \overline{1, n} /,$$

де h_i – коефіцієнт сили в'язкого опору,

$$v_i^{(sid)} | R_i (\dots_i - \varpi) | R_i \zeta_i.$$

– швидкість КВ відносно диска.

Дисбаланс диска створює нерухома щодо диска точкова маса m_0 . Її положення визначається абсолютним кутом \dots_0 , або відносним кутом $\zeta_0 | const, (\dots_0 | \varpi - 2 \zeta_0)$.

Диференціальні рівняння руху системи. Рівняння Лагранжа II роду дають такі диференціальні рівняння руху КГ

$$m_i [R_i (\dots_i - 2 \ddot{\pi}) - 2 l \ddot{\pi} \cos \dots_i - 2 l \dot{\pi}^2 \sin \dots_i] + 2 h_i R_i (\dots_i - \varpi) | 0, / i | \overline{1, n} /, \quad (1)$$

та корпусу РШМ:

– при холостому ході

$$\begin{aligned} \sum_{i=0}^n J_O - 2 \sum_{i=0}^n m_i R_i \cos \dots_i \ddot{\pi} + 2 h_{ul} l^2 \ddot{\pi} + c_{ul} l^2 \dot{\pi} - 2 \sum_{i=1}^n m_i R_i^2 \dots_i \ddot{\pi} - 2 \sum_{i=1}^n m_i R_i \dots_i \cos \dots_i - 4 \end{aligned} \quad (2)$$

$$4 \sum_{i=0}^n m_i R_i \dots_i^2 \sin \dots_i - 4 l \ddot{\pi} \sum_{i=0}^n m_i R_i \dots_i \sin \dots_i | 0;$$

– при різанні

$$\begin{aligned} \sum_{i=0}^n J_O - 2 \sum_{i=0}^n m_i R_i \cos \dots_i \ddot{\pi} + 2 h_{ul} l^2 \ddot{\pi} + c_{ul}^{(p)} l^2 \dot{\pi} - 2 \sum_{i=1}^n m_i R_i^2 \dots_i \ddot{\pi} - 2 \sum_{i=1}^n m_i R_i \dots_i \cos \dots_i - 4 \end{aligned} \quad (3)$$

$$4 \sum_{i=0}^n m_i R_i \dots_i^2 \sin \dots_i - 4 l \ddot{\pi} \sum_{i=0}^n m_i R_i \dots_i \sin \dots_i |$$

$$| M_p - 2 [l \sin Z - 2 f_n (R - l \cos Z)] c_n l \pi_0 \sin Z,$$

де:

$$J_O | J_O^{(kop)} - 2 J_K^{(d)} - 2 m_d l^2 - 2 \sum_{i=0}^n m_i (l^2 - 2 R_i^2),$$

$$Z | \nu - 2 \pi_0,$$

$$c_{ul}^{(p)} | c_{ul} - 2 c_n [\sin Z - 2 f_n (R / l - \cos Z)] \sin Z.$$

Умови існування режиму автобалансування. В усталеному режимі руху РШМ кут π не змінюється і КВ не рухаються відносно диска:

$$\pi | \tilde{\pi}, \dots_i | \varpi - 2 \zeta_i, / i | \overline{1, n} /,$$

де $\tilde{\pi}, \zeta_i, / i | \overline{1, n} /$ – сталі параметри. Тоді на цьому русі рівняння руху КВ (1) виконуються тотожно, а рівняння руху корпусу РШМ матимуть вигляд:

– при холостому ході РШМ

$$c_{ul} l^2 \ddot{\pi} - 4 \sum_{i=0}^n m_i R_i \varpi^2 \sin(\varpi - 2 \zeta_i) | 0; \quad (4)$$

– при різанні

$$c_{uu} l^2 \tilde{\pi}^2 [l \sin Z \sum_{i=1}^n f_n(R_i l \cos Z)] c_n l (\tilde{\pi}^2 4 \pi_0) \sin Z \sum_{i=1}^n 4 M_p \sum_{i=1}^n m_i R_i l \omega^2 \sin(\omega t \zeta_i) | 0 \quad (5)$$

