УДК 622.831.3:531.36

А.Н. Шашенко, д-р техн. наук, проф.,
В.Н. Журавлев, канд. техн. наук,
М.С. Дубицкая

Государственное высшее учебное заведение „Национальный горный университет“, г. Днепропетровск, Украина,
e-mail: shashenkoa@nmu.org.ua, machula.mariya@mail.ru

АНАЛИЗ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ МОДУЛЯЦИИ ПОЛНОЙ ФАЗЫ ОГИБАЮЩЕЙ ВИБРОАКУСТИЧЕСКОГО ЗОНДИРУЮЩЕГО СИГНАЛА В ЗАДАЧЕ ГЕОЛОКАЦИИ ДИСПЕРСИОННЫХ СВОЙСТВ НЕОДНОРОДНОГО ПОРОДНОГО МАССИВА

A.N. Shashenko, Dr. Sci. (Tech.), Professor,
V.N. Zhuravlev, Cand. Sci. (Tech.),
M.S. Dubitskaya

State Higher Educational Institution “National Mining University”, Dnepropetrovsk, Ukraine,
e-mail: shashenkoa@nmu.org.ua, machula.mariya@mail.ru

ANALYSIS OF MATHEMATICAL MODEL OF MODULATION OF FULL PHASE ENVELOPE OF VIBROACOUSTIC SOUNDING SIGNAL IN THE PROBLEM OF GEOLOCATION OF DISPERSION PROPERTIES OF HETEROGENEOUS ROCK MASS

Цель. Разработка эффективной методики прогноза структурных неоднородностей в породном массиве путем анализа его напряженно-деформированного состояния.

Методика. На основе теории сигналов и гипотезы комбинированной амплитудно-фазовой модуляции зондирующего сигнала неоднородностями дисперсионной среды рассмотрен метод анализа информационной составляющей.

Результат. Проведён анализ математической модели модуляции полной фазы огибающей волнового пакета, распространяющегося в неоднородном породном массиве. Обосновано применение метода низкочастотного эквивалента в задаче исследования информационного расстояния между функциями полной фазы, несущей информацию о дисперсионных свойствах исследуемого массива. Доказана необходимость анализа второго приближения теории дисперсии, которое позволяет идентифицировать параметры свойств среды распространения методами амплитудной и фазовой демодуляции регистрируемого виброакустического сигнала на интервале длительности волнового пакета.

Научная новизна. Обоснованы аналитические выражения, позволяющие разработать метод обработки сигнала волнового пакета, прошедшего сквозь структурно-неоднородный породный массив, и определить геометрические параметры неоднородностей волновода.

Практическая значимость. Предложенный метод анализа дает возможность усовершенствовать методику прогноза геологических нарушений в углепородном массиве. Надежность метода акустического контроля, его эффективность и совместимость с другими техническими средствами позволяют рассматривать данное направление как основное для разработки автоматизированных систем геомеханического мониторинга при подземной добыче полезных ископаемых.

Ключевые слова: *волновой пакет, дисперсионные свойства, модуляция, узкополосый сигнал, полная фаза*

Актуальность. Прогноз напряженно-деформированного состояния породных массивов и их структурных особенностей имеет решающее значение для эффективной и безопасной добычи полезных ископаемых. Подземная разработка месторождений полезных ископаемых провоцирует техногенное воздействие на весь породный массив. Оно проявляется в перераспределении опорного давления и может привести к полному или частичному разрушению породного массива на отдельных участках, которые выделяются физическими свойствами и/или геологическим строением.

Введение. Рассматривая в предыдущей статье теорию дисперсии в первом ее приближении, сделан вывод о том, что огибающая волнового пакета распространяется с групповой скоростью и не искажается в процессе распространения. Данный вывод адекватен для огибающей волнового пакета в первом приближении теории дисперсии, однако результаты экспериментальных исследований свидетельствуют о том, что расстояние, на котором ещё можно не учитывать это искажение, зависит от длительности сигнала T_0 и дисперсии групповой скорости.

