

РОЗРОБКА РОДОВИЩ КОРИСНИХ КОПАЛИН

УДК 556.491

Г.П. Евграшкина¹, д-р. геол. наук, проф.
Э.А. Максимова², канд. геол.- мин. наук

1 – Государственное высшее учебное заведение „Национальный университет им. О.Гончара“, г.Днепропетровск, Украина, e-mail: meteor84@mail.ru

2 – Государственное высшее учебное заведение „Национальный горный университет“, г.Днепропетровск, Украина, e-mail: elmaks28@gmail.com

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ИЗМЕНЕНИЯ ГИДРОГЕОЛОГИЧЕСКИХ УСЛОВИЙ ХВОСТОХРАНИЛИЩ В ГОРНОДОБЫВАЮЩИХ РЕГИОНАХ

G.P. Yevgrashkina¹, Dr. Sci. (Geol.),
E.A. Maksimova², Cand. Sci. (Geol.-Min.)

1 – State Higher Educational Institution “O. Gonchar Dnipropetrovsk National University”, Dnepropetrovsk, Ukraine, e-mail: meteor84@mail.ru

2 – State Higher Educational Institution “National Mining University”, Dnipropetrovsk, Ukraine, e-mail: elmaks28@gmail.com

MATHEMATICAL MODELS OF HYDROGEOLOGICAL CONDITIONS CHANGE ON TERRITORIES OF TAILING STORAGES IN MINING REGIONS

Цель. Создание математических моделей изменений гидрогеологических условий на основе математического описания многофакторных процессов, происходящих в зонах горных разработок и прилегающих территорий.

Методика. Математическая модель построена на основе гидродинамических сеток и состоит из двух частей – фильтрационной и миграционной. Фильтрация описывается трехмерными уравнениями математической физики в частных производных эллиптического и параболического типов. Задачи плановой фильтрации решаются по токовым линиям. Расчет выполняется по уравнениям Лапласа, Пуассона и Фурье.

Миграционная часть построена на основе теории физико-химической гидродинамики пористых сред: поршневое вытеснение, упорядоченная микродисперсия (Ловерье) и неупорядоченная микро- и макродисперсия.

Результаты. Доказана целесообразность применения гидродинамической схемы „пласт-полоса“ с реализацией аналитического решения уравнения Фурье методом двойной суперпозиции для учета дренирующего влияния реки. Гидрогеологическим условиям территорий, прилегающим к хвостохранилищам, наиболее точно соответствует миграционная схема „неупорядоченная макродисперсия“.

Результаты решения прямых эпигнозных задач хорошо согласуются с режимными наблюдениями, что доказывает адекватность модели.

Научная новизна. Предложенные математические модели изменений гидрогеологических условий, происходящих на конкретных территориях интенсивного антропогенного воздействия, аналогов не имеют.

Практическая значимость. Математические модели изменения гидрогеологических условий территорий, прилегающих к локальным источникам загрязнения подземных вод, – важная и обязательная составляющая современного гидрогеологического мониторинга.

Ключевые слова: математическая модель, фильтрация, массоперенос, гидродисперсия, миграция, хвостохранилище, подземные воды

Постановка проблемы. Хвостохранилища в горнодобывающих регионах построены без противофильтрационной защиты водовмещающей части.

Высокоминерализованные многокомпонентные растворы в процессе фильтрации загрязняют водоносные горизонты и поверхностные водотоки. Математическая модель изменения гидрогеологических

условий территорий – важная и обязательная составляющая современного гидрогеологического мониторинга, который включает режимные наблюдения, эпигноз, прогноз, разработку природоохранных мероприятий, оценку их эффективности и достаточности, корректировку на основе решения многовариантных гидрогеологических задач.

Цель исследований – создание математических моделей изменения гидрогеологических условий тер-

риторий в зоне влияния хвостохранилищ, адекватных природным условиям, с высокой разрешающей способностью и широким спектром решаемых задач.