Рівняння (4) буде виконуватися тоді і тільки тоді, коли:

$$\tilde{\pi} | 0, \quad \sum_{i=1}^n m_i R_i \cos \zeta_i | 0, \quad \sum_{i=1}^n m_i R_i \sin \zeta_i | 0.$$

Рівняння (5) виконуватиметься тоді і тільки тоді, коли:

$$c_{uu} l^2 \tilde{\pi}^2 \sum_{i=1}^n 2 [l \sin Z \sum_{i=1}^n f_n(R_i l \cos Z)] c_n l (\tilde{\pi}^2 4 \pi_0) \sin Z \sum_{i=1}^n 4 M_p | 0$$

$$\sum_{i=1}^n m_i R_i \cos \zeta_i | 0, \quad \sum_{i=1}^n m_i R_i \sin \zeta_i | 0.$$

Звідки знаходимо таке значення $\tilde{\pi}$ на усталеному русі при різанні:

$$\tilde{\pi} | \frac{M_p \sum_{i=1}^n 2 [l \sin Z \sum_{i=1}^n f_n(R_i l \cos Z)] c_n l \pi_0 \sin Z}{c_{uu} l^2 \sum_{i=1}^n 2 [l \sin Z \sum_{i=1}^n f_n(R_i l \cos Z)] c_n l \sin Z}.$$

Для забезпечення тиску диска на поверхню, що обробляється, повинна виконуватися умова $\tilde{\pi} \geq \pi_0$, звідки знаходимо:

$$M_p \geq c_{uu} l^2 \pi_0$$

Перетворимо диференціальні рівняння (1), (3). Введемо кутове відхилення корпусу від автобалансувального положення:

$$\iota | \pi + 4 \tilde{\pi}.$$

Тоді диференціальні рівняння руху (1) і (3) матимуть, відповідно, вигляд:

$$m_i [R_i (\ddot{\iota} + 2 \ddot{\iota}) + 2 l \ddot{\iota} \cos \dots + 2 l \ddot{\iota} \sin \dots] + 2 h_i R_i (\ddot{\iota} + 4 \omega) | 0, \quad / i | \overline{1, n} /,$$

$$\sum_{i=1}^n J_O \sum_{i=1}^n 2 l \sum_{i=1}^n m_i R_i \cos \dots \left[\ddot{\iota} + 2 h_{uu} l^2 \ddot{\iota} + 2 c_{uu}^{(p)} l^2 \ddot{\iota} + 2 \sum_{i=1}^n m_i R_i^2 \ddot{\iota} + 2 \sum_{i=1}^n m_i R_i \ddot{\iota} \cos \dots + 4 \sum_{i=1}^n l \sum_{i=1}^n m_i R_i \ddot{\iota} \sin \dots \right] | 0. \quad (6)$$

Отже, диференціальні рівняння руху системи при різанні подібні до диференціальних рівнянь при холостому ході, тільки у режимі різання контакт з по-

верхнею, що обробляється, змінює сумарну жорсткість, що видно з рівняння (6).

Визначення умов настання автобалансування емпіричним (інженерним) критерієм. Відповідно до цього критерію [7] автобалансування наставатиме, коли буде виконуватися умова:

$$\frac{\omega}{2\phi} \int_0^{2\phi/\omega} r_K \epsilon dt \leq 0.$$

де r_K – вектор відхилення точки K від положення статичної рівноваги; ϵ – одиничний вектор, спрямований вздовж вектора елементарного дисбалансу. Вектор r_K визначається за умови, що КВ нерухомі щодо диска, знаходяться в околі автобалансувального положення, через що створюється незмінний елементарний дисбаланс диска. Застосуємо цей критерій відповідно до методики роботи [7].