Постановка задачи. В первой статье об анализе математической модели модуляции полной фазы огибающей волнового пакета, распространяющегося в неоднородном породном массиве, на основании разложения в ряд $k(\omega)$ по $(\omega-\omega_0)$ в пределах спектральной линии излучения, учитывая, что $\Delta\omega=\omega-\omega_0 \ll \omega_0$, был сделан вывод о разложении $k(\omega)$ в ряд

$$k(\omega) = k(\omega_0) + \left(\frac{\partial k}{\partial \omega}\right)_{\omega_0} (\omega - \omega_0) + \left(\frac{\partial^2 k}{\partial \omega^2}\right)_{\omega_0} (\omega - \omega_0)^2 + \cdots \quad (1)$$

Учет различных членов в (1) соответствует различным приближениям теории дисперсии. В первом приближении теории дисперсии учитываются только первые два члена в разложении (1)

$$k(\omega) = k(\omega_0) + \left(\frac{\partial k}{\partial \omega}\right)_{\omega_0} (\omega - \omega_0).$$

Волновое поле

$$u \sim e^{i\left[\omega t - k(\omega_0)x - \left(\frac{\partial k}{\partial \omega}\right)_{\omega_0}(\omega-\omega_0)x\right]} = e^{i\left[\omega t - k(\omega_0)x - \frac{x}{v_{\text{гр}}}(\omega-\omega_0)\right]}.$$

Так как

$$\omega = \omega_0 + (\omega - \omega_0),$$

то

$$u \sim e^{i(\omega_0 t - k(\omega_0)x} e^{i(\omega-\omega_0)\left(t - \frac{x}{v_{\text{гр}}}\right)},$$

где первый сомножитель описывает волновые процессы на несущей частоте. Чтобы построить произвольный сигнал, нужно взять интеграл по всем спектральным составляющим с учётом того, что каждая спектральная составляющая должна иметь свою амплитуду. Тогда

$$u(x,t) = e^{i(\omega_0 t - k(\omega_0)x)} \int_{-\infty}^{\infty} S(\omega) e^{i(\omega-\omega_0)\left(t - \frac{x}{v_{\text{гр}}}\right)} d\omega$$

или

$$u(x,t) = A(x,t) e^{i(\omega_0 t - k(\omega_0)x)},$$

где

$$A(x,t) = \int_{-\infty}^{\infty} S(\omega) e^{i(\omega-\omega_0)\left(t - \frac{x}{v_{\text{гр}}}\right)} d\omega$$

комплексная амплитуда сигнала или огибающая волнового пакета. Следовательно, $A(x,t)$ зависит только от $t - \frac{x}{v_{\text{гр}}}$

$$A(x,t) = A_0\left(t - \frac{x}{v_{\text{гр}}}\right), \quad (2)$$

где $A_0(x,t) = A(x=0,t)$ – граничное условие. Из (2) следует, что огибающая волнового пакета распространяется с групповой скоростью и не искажается в процессе распространения. Продолжим анализ процесса модуляции волнового пакета в диспергирующей среде неоднородного породного массива.

Основная часть. Определим, какому уравнению удовлетворяет функция (2).

Обозначим $\tau = t - \frac{x}{v_{\text{гр}}}$.

Тогда

$$\frac{\partial A}{\partial t} = \frac{\partial A}{\partial \tau}\frac{\partial \tau}{\partial t} = \frac{\partial A}{\partial \tau}, \frac{\partial A}{\partial x} = \frac{\partial A}{\partial \tau}\frac{\partial \tau}{\partial x} = -\frac{1}{v_{\text{гр}}}\frac{\partial A}{\partial \tau}.$$

Следовательно, $\frac{\partial A}{\partial t} + v_{\text{гр}}\frac{\partial A}{\partial x} = 0$ и уравнение для огибающей волнового пакета в первом приближении теории дисперсии имеет вид

$$\frac{\partial A}{\partial x} + \frac{1}{v_{\text{гр}}}\frac{\partial A}{\partial t} = 0. \quad (3)$$

Его решение задается формулой (2). Условия применимости первого приближения теории дисперсии

$$\Delta\omega \ll \omega_0$$

и

$$\left|\frac{\partial k}{\partial \omega}\right|_{\omega_0} \times \Delta\omega \gg \left|\frac{\partial^2 k}{\partial \omega^2}\right|_{\omega_0} \times (\Delta\omega)^2. \quad (4)$$