Изложение основного материала. В результате исследований влияния горнодобывающей промышленности на гидрогеологические и почвенно-мелиоративные условия территорий разработаны новые методы решения фильтрационных и миграционных задач отображения граничных условий. Прогнозные задачи решены на более длительные сроки. Математическая модель состоит из двух частей – фильтрационной и миграционной.

Фильтрационная часть. Фильтрация в общем виде описывается трехмерными уравнениями математической физики параболического типа в частных производных вида

$$\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial z^2} + \frac{W}{T} = \frac{1}{a} \cdot \frac{\partial H}{\partial t}, \quad (1)$$

где H – гидродинамический напор водоносного горизонта, м; x, y, z – пространственные координаты расчетной точки, м; W – инфильтрационное питание водоносного горизонта, м/сут; T – коэффициент водопроводимости вмещающих пород, м²/сут; a – коэффициент урвнепроводности вмещающих пород, м²/сут; t – временная координата, сут.

Составляющая гидродинамического напора по координате z значительно меньше составляющих по x и y , поэтому ею можно пренебречь. Уравнение (1) примет вид

$$\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial z^2} + \frac{W}{T} = \frac{1}{a} \cdot \frac{dH}{dt}. \quad (2)$$

Уравнение (2) не имеет аналитического решения для областей фильтрации неправильной формы и сложной конфигурации границ. Наука „математическое моделирование гидрогеологических процессов“ рассматривает два методических подхода к решению задачи плановой фильтрации в такой постановке.

Первый: строится гидродинамическая сетка и по токовым линиям аналитическими методами решается система одномерных уравнений вида

$$\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + \frac{W}{T} = \frac{1}{a} \cdot \frac{\partial H}{\partial t}.$$

Второй: уравнение (2) решается в конечно-разностной форме.

Первый подход гидрогеологами и специалистами в области математического моделирования считается более целесообразным, потому что здесь применяются аналитические решения на основе гидродинамической сетки. Аналитическим решениям, при их наличии, всегда отдается предпочтение. Гидродинамическая сетка отображает структуру фильтрационного потока. При этом токовые линии моделируют траектории движения частиц воды. Во втором варианте решаются

двумерные уравнения вида (2) сеточными методами, менее точными, чем аналитические решения.

Первый этап исследований – построение гидродинамической сетки по результатам режимных наблюдений.

Второй этап исследований – определение или уточнение вида уравнения, описывающего процесс фильтрации на изучаемой территории, т.е. решение индуктивной задачи по каждой токовой линии предварительно построенной гидродинамической сетки. Расчеты выполняются последовательно из предположения, что исследуемый процесс описывается уравнением Лапласа, Пуассона, Фурье и т.д. до наилучшего совпадения с результатами режимных наблюдений во многовариантном исполнении.

Вариант 1. Исследуемый процесс описывается уравнением Лапласа

$$\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} = 0. \quad (3)$$

Решение выполняется для гидродинамических схем „полуограниченный пласт“ и „пласт-полоса“ при граничных условиях I, II и III рода. Первая схема предполагает, что на режим подземных вод исследуемой территории оказывает влияние только хвостохранилище (река удалена на „бесконечность“), вторая учитывает влияние поверхностного водотока – реки. Если в зоне влияния хвостохранилища река имеет 1 приток, то рассматривается „пласт-полуполоса“, если 2, то „пласт-прямоугольник“. Аналитическое решение уравнения (3) для расчетной схемы пласт-полоса (рис. 1) имеет вид

$$H_x = \frac{H_{xb} - H_p}{L} x + H_p,$$

где H_x – гидродинамический напор в расчетной точке на расстоянии x от реки, м; H_{xb} – расстояние от плоскости сращения до поверхности воды в хвостохранилище, м; H_p – то же, для реки, м; L – расстояние от уреза воды в хвостохранилище до уреза воды в реке, м.

Начало координат выбираем по урезу воды в реке. Если результаты расчета не совпадают с режимными наблюдениями, переходим к следующему варианту.