Складемо диференціальне рівняння руху РШМ. Оскільки КВ знаходяться в околі автобалансувального положення, то виникає елементарний дисбаланс, що дорівнює:

$$ds_u | \sum_{i=1}^n m_i R_i \cos \zeta_i, \quad ds_v | \sum_{i=1}^n m_i R_i \sin \zeta_i$$

Через те, що диск симетричний, не обмежуючи загальності, можна вважати, що:

$$ds_u \geq 0, \quad ds_v \geq 0.$$

Тоді диференціальні рівняння руху корпусу (2) чи (6) приймуть вигляд:

$$(J_O + 2 \sum_{i=1}^n l ds_u \cos \omega t) \ddot{z} + h_{uu} l^2 \dot{z} + 2 c l^2 z + 4 (2 \sum_{i=1}^n \omega^2) l ds_u \sin \omega t | 0, \quad (7)$$

де:

– при холостому ході РШМ

$$z | \pi, \quad c | c_{uu};$$

– при різанні

$$z | \iota, \quad c | c_{uu}^{(p)}.$$

Поділимо рівняння (7) на J_O . Введемо позначення:

$$\kappa | l ds_u / J_O, \quad h | h_{uu} l^2 / (2 J_O), \quad \omega_0^2 | c l^2 / J_O.$$

Для двох режимів руху РШМ одержимо:

$$\ddot{z} (1 + 2 \kappa \cos \omega t) + 2 \dot{z} (h + 4 \omega \sin \omega t) + 2 \omega_0^2 z | \omega^2 \kappa \sin \omega t. \quad (8)$$

Це – звичайне лінійне неоднорідне диференціальне рівняння 2-го порядку із періодичними коефіцієнтами і малим параметром κ

Відповідно до теорії коливань механічних систем [13–15], у такій системі можуть існувати параметричні резонанси.

Будемо шукати частинний розв'язок диференціального рівняння (8), який з часом не згасне. Саме такий рух буде з часом встановлюватися незалежно від початкових умов, за умови, що асимптотично стійкий тривіальний розв'язок однорідного рівняння, відповідає рівнянню (8).

Застосовуємо метод прямого розкладання розв'язку диференціального рівняння за степенями малого параметра [15]. Шукаємо z у вигляді такого ряду:

$$z = \kappa_1 z_1 + \kappa_2 z_2 + \kappa_3 z_3 + \dots \quad (9)$$

Подамо диференціальне рівняння (8) у вигляді:

$$\ddot{z} + 2h\dot{z} + \omega_0^2 z = 42\kappa \frac{d}{dt}(\dot{z} \cos \omega t) + \omega^2 \kappa \sin \omega t \quad (10)$$

Підставляємо ряд (9) у диференціальне рівняння (10) і збираємо коефіцієнти при однакових степенях κ одержуємо:

$$\begin{aligned} \kappa^1: \ddot{z}_1 + 2h\dot{z}_1 + \omega_0^2 z_1 &= \omega^2 \sin \omega t, \\ \dots \\ \kappa^i: \ddot{z}_i + 2h\dot{z}_i + \omega_0^2 z_i &= 42 \frac{d}{dt}(\dot{z}_{i-1} \cos \omega t), \\ \dots \end{aligned}$$

Це – нескінченна система рекурентних звичайних неоднорідних диференціальних рівнянь 2-го порядку із сталими коефіцієнтами.

З точністю до величин третього порядку малості включно частинний розв'язок неоднорідного рівняння (10) має вигляд:

$$\begin{aligned} z = & (\kappa M_1 + \kappa^3 M_{13}) \cos \omega t + (\kappa N_1 + \kappa^3 N_{13}) \sin \omega t + \\ & 2\kappa^2 (M_2 \cos 2\omega t + N_2 \sin 2\omega t) + \\ & 2\kappa^3 (M_3 \cos 3\omega t + N_3 \sin 3\omega t) + \dots, \quad (11) \end{aligned}$$