Искажение формы волнового пакета (дисперсионное расплывание) накапливается с расстоянием l. Даже если условие (4) выполняется, но

$$x \geq \frac{1}{(\Delta\omega)^2 * \left|\frac{\partial^2 k}{\partial \omega^2}\right|} \sim \frac{T_0^2}{\left|\frac{\partial^2 k}{\partial \omega^2}\right|} \sim l_p$$

(T_0 – начальная длительность сигнала, а l_p – длина дисперсионного расплывания), то искажение формы огибающей волнового пакета будет существенным. Расстояние, на котором ещё можно не учитывать это искажение, зависит от длительности сигнала T_0 и дисперсии групповой скорости, которая определяется

$$\left|\frac{\partial^2 k}{\partial \omega^2}\right|_{\omega_0},$$

так как

$$\frac{\partial^2 k}{\partial \omega^2} = \frac{\partial}{\partial \omega}\left(\frac{\partial k}{\partial \omega}\right) = \frac{\partial}{\partial \omega}\left(\frac{1}{v_{\text{гр}}}\right).$$

В рассматриваемой задаче $x \gg l_p$, т.о. нужно переходить ко второму приближению.

Уравнение (3) умножим на A^*, получим

$$A^* \frac{\partial A}{\partial x} + \frac{A^*}{v_{\text{гр}}}\frac{\partial A}{\partial t} = 0. \quad (5)$$

Запишем уравнение, комплексно сопряженное с уравнением (5)

$$A \frac{\partial A^*}{\partial x} + \frac{A}{v_{\text{гр}}}\frac{\partial A^*}{\partial t} = 0, \quad (5a)$$

и сложим (5) и (5а). Так как

$$A\frac{\partial A^*}{\partial x}+A^*\frac{\partial A}{\partial x}=\frac{\partial}{\partial z}(AA^*)=\frac{\partial}{\partial x}|A|^2,$$

то после сложения имеем

$$\frac{\partial}{\partial x}|A|^2+\frac{1}{v_{\text{гр}}}\frac{\partial}{\partial t}|A|^2=0.$$

Решение этого уравнения имеет вид

$$|A(x,t)|^2=\left|A_0\left(t-\frac{x}{v_{\text{гр}}}\right)\right|^2.$$

Так как $|A(x,t)|^2$ характеризует плотность потока энергии волны, то получаем, что энергия волнового пакета распространяется с групповой скоростью. Во втором приближении теории дисперсии учитываются первые три члена в разложении (1)

$$k(\omega)=k(\omega_0)+\left(\frac{\partial k}{\partial\omega}\right)_{\omega_0}\times(\omega-\omega_0)+\left(\frac{\partial^2 k}{\partial\omega^2}\right)_{\omega_0}\times$$
$$\times(\omega-\omega_0)^2.$$

Проделывая те же выкладки, что и для первого приближения, получим выражение для огибающей волнового пакета во втором приближении теории дисперсии

$$A(x,t)=$$
$$=\int_{-\infty}^{\infty}S(\omega)e^{i\left[(\omega-\omega_0)\left(t-\frac{x}{v_{\text{гр}}}\right)-\frac{1}{2}\left(\frac{\partial^2 k}{\partial\omega^2}\right)_{\omega_0}(\omega-\omega_0)^2x\right]}d\omega. \quad (6)$$

Теперь форма сигнала не сохраняется, т.к. комплексная амплитуда зависит не только от $\tau\in t$, но и от x. Получаем уравнение параболического типа

$$\frac{\partial A}{\partial x}-\frac{i}{2}\left(\frac{\partial^2 k}{\partial\omega^2}\right)_{\omega_0}\frac{\partial^2 A}{\partial\tau^2}=0$$

или

$$\frac{\partial A}{\partial x}=D\frac{\partial^2 A}{\partial\tau^2}, \quad (7)$$

где $D=\frac{i}{2}\left(\frac{\partial^2 k}{\partial\omega^2}\right)_{\omega_0}$ – мнимый коэффициент диффузии.