Вариант 2. Исследуемый процесс описывается уравнением Пуассона

$$\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + \frac{W}{T} = 0. \quad (4)$$

Все обозначения приведены выше. Задачи решаются для тех же граничных условий и расчетных схем. В частности, для схемы „пласт-полоса“ аналитическое решение уравнения (4) получено авторами для граничных условий первого рода на двух границах.

$$H_x = -\frac{W}{2T} \cdot x^2 + \left(\frac{H_2 - H_1}{L} + \frac{WL}{2T} \right) x + H_1.$$

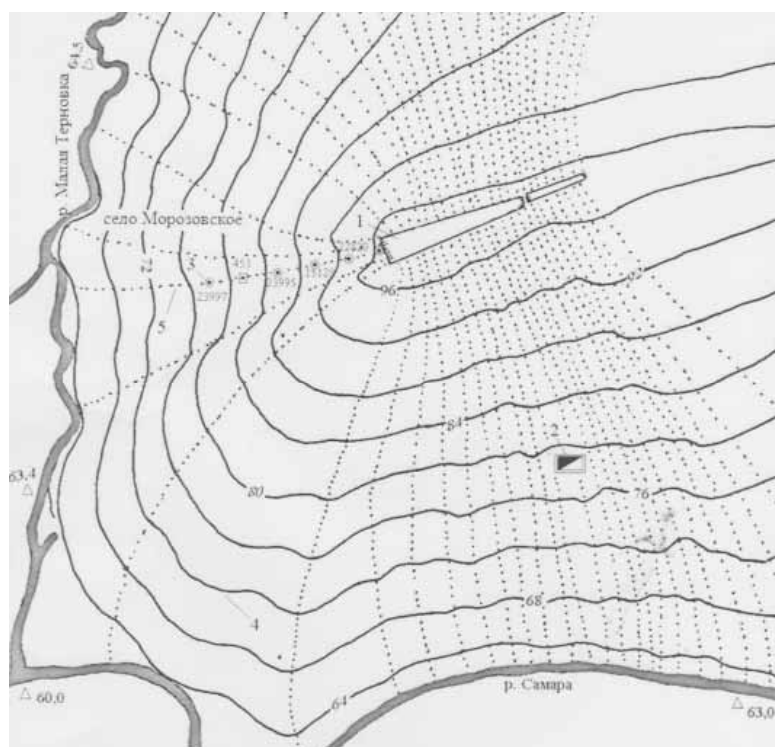


Рис. 1. Гидродинамическая сетка на участке „Балка Стуканова“, где хвостохранилище (1), обогатительная фабрика (2), токовая линия (3), гидроизоги́па (4), наблюдательная скважина (5)

Все обозначения приведены выше. Если результаты расчета не согласуются с режимными наблюдениями во всем диапазоне изменения инфильтрационного питания, переходим к 3 варианту.

Вариант 3. Исследуемый процесс описывается уравнением Фурье вида

$$\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} = \frac{1}{a} \cdot \frac{\partial H}{\partial t}.$$

Оно имеет следующее аналитическое решение для расчетной схемы „полуограниченный пласт“ и применяется в случае, когда исследуемая территория, прилегающая к хвостохранилищу, удалена от реки за пределы ее влияния.

$$\Delta H_x = \Delta H^0 \cdot \operatorname{erfc} \frac{x}{2\sqrt{at}},$$

где ΔH_x – приращение гидродинамического напора в расчетной точке с координатой x , м; ΔH^0 – разность абсолютных отметок поверхности воды в хвостохранилище и реке, м.