де точками позначені величини вищих порядків i

$$\begin{aligned} M_1 &= 4 \frac{2h\omega^3}{\omega_0^2 - \omega^2}, \quad N_1 = \frac{\omega^2(\omega_0^2 - 4\omega^2)}{\omega_0^2 - \omega^2}, \\ M_2 &= \frac{2\omega^2[(\omega_0^2 - 4\omega^2)M_1 + 4h\omega N_1]}{\omega_0^2 - 4\omega^2}, \\ N_2 &= \frac{2\omega^2[4h\omega M_1 + 2(\omega_0^2 - 4\omega^2)N_1]}{\omega_0^2 - 4\omega^2}, \\ M_{13} &= \frac{2\omega^2[(\omega_0^2 - 4\omega^2)M_2 + 2h\omega N_2]}{\omega_0^2 - \omega^2}, \\ N_{13} &= \frac{2\omega^2[2h\omega M_2 + 2(\omega_0^2 - 4\omega^2)N_2]}{\omega_0^2 - \omega^2}, \\ M_3 &= \frac{6\omega^2[(\omega_0^2 - 4\omega^2)M_2 + 6h\omega N_2]}{\omega_0^2 - 9\omega^2}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} N_3 &= \frac{6\omega^2[6h\omega M_2 + 2(\omega_0^2 - 4\omega^2)N_2]}{\omega_0^2 - 9\omega^2}, \\ & + (i) [\omega_0^2 - 4(i\omega)^2] + 24h^2(i\omega)^2. \end{aligned}$$

З одержаного розв'язку видно, що за відсутністю сил в'язкого опору ($h = 0$):

– у РШМ існує нескінченна кількість резонансних частот, при яких $\omega = 0$, тобто коли

$$\omega = \omega_0 / i, \quad i = 1, 2, \dots;$$

– коли $\omega \ll \omega_0 / i$, то головною складовою вимушених коливань стає ($M_i = 0$)

$$\kappa^i N_i \sin i\omega t \sim \kappa^i N_i \sin \omega_0 t;$$

– прояву резонансів заважає сила в'язкого опору у шарнірі, чим більша ця сила, тим менші коливання при резонансах.

Визначаємо умову настання автобалансування. В проекціях на осі u, v :

$$r_K = (0, lz)^T, \quad \epsilon = (\cos \omega t, \sin \omega t)^T.$$

Тоді:

$$r_K \cdot \epsilon = lz \sin \omega t,$$

$$\frac{\omega}{2\phi} \int_0^{2\pi/\omega} r_K \cdot \epsilon dt = \frac{\kappa}{2} (N_1 + \kappa^2 N_{13} + \dots) \neq 0.$$

З точністю до величин першого порядку малості умова настання автобалансування $N_1 = 0$, звідки:

$$\omega = \omega_0. \quad (12)$$

Зауважимо, що розв'язок (11) та умова (12) дають велику точність тільки на віддалі від параметричного резонансу системи, або за умови його ненастання [13–15].

При холостому ході РШМ умова (12) фактично виконується завжди через невелику жорсткість шарніра. У режимі різання умова може порушитися через велику жорсткість технологічної системи ВПД. Ця умова дає:

$$\omega \sqrt{k/J_0} \leq \sqrt{c_u^{(p)} l^2 / J_0} \leq \sqrt{\{c_u + 2[\sin Z + f_n(R/l + 4 \cos Z)]c_n \sin Z\} l^2 / J_0}.$$

Розв'язуючи цю нерівність відносно c_n , одержимо таку умову, що обмежує зверху жорсткість c_n :

$$c_n \leq \frac{J_0 \omega^2 + l^2 c_0}{[l \sin Z + f_n(R/l + 4 \cos Z)] l \sin Z}. \quad (13)$$

Тут кутову швидкість обертання диска ω слід розглядати як задану (паспортну) характеристику РШМ.