Коэффициент диффузии D характеризует дисперсию групповой скорости, т.е. зависимость $v_{\text{гр}}$ от ω. Действительно,

$$D=\frac{i}{2}\left(\frac{\partial^2 k}{\partial\omega^2}\right)_{\omega_0}=\frac{i}{2}\frac{\partial}{\partial\omega}\left(\frac{\partial k}{\partial\omega}\right)_{\omega_0}=\frac{i}{2}\frac{\partial}{\partial\omega}\left(\frac{1}{v_{\text{гр}}}\right)_{\omega_0}=$$
$$=-\frac{i}{2v_{\text{гр}}^2}\left(\frac{\partial v_{\text{гр}}}{\partial\omega}\right)_{\omega_0}.$$

Уравнение для огибающей волнового пакета во втором приближении теории дисперсии – это уравнение параболического типа и его общее решение известно

$$A(x,t)=\int_{-\infty}^{\infty}A_0(\xi)G(x,\tau-\xi)d\xi, \quad (8)$$

где $G(x,\tau-\xi)=\frac{1}{\sqrt{4\pi Dx}}e^{-\frac{(\tau-\xi)^2}{4Dx}}$ – функция Грина, а $A_0(\xi)$ определяется из граничного условия $A(x=0,\tau)=A_0(\tau)$. Или с учетом вида D, решение (8) имеет вид $A(x,\tau)=\frac{1}{\sqrt{4\pi i\gamma x}}\int_{-\infty}^{+\infty}A_0(\xi)e^{-\frac{(\tau-\xi)^2}{2i\gamma x}}d\xi$, где $\gamma=\left(\frac{\partial^2 k}{\partial\omega^2}\right)_{\omega_0}$.

Таким образом, из-за мнимости коэффициента диффузии изменяется не только амплитуда сигнала $|A(x,t)|$, но и возникает фазовая модуляция: если на вход диспергирующей среды подан сигнал с действительной амплитудой, то на выходе среды амплитуда сигнала будет комплексной.

Найдём решение уравнения для огибающей волнового пакета во втором приближении теории дисперсии, если на входе диспергирующей среды задан сигнал с гауссовой огибающей

$$A(x=0,t)=A_0e^{-\frac{t^2}{T_0^2}}.$$

Данный подход соответствует начальным условиям поставленной задачи с учетом быстрой диссипации энергии высокочастотных составляющих волнового пакета. Подставляем граничное условие

$$A_0(\tau)=A_0e^{-\frac{\tau^2}{T_0^2}}$$

в (8)

$$A(x,\tau)=\frac{A_0}{\sqrt{4\pi Dx}}\int_{-\infty}^{\infty}exp\left\{-\frac{\xi^2}{T_0^2}-\frac{(\tau-\xi)^2}{4Dx}\right\}d\xi=$$
$$=\frac{A_0}{\sqrt{4\pi Dx}}e^{-\frac{\tau^2}{4Dx}}\int_{-\infty}^{\infty}exp\{-B\}d\xi,$$

где $B=\frac{\xi^2(T_0^2+4Dx)}{T_0^2*4Dx}-\frac{2\tau\xi}{4Dx}$. Дополним B до полного квадрата: $\text{B}=a^2-2ab+b^2-b^2$. Следовательно, $a=\frac{\xi}{\sqrt{4Dx}}\sqrt{1+\frac{4Dx}{T_0^2}}$; $2ab=\frac{2\tau\xi}{4Dx}=2\frac{\xi}{\sqrt{4Dx}}\sqrt{1+\frac{4Dx}{T_0^2}}*b$ и $b=\frac{\tau}{\sqrt{4Dx}\sqrt{1+\frac{4Dx}{T_0^2}}}$.