Для расчетной схемы „пласт-полоса“ предлагаем метод двойной суперпозиции. Расчетная формула учитывает дренирующее влияние реки.

$$\Sigma \Delta H_x = \Delta H^0 \cdot \operatorname{erfc} \frac{x}{2\sqrt{at}} - \Delta H_p \cdot \operatorname{erfc} \frac{L-x}{2\sqrt{at}},$$

где $\Sigma \Delta H_x$ – суммарное изменение уровня подземных вод в расчетной точке с координатой x под влиянием

фильтрации из водохранилища и водопонижающего действия реки, м; ΔH_p – условный подъем уровня подземных вод в точке с координатой $x=L$ по схеме „полуограниченный пласт“, м. Остальные обозначения приведены выше. Результаты расчетов этого варианта практически полностью совпали с режимными наблюдениями на территории, прилегающей к хвостохранилищу „Балка Стуканова“ в Западном Донбассе.

Миграционная часть. Современные методы прогноза переноса вещества подземными водами вблизи источников загрязнения разработаны на основе теории физико-химической гидродинамики пористых сред, согласно которой эти процессы описываются уравнениями движения и сохранения массы вещества [1].

Количество и характер исходной информации, полученной на режимной наблюдательной сети скважин, позволяют использовать в прогнозных миграционных расчетах частные аналитические и численные решения следующего уравнения

$$\frac{\partial^2 C}{\partial x^2} - V \frac{\partial C}{\partial x} = m \frac{\partial C}{\partial t}, \quad (5)$$

где D – коэффициент гидродисперсии, комплексный обобщенный параметр, учитывающий все факторы рассеяния вещества, сопутствующие фильтрации, $\text{м}^2/\text{сут}$; C – минерализация подземных вод, $\text{г}/\text{дм}^3$; V – скорость фильтрации, $\text{м}/\text{сут}$; m – активная пористость, доли единицы; x – пространственная координата, м; t – временная координата, сут.

В научных исследованиях по проблеме массопереноса подземными водами используются четыре расчетные схемы: поршневое вытеснение, упорядоченная макродисперсия Ловерье I и II модификации и неупорядоченная макро- и микродисперсия. Для однозначного выбора расчетной схемы, соответствующей исследуемым гидрогеологическим условиям территории, прилегающей к хвостохранилищам, выполняем серию эпигнозных расчетов по каждой из названных схем и сравниваем с результатами режимных наблюдений по скважинам. Такие исследования на данный момент выполнены для территории в зоне влияния хвостохранилища „Балка Стуканова“ в Западном Донбассе и СевГОК в Кривом Роге. Наилучшее совпадение расчетных и наблюдаемых значений минерализации подземных вод соответствует схеме „неупорядоченная макродисперсия“.

Выбору миграционных схем предшествует решение инверсной задачи по определению миграционных параметров, коэффициентов уравнения (5) V , D и m .

Скорость фильтрации V определяется по закону Дарси

$$V = \frac{H_1 - H_2}{l} \cdot k,$$

где H_1 и H_2 – отметки поверхности воды в двух скважинах, расположенных на расстоянии l , м; k – коэффициент фильтрации, м/сут;

При отсутствии наблюдательных скважин для определения величины V можно использовать граничные условия

$$V = \frac{H_{np} - H_{ррки}}{L} \cdot k,$$

где H_{np} , H_p – абсолютные отметки воды в пруде и реке, м; L – расстояние между урезом воды в реке и пруде, м.

Аналитические и численные методы определения параметра D детально изложены в работе [2]. В частности, для миграционной схемы „неупорядоченная макродисперсия“ для двуслойного водоносного горизонта В.М. Шестаковым (1973 г.) предложена следующая зависимость.

$$D = \delta_2 \cdot V^2; \quad \delta_2 = \frac{m \cdot m_0}{2 \cdot D_M \left(1 + \frac{m \cdot n}{m_0 \cdot n_0}\right)},$$

где m – мощность хорошо проницаемого слоя, м; m_0 – мощность слабопроницаемого слоя, м; n – активная пористость хорошо проницаемого слоя, доли единицы; n_0 – общая пористость слабопроницаемого слоя, доли единицы; D_M – коэффициент молекулярной диффузии, м²/сут.