Умова (13) повинна виконуватися при будь-якому куті Z . При певному Z^* коефіцієнт c_n буде найменшим. Із умови мінімуму c_n можна знайти кут Z^* у вигляді такого усіченого ряду за степенями f_n :

$$Z^* - \frac{\phi}{2} - \frac{f_n}{2} - \frac{4 R f_n^2}{4 l} - \frac{2 (3 R^2 - 4 l^2) f_n^3}{24 l^2}.$$

З використанням Z^* знаходимо таке обмеження, що накладається на жорсткість c_n :

$$c_n \left\{ \frac{J_0 \omega^2 - 4 c_0 l^2}{l l^2 R f_n^2 - 2 l f_n^2 / 4 - 4 R f_n^3 / 8} \right\}. \quad (14)$$

У режимі різання резонансна частота залежить від кута Z .

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{c_u - 2 [\sin Z - 2 f_n (R / l - 4 \cos Z)] c_n \sin Z l^2}{J_0}}.$$

Коли $Z = Z^*$, то ω_0 приймає таке найбільше значення:

$$\omega_0^* = \sqrt{\frac{c_u l^2 - 2 c_n l (l^2 R f_n^2 - 4 l f_n^2 / 4 - 4 R f_n^3 / 8)}{J_0}}. \quad (15)$$

Проведені викладки показують, що жорсткість c_n можна підбирати незалежно від коефіцієнтів сил опору.

Визначення умов відсутності параметричних резонансів. За відсутністю сил в'язкого опору у РШМ існує нескінченна кількість резонансних частот. В околі цих частот виникають параметричні коливання і тривіальний розв'язок $z = 0$ однорідного рівняння нестійкий. Знайдемо таку величину в'язкого опору в шарнірі, при перевищенні якої не будуть збуджуватися параметричні коливання через асимптотичну стійкість тривіального розв'язку. Для дослідження стійкості застосуємо метод усереднення і відповідні теореми Боголюбова, що обґрунтовують цей метод [14].

$$(2 - 2\kappa \cos \vartheta) \ddot{z} + 2(h - 4\kappa \omega \sin \vartheta) \dot{z} + 2\omega_0^2 z = 0$$

Перетворимо рівняння до безрозмірного вигляду. Введемо новий, безрозмірний час і параметри:

$$\vartheta = \omega t, \quad \frac{d}{dt} = \omega \frac{d}{d\vartheta}, \quad \kappa \sigma = \frac{h}{\omega_0}, \quad k = \frac{\omega_0}{\omega}. \quad (16)$$

Тоді однорідне диференціальне рівняння перетвориться до вигляду:

$$(2 - 2\kappa \cos \vartheta) z'' + 2\kappa / k \sigma^4 \sin \vartheta z' + k^2 z = 0, \quad (17)$$

де штрих над величиною позначає похідну за ϑ .

Перетворимо рівняння до стандартного вигляду. Вважаємо κ малим параметром ($\kappa \ll 1$). Вироджена

система, що відповідає рівнянню (17) (при $\kappa = 0$) має вигляд:

$$z'' + k^2 z = 0.$$

Загальний інтеграл цього рівняння і його перша похідна мають вигляд:

$$z = C_1 \cos kt + C_2 \sin kt, \\ z' = 4C_1 k \sin kt + 2C_2 k \cos kt, \quad (18)$$

де C_1, C_2 – невизначені сталі інтегрування, що залежать від початкових умов.

Перепишемо рівняння (17) у нормальній формі, для чого введемо такі нові змінні:

$$z_1 = z, \quad z_2 = z'$$

Тоді рівняння (17), з точністю до величин першого порядку малості, включно дасть таку систему рівнянь у нормальній формі

$$z_1' = z_2,$$

$$z_2' = [4k^2 z_1 - 2\kappa [k^2 z_1 \cos \vartheta + (k\sigma^4 \sin \vartheta) z_2]]. \quad (19)$$

Приведемо систему (19) до стандартного вигляду. Відповідно до інтегралів (18) зробимо заміну змінних:

$$z_1 = x_1 \cos kt + x_2 \sin kt, \\ z_2 = k(4x_1 \sin kt + x_2 \cos kt).$$

Підставимо їх у систему (19) і після перетворень одержимо:

$$x_1' = 4\kappa [k(x_1 \cos kt + x_2 \sin kt) \cos \vartheta + 4(k\sigma^4 \sin \vartheta)(4x_1 \sin kt + x_2 \cos kt)] \sin kt, \\ x_2' = 2\kappa [k(x_1 \cos kt + x_2 \sin kt) \cos \vartheta + 4(k\sigma^4 \sin \vartheta)(4x_1 \sin kt + x_2 \cos kt)] \cos kt.$$