Обозначим $\beta=1+\frac{4Dx}{T_0^2}$. Тогда

$$B=(a-b)^2-b^2=\left(\frac{\xi\sqrt{\beta}}{\sqrt{4Dx}}-\frac{\tau}{\sqrt{4Dx}\sqrt{\beta}}\right)^2-\frac{\tau^2}{4Dx\beta}=$$
$$=\frac{1}{4Dx\beta}[(\xi\beta-\tau)^2-\tau^2]$$

и, следовательно,

$$A(x,\tau)=\frac{A_0}{\sqrt{4\pi Dx}}e^{-\frac{\tau^2}{4Dx}}\int_{-\infty}^{\infty}exp\left\{-\frac{1}{4Dx\beta}[(\xi\beta-\tau)^2-\tau^2]\right\}d\xi=$$

$$= \frac{A_0}{\sqrt{4\pi Dx}} e^{-\frac{\tau^2}{4Dx}} * e^{-\frac{\tau^2}{4Dx\beta}} \int_{-\infty}^{\infty} exp\left\{-\frac{1}{4Dx\beta}(\xi\beta-\tau)^2\right\} d\xi =$$
$$= \frac{A_0}{\sqrt{\beta}} e^{-\frac{\tau^2}{T_{0\beta}^2}}.$$

Окончательно получим

$$A(x,\tau) = \frac{E_0}{\sqrt{1+\frac{4Dx}{T_0^2}}} e^{-\frac{\tau^2}{T_0^2\left(1+\frac{4Dx}{T_0^2}\right)}}. \qquad (9)$$

Получим во втором приближении теории дисперсии законы изменения длительности волнового пакета и амплитуды в центре волнового пакета, имеющего гауссову огибающую на входе диспергирующей среды. Чтобы найти законы изменения с расстоянием длительности волнового пакета и амплитуды в центре волнового пакета, необходимо найти действительную амплитуду, т.е. $|A(x,\tau)|$.

$$A(x,\tau) = |A(x,\tau)| \cdot e^{i\psi}.$$

$$\beta = |\beta| e^{i\psi} = \beta' + i\beta'' = |\beta| e^{i\, arctg\frac{\beta''}{\beta'}};$$

$$\beta = 1 + i\frac{2\gamma x}{T_0^2};$$

$$|\beta| = \sqrt{\beta\beta^*} = \sqrt{1+\left(\frac{2\gamma x}{T_0^2}\right)^2} = \sqrt{1+\frac{z^2}{l_p^2}},$$

где $l_p = \frac{T_0^2}{2\gamma}$ – длина расплывания сигнала,

$$\varphi = arctg\left(\frac{2\gamma x}{T_0^2}\right) = -arctg\left(\frac{x}{l_p}\right).$$

Обозначим

$$y = e^{-\frac{\tau^2}{T_0^2\beta}} = e^{\frac{c}{a+ib}},$$

где $c = -\frac{\tau^2}{T_0^2}$; $a = 1$; $b = \frac{x}{l_p}$.

Тогда

$$y = e^{\frac{c(a-ib)}{a^2+b^2}} = e^{\frac{ca}{a^2+b^2}} e^{-i\frac{cb}{a^2+b^2}} = |y| e^{i\delta}$$

и

$$|y| = e^{\frac{ca}{a^2+b^2}}.$$

$$\delta = -\frac{cb}{a^2+b^2} = -\frac{\left(-\frac{\tau^2}{T_0^2}\right)\left(\frac{x^2}{l_p^2}\right)}{|\beta|^2} = -\frac{\tau^2}{T_0^2|\beta|^2} \cdot \frac{x}{l_p}.$$

$$A(x,\tau) = \frac{A_0}{\sqrt{\beta}} e^{-\frac{\tau^2}{T_0^2\beta}} = \frac{A_0}{\sqrt{|\beta|}} e^{-i\frac{\varphi}{2}} e^{-\frac{\tau^2}{T_0^2|\beta|^2}} e^{i\frac{\tau^2}{T_0^2|\beta|^2}\cdot\frac{x}{l_p}} =$$
$$= |A(x,\tau)| e^{i\psi}.$$

$$\begin{cases} |A(x,\tau)| = \frac{A_0}{\sqrt{|\beta|}} e^{-\frac{\tau^2}{T_0^2|\beta|^2}} \\ -\text{действительная амплитуда} \\ \psi = -\frac{1}{2}\mathrm{arctg}\left(\frac{x}{l_p}\right) + \frac{\tau^2}{T_0^2|\beta|^2}\cdot\frac{x}{l_p} \\ -\text{ фаза комплексной амплитуды} \\ \text{огибающей волнового пакета.} \end{cases} \qquad (10)$$