Для однослойного строения области фильтрации В.М. Шестаковым предложена формула для δ_2

$$\delta_2 = \frac{m_1(m + m_1)}{2 \cdot D_M},$$

где m_1 – характерный размер неоднородностей, м. Остальные обозначения приведены выше.

При отсутствии режимных наблюдений для определения параметра D используем формулу С.Ф. Аврьянова (1978 г.)

$$D = \frac{V \cdot L}{2 \cdot \ln \frac{C_{xв}}{C_p}},$$

где $C_{xв}$, C_p – минерализация воды соответственно в хвостохранилище и реке, г/дм³. Остальные обозначения приведены выше.

При наличии не менее чем двукратных режимных наблюдений по 3-м скважинам, коэффициент гидродисперсии определяем следующим образом. Уравнение (5) записываем в конечных разностях по явной или неявной схемам. Для одинаковых расстояний Δx между тремя скважинами

$$D \cdot \frac{C_{i-1}^c - 2C_i^c + C_{i+1}^c}{(\Delta x)^2} - V \cdot \frac{C_{i-1}^c - C_i^c}{\Delta x} = m \cdot \frac{C_i^{c+1} - C_i^c}{\Delta t}. \quad (6)$$

Для произвольных расстояний между тремя скважинами

$$D \cdot \left(\frac{C_{i-1}^c - C_i^c}{\Delta x_1} - \frac{C_i^c - C_{i+1}^c}{\Delta x_2} \right) \div \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2}{2} = m \cdot \frac{C_i^{c+1} - C_i^c}{\Delta t}, \quad (7)$$

где $i-1$, i , $i+1$ – пространственные индексы трех расчетных точек, наблюдательных скважин; τ , $\tau+1$ – временные индексы предыдущего и последующего моментов времени; Δx , Δx_1 , Δx_2 – расстояния между скважинами, м; Δt – шаг по временной координате, сут.

Уравнения (6) и (7) решаются относительно параметра D при известных всех остальных величинах.

Активная пористость определяется стандартными полевыми и лабораторными методами.

Заключительный этап исследований – решение прямых прогнозных задач по оценке изменения минерализации подземных вод в пространстве и времени в результате фильтрационных потерь из хвостохранилища. Используются аналитические и численные решения уравнения (5), широко представленные в отечественной и зарубежной литературе [1, 3, 4].

Выводы

1. Математические модели изменения гидрогеологических условий территорий, прилегающих к локальным источникам загрязнения – важная и обязательная составляющая современного гидрогеологического мониторинга.

2. Наиболее эффективной по точности отображения гидрогеологических процессов и достоверности результатов является модель на основе гидродинамической сетки.

3. В работе изложены общие принципы построения математических моделей изменения гидрогеологических условий территорий, прилегающих к хвостохранилищам. Применительно к конкретным объектам модели содержат элементы индивидуальности.

4. Дальнейшие исследования будут направлены на учет фильтрационной анизотропии и поперечной гидродисперсии.

Список литературы / References

1. Ситников А.Б. Вопросы миграции веществ в грунтах / Ситников А.Б. – К.: ИГН НАН Украины, 2010. – 626 с.

Sitnikov, A.B. (2010), *Voprosy migratsyi veshchestv v gruntakh* [On the Issue of Migration of Matters in Soils], IGN NAN of Ukraine, Kiev, Ukraine.

2. Евграшкина Г.П. Влияние горнодобывающей промышленности на гидрогеологические и почвенно-мелиоративные условия территорий / Евграшкина Г.П. – Днепропетровск: Монолит, 2003. – 200 с.

Yevgrashkina, G.P. (2003), *Vliyaniye gornodobyvayushchey promyshlennosti na gidrogeologicheskiye i pochvenno-meliorativnye usloviya territoriy* [Influence of Mining Industry on Hydrogeological and Soil-Reclamative Terms of Territories], Monolit, Dnipropetrovsk, Ukraine.

3. Мироненко В.А. Проблемы гидроэкологии / В.М. Мироненко, В.Г. Румынин – М.: Изд-во МГУ, 1999. – 357 с.