Для подальшого усереднення цю систему зручно перетворити до вигляду:

$$x_1' = \frac{\kappa}{2} \{ 4x_1 [(k - 4) \sin[(2k - 4)\vartheta] + 2(k - 2) \sin[(2k - 2)\vartheta] + 4 \sin \vartheta + 2k\sigma^4 + 2k\sigma \cos 2kt] + 2x_2 [(k - 4) \cos[(2k - 4)\vartheta] + (k - 2) \cos[(2k - 2)\vartheta] + 2k \cos \vartheta + 2k\sigma \sin 2kt] \}, \\ x_2' = \frac{\kappa}{2} \{ x_1 [(k - 4) \cos[(2k - 4)\vartheta] + 2(k - 2) \cos[(2k - 2)\vartheta] + 2k \cos \vartheta + 2k\sigma \sin 2kt] + 2x_2 [(k - 4) \sin[(2k - 4)\vartheta] + (k - 2) \sin[(2k - 2)\vartheta] + 4 \sin \vartheta + 2k\sigma + 2k\sigma \cos 2kt] \}. \quad (20)$$

Застосовуємо метод усереднення [14].

Випадок, коли коливання відбуваються на віддалі від резонансу.

$$k \gg 0,5; \quad \|k\| 40,5 \sim 1.$$

Тоді всі функції \sin, \cos , що стоять у правих частинах рівнянь (20), швидко змінюються. Тому усереднені за часом рівняння (20) матимуть вигляд:

$$x_1'' + 4k\alpha_1 x_1 = 0, \quad x_2'' + 4k\alpha_2 x_2 = 0.$$

Звідки видно, що тривіальний розв'язок $x_1 = x_2 = 0$ буде стійким для будь-якого

$$\sigma > 0. \quad (21)$$

Випадок, коли коливання відбуваються при резонансі.

$$k \approx 0,5.$$

Нехай для визначеності $k \approx 0,5$. Тоді усереднена за часом система при резонансі матиме вигляд:

$$x_1'' + 4k(2\alpha_1 - 2x_2)/4 = 0, \quad x_2'' + 4k(x_1 + 2\alpha_2)/4 = 0.$$

Введемо у розглядання матриці:

$$E = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad P = \begin{pmatrix} 4k\sigma & 1 \\ 4 & 2\sigma \end{pmatrix}.$$

Знаходимо характеристичне рівняння:

$$\|P - \zeta E\| = \zeta^2 - 2k\sigma\zeta + 2k^2(\sigma^2 - 4)/4 = 0. \quad (22)$$

Одержане рівняння матиме всі корені з від'ємною дійсною частиною за умови, що

$$\sigma > 1/2.$$

Відповідно до другої теореми Боголюбова [14] це і буде умова асимптотичної стійкості тривіального розв'язку, або умова відсутності параметричних коливань. Одержана умова більш жорстка, ніж умова (21). Враховуючи (16), з цієї умови одержуємо:

$$\sigma > h/(k\omega_0) > 1/2, \quad h > k\omega_0/2, \quad (23)$$

З (23) видно, що параметр σ у режимі різання менший за цей параметр у режимі холостого ходу. У режимі різання найбільше значення ω_0^* визначається з (15). Отже параметричних резонансів не буде при будь-якому куті Z за умови, що:

$$h > h_{uu} l^2 / (2J_0) > k\omega_0^* / 2 - \frac{l ds_u}{2J_0} \sqrt{\{c_{uu} l^2 + 2c_n l(l + 2Rf_n + 2lf_n^2/4 + 4Rf_n^3/8)\} / J_0}.$$

Звідки знаходимо таку умову:

$$h_{uu} > \frac{ds_u}{l} \sqrt{\frac{c_{uu} l^2 + 2c_n l(l + 2Rf_n + 2lf_n^2/4 + 4Rf_n^3/8)}{J_0}}. \quad (24)$$

З умови (24) видно, що при розрахунку параметрів РШМ на кулісі спочатку треба підібрати належну жорсткість c_n з умови (14), а вже потім підбирається коефіцієнт демпфірування h_{uu} з умови (24). В цю умову треба підставити найбільший дисбаланс, який може виникнути у диска.