Так, если действительная амплитуда имеет вид

$$|A(x,\tau)| = \frac{A_0}{\sqrt[4]{1+\frac{x^2}{l_p^2}}} e^{-\frac{\tau^2}{T_0^2\left(1+\frac{x^2}{l_p^2}\right)}},$$

то длительность волнового пакета меняется с расстоянием по закону

$$T(x) = T_0\sqrt{1+\frac{x^2}{l_p^2}}, \qquad (11)$$

а закон изменения амплитуды в центре волнового пакета с расстоянием имеет вид

$$|A(x,\tau=0)| = \frac{A_0}{\sqrt[4]{1+\frac{x^2}{l_p^2}}}. \qquad (12)$$

Исследуя функцию $A_1(x) = |A(x,\tau=0)|$, получим, что $A_1(x)\,|_{x=0} = A_0$, $\lim_{x\to\infty} A_1(x) = \infty$ и, следовательно, функция $A_1(x)$ имеет точку перегиба при $x = x_п = \sqrt{\frac{2}{3}}\, l^p$ и $A_1(x = x_п) = \frac{A_0}{\sqrt[4]{\frac{5}{3}}}$.

Так как $\left.\frac{\partial A_1}{\partial x}\right|_{x=0} = 0$, то в точке $x = 0$ касательная к графику $A_1(x)$ будет горизонтальной. Исследуем, как меняется с расстоянием амплитуда в центре волнового пакета при распространении в диспергирующей среде, если на входе среды задан волновой пакет вида

$$A(x=0,t) = A_0\frac{t^2}{T_0^2} e^{-\frac{t^2}{T_0^2}};$$

$$A(x=0,t) = A_0\frac{t^2}{T_0^2} e^{-\frac{t^2}{T_0^2}} = A_0(\tau).$$

В центре волнового пакета

$$A(x,\tau=0)=\frac{1}{\sqrt{4\pi Dx}}\int_{-\infty}^{\infty}A_0(\xi)^{-\frac{\xi^2}{4Dx}}d\xi=$$

$$=\frac{A_0}{\sqrt{4\pi Dx}}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\xi^2}{T_0^2}e^{-\frac{\xi^2}{T_0^2}-\frac{\xi^2}{4Dx}}d\xi.$$

Обозначим

$$R=\frac{A_0}{T_0^2\sqrt{4\pi Dx}} \text{ и } \alpha=\frac{1}{T_0^2}+\frac{1}{4Dx}.$$

Тогда

$$A(x,\tau=0)=|A(x,\tau=0)|\cdot e^{i\psi}=$$

$$=R\int_{-\infty}^{\infty}\xi^2e^{-\alpha\xi^2}d\xi=-R\frac{\partial}{\partial\alpha}\left(\int_{-\infty}^{\infty}e^{-\alpha\xi^2}d\xi\right)=$$

$$=-R\frac{\partial}{\partial\beta}\left(\sqrt{\frac{\pi}{\alpha}}\right).$$

Окончательно получим

$$|A(x,\tau=0)|=\frac{A_0\cdot x}{2\cdot 1_p}\left(1+\frac{x^2}{1_p^2}\right)^{-\frac{3}{4}}=A_1(x)$$

– действительная амплитуда;

$$\psi=-\frac{\pi}{4}+\frac{3}{2}arctg\frac{l_p}{x}$$

– фаза комплексной амплитуды.

Основываясь на результатах проведённого теоретического анализа, представим сигнал $u(x,t)=A(x,t)e^{i(\omega_0t-k(\omega_0)x)}$ как сумму m гармонических сигналов $k_m(t)=\sum_{i=1}^{m}A_i(t)\cos[\omega k_it+\Psi_i(t)]$, где выражение под знаком косинуса есть полная фаза, которая является информационным сигналом, т.к. отображает информацию о текущем изменении фазы сигнала кинем. Таким образом, испытательный сигнал можно представить следующим выражением

$$u(x,t)=Md_{\Psi}\left[\sum_{i=1}^{m}A_i(x,t)\cos\left[\omega_{k_i}t+\Psi_i(x,t)\right]\mathrm{g}(\omega_{\mathrm{g}},t)\right];\ t\in[T_0], \quad (13)$$