Mironenko, V.A., Mironenko, V.M. and Rumynin, V.G. (1999), *Problemy Gidroekologii* [Problems of Hydroecology], Izd-vo of MGU, Moscow, Russia.

4. Абелюк Р. Идентификация параметров моделей солепереноса для ненасыщенных сред / Р. Абелюк, И. Гидрол – 1990. – Том 117. – №4. – С. 199–224.

Abeliuk, R. and Hydrol, I. (1990), "Parameters of identification of solute transport models for unsaturated soils", Vol. 117, no.4, pp. 199–224.

Мета. Створення математичних моделей змін гідрогеологічних умов на підставі математичного опису багатофакторних процесів, що відбуваються в зонах гірських розробок і прилеглих територій.

Методика. Математична модель побудована на основі гідродинамічних сіток і складається з двох частин – фільтраційної й міграційної. Фільтрація описується тривимірними рівняннями математичної фізики в часткових похідних еліптичного та параболічного типів. Завдання планової фільтрації розв'язуються за струмовими лініями. Розрахунок виконується за рівняннями Лапласа, Пуассона й Фур'є. Міграційна частина побудована на основі теорії фізико-хімічної гідродинаміки пористих середовищ: поршневе витіснення, впорядкована мікродисперсія (Люверье) та нерегульовані мікро- й макродисперсія.

Результати. Доведена доцільність вживання гідродинамічної схеми „пласт-смуга“ з реалізацією аналітичного вирішення рівняння Фур'є методом подвійної суперпозиції для врахування дренажного впливу річки. Гідрогеологічним умовам територій,

прилеглим до хвостосховищ, найточніше відповідає міграційна схема „нерегульована макродисперсія“. Результати вирішення прямих епігнозних завдань добре узгоджуються з режимними спостереженнями, що доводить адекватність моделі.

Наукова новизна. Запропоновані математичні моделі змін гідрогеологічних умов, що відбуваються на конкретних територіях інтенсивної антропогенної дії, аналогів не мають.

Практична значимість. Математичні моделі зміни гідрогеологічних умов територій, прилеглих до локальних джерел забруднення підземних вод, – важлива та обов'язкова складова сучасного гідрогеологічного моніторингу.

Ключові слова: математична модель, фільтрація, масопереніс, гідродисперсія, міграція, хвостосховище, підземні води

Purpose. Creation of mathematical models of changes in hydrogeological conditions on the basis of the mathematical description of multifactorial processes in the mining areas and the surrounding areas.

Methodology. The mathematical model has been plotted based on hydrodynamic grids and consists of two parts, filtration and migration. The filtration has been described by three-dimensional equations of mathematical physics in partial derivatives of elliptic and parabolic types. Tasks of the planned filtration have been solved by streamlines. The calculation has been performed by the equations of Laplace, Fourier and Poisson. The migration part has been plotted based on the theory of physico-chemical hydrodynamics of porous media: the piston displacement, ordered micro-dispersion (Lowery) and unordered micro- and macro-dispersion.

Findings. The expediency of hydrodynamic scheme “seam-strip” application with the implementation of the analytical solutions of the Fourier equation by method of double superposition to consider the river drainage influence has been proved. The “disordered macro-dispersion” migration scheme closely corresponds to hydrogeological conditions of the areas adjacent to the tailings.

The results of direct solutions of epignostic tasks correspond well with the regime observations which prove the adequacy of the model.

Scientific novelty. The proposed mathematical models of the hydrogeological conditions of the changes occurring in specific areas of intense human impact do not have analogues.

Practical value. Mathematical models of hydrogeological conditions changes of the areas adjacent to local sources of groundwater contamination is an important and mandatory component of modern hydrological monitoring.

Keywords: mathematical model, filtration, mass transfer, hydrodispersion, migration, tailings storages, groundwater

Рекомендовано до публікації докт. техн. наук В.І. Бондаренком. Дата надходження рукопису 24.10.13.