З (22) одержуємо такі корені, що характеризують швидкість згасання перехідних процесів:

$$\zeta_{1/2} = \frac{1}{2} \left(4k(2\sigma - 1)/4 \pm \sqrt{4h/(2\omega_0) \mp k/4} \right)$$

$$\left| 4 \frac{1}{4} \frac{R}{m} \sqrt{\frac{l^2}{cJ_0}} \frac{ds_u}{J_0} \right|.$$

Висновки. У рамках побудованої математичної моделі зрівноваження диска РШМ на кулісі кульовим (роликівим) АБ:

- режими холостого ходу і різання описуються подібними системами звичайних диференціальних рівнянь другого порядку, але у режимі різання поверхня, що обробляється, збільшує жорсткість системи;
- автобалансування наставатиме на швидкостях, що перевищують власну частоту коливань системи, за умови, що немає параметричного резонансу;
- у режимі різання автобалансування може порушитися через велику жорсткість технологічної системи ВПД, тому ця жорсткість повинна бути обмежена зверху (умова (14));
- для усунення параметричних резонансів достатньо, щоб коефіцієнт в'язкого опору шарнірної опори перевищував певне граничне значення (умова (24));
- при розрахунку параметрів РШМ на кулісі спочатку треба підібрати належну жорсткість c_n з умови (14), а вже потім підбирається коефіцієнт демпфірування h з умови (24).

Список літератури

1. Агафонов Ю.В. Исследование устойчивости шарикового автобалансира роторной системы на упругих опорах // Машиноведение. – 1976. – Вип. №6. – С. 3–7.
2. Агафонов Ю. В. Исследование ручных угловых шлифовальных машин под действием неуравновешенности шлифовальных кругов. – М.: Наука, – 1976. – С. 130–135.
3. Агафонов Ю. В. Автоматическое балансирующее устройство для ручных шлифовальных машин // Строительные и дорожные машины. – 1976. – №3. – С. 15–17.
4. Кладиев С.Н. Автобалансирующие устройства ручных шлифовальных машин: автореф. дис. на соиск. учен. степ. канд. техн. наук: 01.02.06 „Динамика, прочность машин, приборов и аппаратуры“ – Томск, 1996. – 21 с.
5. Нестеренко В.П. Теория и практика устройств автоматической балансировки роторов: автореф. дис. на соиск. учен. степ. д-ра техн. наук: спец. 05.02.18 „Теория механизмов и машин“ – Новосибирск, 1990. – 34 с.

6. Пашкова Л.А. Влияние автобалансирующих устройств на износ шлифовальных кругов и качество обрабатываемой поверхности: автореф. дис. на соиск. учен. степ. канд. техн. наук: 01.02.06 „Динамика, прочность машин, приборов и аппаратуры“. – Томск, 1999. – 24 с.
7. Філімоніхін Г.Б. Зрівноваження і віброзахист роторів автобалансирами з твердими коригувальними вантажами: Монографія (за спеціальністю 05.02.09 – динаміка та міцність машин). – Кірово-град: КНТУ, 2004. – 352 с.
8. Emanuelsson S. Introducing Automatic Balancing as a Means to Reduce Imbalance Induced Vibrations in Electrical and Air-Powered Hand-Held Angle Grinders (Power Tools). – Proceeding, 49th International Appliance Technique Conference. – 1998. – P. 282–293.
9. Miwa T, Suzuki K, Kawaguchi T, Kawaguchi Y, Ohtsu S, Date O Reduction of grind vibration by balancing. – Industrial Health. – 1984. – V. 22. – P. 59–74.
10. Rajalingham C., Rakheja S. Whirl suppression in handheld power tool rotors using guided rolling balancers – J. Sound Vibr. – 1998, – V. 217, – P. 453–466.
11. Маслов Е.Н. Теория шлифования материалов. – М.: Машиностроение, 1974. – 319 с.
12. Грановский Г.И., Грановский В.Г. Резание металлов. – М.: Высш. шк., 1985. – 304 с.