где $\Psi_i(t)$, ω_{k_i}, $\mathrm{g}(\omega_{\mathrm{g}_i},t)$ – фазовый угол, угловая частота и несущий сигнал i – ой моды зондирующего сигнала. Данный сигнал можно анализировать как узкополосный случайный процесс $S_m(t)=A(t)\cos[\omega_0t+\Psi(t)]$ в полосе несущих частот: $\omega_0\in(\omega_l,\omega_h)\in[\Delta\Omega]$ – нижняя и верхняя частоты анализируемого сигнала, у которого как огибающая $A(x,t)$, так и начальная фаза $\Psi_0(\mathrm{t})$ являются случайными функциями, медленно (по сравнению с $\cos\omega_0t$) изменяющимися во времени.

Выше было доказано, что зондирующий сигнал принадлежит гильбертову пространству с конечной мощностью в интервалах времени T_0 и частоты $\omega\in(\Delta\Omega),t\in[T_0]$, не содержит дельта функций и разрывов, поэтому для анализа процесса угловой демодуляции можно применить метод низкочастотного эквивалента. Угловая демодуляция сигнала может осуществляться традиционным методом, который предусматривает промежуточное вычисление аналитического сигнала при помощи преобразования Гильберта и нахождение аргумента $\Psi(\omega k,t)$ исследуемого сигнала

$$\Psi(\omega_k,t)=\arg\{Hil\{A(t)\cos[\omega_0t+\Psi(t)]\exp(-j\omega_0t)\}\}, \quad (14)$$

где $Hil\{*\}$ – вычисление преобразования Гильберта, $\arg\{*\}$ – вычисление аргумента функции. Необходимо учитывать, что преобразование Гильберта, выполняющее расчет квадратурного дополнения сигнала $S_m(t)$, оперирует функциями прямого и обратного преобразования Фурье, т.е. требует строгой стационарности сигнала аргумента. Исследование функции полной фазы (14) необходимо производить на интервале времени анализа T_0, в течение которого основные спектральные параметры сигналов не претерпевают существенных изменений [1], т.е. на интервале стационарности.

В связи с тем, что зависимости исследуемых сигналов для разных пикетов не имеют функционального характера, т.е. равномерному изменению одного признака соответствует изменение другого признака, в среднем, можно, для оценки тесноты связи между исследуемыми сигналами, применить методы корреляционного анализа функции спектральной плотности мощности (СПМ), в частности коэффициент корреляционного отношения Пирсона [2]

$$r=\frac{\sum_{i=1}^{N}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{N}(x_i-\bar{x})^2}\sqrt{\sum_{i=1}^{N}(y_i-\bar{y})^2}}, \quad (15)$$

где x и y – исследуемые функции СПМ; $\bar{x}$ и $\bar{y}$ – выборочные средние значения, определяемые (в частности, для x) как $\bar{x}=\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}x_i$.

Выводы. Проведен анализ математической модели процесса геолокации, представленный моделью распространения волнового пакета виброакустического зондирующего сигнала, инициированного взрывом, в породном массиве с геологическими неоднородностями.

Доказана необходимость анализа второго приближения теории дисперсии, который позволяет идентифицировать параметры свойств среды распространения методами амплитудной и фазовой демодуляции регистрируемого виброакустического сигнала на интервале длительности волнового пакета. Обосновано применение метода низкочастотного эквивалента в задаче исследования информационного расстояния между функциями полной фазы, несущей информацию о дисперсионных свойствах исследуемого массива. Предложенный метод анализа дает возможность извлечь из регистрируемых акустических сигналов, прошедших сквозь породный массив, информацию о плотностных, геометрических характеристиках волновода, а при дальнейшем развитии – и строения самого массива.

Результаты экспериментальных исследований адекватности предложенной модели распространения волнового пакета виброакустического зондирующего сигнала, проведенные на шахте „Днепровская“, будут изложены в следующей статье.