13. Андронов А.А., Витт А.А., Хайкин С.Э. Теория колебаний. – М.: Физматгиз, 1959. – 918 с.
14. Боголюбов Н.Н., Митропольский Ю.А. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний. – М.: Наука, 1974. – 503 с.
15. Найфэ А. Введение в методы возмущений: Пер. с англ. – М.: Мир, 1984. – 535 с.

Построена математическая модель движения ручной шлифовальной машины, установленной на кулису, которую удерживает цилиндрический вязкоупругий шарнир, диск которой уравнивается шариковым (роликовым) автобалансиrom. Найден условия существования и наступления режима автобалансировки.

Ключевые слова: автобалансиr, уравнивание, дисбаланс, диск, ручная шлифовальная машина

Mathematical model of motion of portable grinder set on rotating link with disk counterbalanced by roller-type autobalancer has been made. The terms of existence of autobalancing mode have been found out.

Keywords: autobalancer, balancing, disbalance, disk, portable grinder

Рекомендовано до публікації д.т.н. Г.Б. Філімоніхіним 03.05.10

УДК 621.643.41

© Кузнецова Т.А., Зиборов К.А., Чернуха Л.И., Марьенко В.Н., 2010

Т.А. Кузнецова, К.А. Зиборов, Л.И. Чернуха, В.Н. Марьенко

ПЕРСПЕКТИВЫ РАЗВИТИЯ СОЕДИНЕНИЙ ВЕРТИКАЛЬНЫХ ГЛУБОКОВОДНЫХ ТРУБ БОЛЬШОГО ДИАМЕТРА (РАЙЗЕРОВ). 2. РЕЗЬБОВЫЕ СОЕДИНЕНИЯ РАЙЗЕРОВ

Т.А. Kuznetsova, К.А. Ziborov, L.I. Chernukha, V.N. Maryenko

PROSPECTS FOR DEVELOPMENT OF JOINTS OF DEEP-WATER VERTICAL PIPES OF LARGE DIAMETER (REISERS). 2. THREADED CONNECTIONS OF RAISERS

При бурении и добыче полезных ископаемых с больших глубин морей применяют трубные ставы, составленные из труб длиной 12 метров. Проанализировано порядка 1200 отечественных и зарубежных патентов. Наиболее приемлемы для использования в заданных условиях эксплуатации всего несколько типов трубных соединений. Особенно перспективны резьбовые соединения с трапецеидальным, прямоугольным, круглым и специальным профилями резьбы со стопорными устройствами. Приведены данные о профиле резьбы, дающем практически равномерное распределение нагрузки по длине резьбовой поверхности.

Ключевые слова: труба, соединение, требования, нагрузка, прочность, надежность, простота

Введение. В настоящее время в морской буровой технике, нефтепромысловой и газовой промышленности при добыче полезных ископаемых: газа, нефти и газогидратов со дна моря применяют трубные ставы. Анализ порядка 1200 патентов показал, что приемлемы для использования всего лишь несколько типов трубных соединений.

Применить известные соединения без доработок, дополнений, изменений не представляется возмож-

ным в связи со спецификой условий эксплуатации (большие глубины, нагрузки вертикальные и радиальные, большие диаметры).

Для заданных условий эксплуатации при соединении труб больших диаметров могут быть использованы резьбовые, байонетные, фланцевые, хомутовые соединения, с запирающими собачками. Особенно перспективны байонетные, фланцевые и резьбовые соединения с трапецеидальным профилем резьбы и дополнитель-