Список ссылок / References

1. Журавлёв В.Н. Свойства стационарности зондирующего угольный пласт виброакустического информационного сигнала / В.Н. Журавлёв, Е.В. Масленников, И.В. Кондратюк // Сбірник наукових праць НГУ – Дніпропетровськ, НГУ. – 2010. – № 34. – т. 1. – С. 192–199.

Zhuravlev, V.N., Maslennikov, Ye.V. and Kondratyuk, I.V. (2010), “Properties of stationarity sounding the coal layer of vibroacoustic informative signal”, *Sbirnyk naukovykh prats NGU*, Dnipropetrovsk, Vol. 1, no.34, pp. 192–199.

2. Гайдышев И. Анализ и обработка данных: специальный справочник / Гайдышев И. – СПб: Питер, 2001. –752 с.

Haydyshev, I. (2001), *Analiz i obrabotka dannykh: spetsyalnyi spravochnik* [Analysis and Data Processing: Special Reference Book] Piter, St-Petersburg, Russia.

Мета. Розробка ефективної методики прогнозу структурних неоднорідностей у породному масиві шляхом аналізу його напружено-деформованого стану.

Методика. На основі теорії сигналів і гіпотези комбінованої амплітудно-фазової модуляції зондуючого сигналу неоднорідностями дисперсійного середовища розглянуто метод аналізу інформаційної складової.

Результат. Проведено аналіз математичної моделі модуляції повної фази огинаючої хвильового пакету, що поширюється в неоднорідному породному масиві. Обґрунтовано застосування методу низькочастотного еквівалента в задачі дослідження інформаційної відстані між функціями повної фази, що несе інформацію про дисперсійні властивості досліджуваного масиву. Доведено необхідність аналізу другого наближення теорії дисперсії, яке дозволяє ідентифікувати параметри властивостей середовища поширення методами амплітудної і фазової демодуляції реєстрованого віброакустичного сигналу на інтервалі тривалості хвильового пакета.

Наукова новизна. Обґрунтовано аналітичні вирази, що дозволяють розробити метод обробки сигналу хвильового пакета, що пройшов крізь структурно-неоднорідний породний масив, і визначити геометричні параметри неоднорідностей хвилеводу.

Практична значимість. Запропонований метод аналізу дає можливість удосконалити методику прогнозу геологічних порушень у вуглепородному масиві. Надійність методу акустичного контролю, його ефективність і сумісність з іншими технічними засобами дозволяють розглядати даний напрям, як основний для розробки автоматизованих систем геомеханічного моніторингу при підземному видобутку корисних копалин.

Ключові слова: *хвильовий пакет, дисперсійні властивості, модуляція, вузькополосий сигнал, повна фаза*

Purpose. To develop an effective method of prediction of structural heterogeneities in rock mass by analyzing its stress-strain state.

Methodology. Based on the theory of signals and hypotheses of combined amplitude and phase modulation of the probe signal heterogeneities dispersive medium, the method of analysis of the data component has been considered.

Findings. The analysis of the mathematical model of the modulation of total phase envelope of wave packet propagating in heterogeneous rock mass was given. Applying of the method of low-frequency equivalent to the problem of study of information distance between the functions of the total phase, which carry information about the dispersion properties of the investigated massif were substantiated. We proved the necessity of the second approximation of dispersion theory analysis, which allows us to identify the parameters of medium properties distribution by the methods of amplitude and phase demodulation of the vibroacoustic signal detected in the interval length of the wave packet.

Originality. We have substantiated analytical expressions that allow the development of the method of signal processing of the wave packet transmitted through the structural and heterogeneous rock mass, and to determine the geometrical parameters of the inhomogeneities of the waveguide.

Practical value. The proposed method of analysis makes it possible to improve the technique of the forecast of geological faults in rock and coal massif. Reliability of the method of acoustic control, its effectiveness and compatibility with other technical means gives us the possibility to consider this direction as the main for the development of automated systems geomechanical monitoring in underground mining.

Keywords: *wave packet dispersion properties, modulation, narrowband signal, full phase*

Рекомендовано до публікації докт. техн. наук М.М. Довбнічем. Дата надходження рукопису 19.10.12.