

**Practical value.** The use of the offered method of renewal of the operating state of the mine workings allows providing destruction of rocks of any durability without the dynamic affect on surrounding massif and diminishing further displacements of rocks after repair.

**Keywords:** *mine working, renewal of the operating state, destruction of rocks, nonexplosive destroying mixtures, selfexpansion*

*Рекомендовано до публікації докт. техн. наук С.В. Подкопаєвим. Дата надходження рукопису 06.12.11.*

УДК 621.85.01

**Н.А. Лубенец, канд. техн. наук, доц.,  
Т.Н. Лубенец**

Государственное высшее учебное заведение  
“Национальный горный университет”, г. Днепропетровск,  
Украина, e-mail: Lubenets tatyana@ukr.net

## ВЛИЯНИЕ ЦЕНТРОБЕЖНЫХ СИЛ ГИБКОГО ТЕЛА НА РЕАЛИЗАЦИЮ ТЯГОВОГО УСИЛИЯ ТРЕНИЕМ

**N.A. Lubenets, Cand. Sci. (Tech.), Associate Professor,  
T.N. Lubenets**

State Higher Educational Institution “National Mining University”,  
Dnipropetrovsk, Ukraine, e-mail: Lubenets tatyana@ukr.net

## EFFECT OF CENTRIFUGAL FORCES OF A FLEXIBLE BODY ON TRACTION FRICTION IMPLEMENTATION

**Цель.** Установление влияния центробежных сил гибкого тела, скользящего по неподвижному блоку, на силу трения между ними.

**Методика.** До настоящего времени влияние центробежных сил гибкого тела описывается законом трения гибких тел Эйлера (формулой Эйлера) и широко используется в мировой и отечественной практике научных исследований, машиностроении, технике и образовании. Однако он получен тогда, когда господствовали устаревшие представления о трении Амонтона, были недостаточны знания об энергии, что привело к расхождению данных практики и теории. Влияние центробежных сил гибкого тела установлено аналитическими методами, основателем которых является Эйлер, с учетом изменившихся и новых знаниях о трении и энергии, которыми пользуются в настоящее время.

**Результаты.** В настоящей статье описывается альтернативное формуле Эйлера решение задачи о скольжении гибкого тела по неподвижному блоку с учетом центробежных сил. Вывод основан на представлениях о трении Кулона, методах механики, принципах сохранения энергии.

**Научная новизна.** Установлено правильное влияние угла обхвата барабана, коэффициента трения, натяжения в сбегающем и набегающем на блок звене гибкого тела, его линейной массы и скорости движения на реализацию тягового усилия трением.

**Практическая значимость.** Альтернативное решение задачи преодолевает противоречия между накопившимися данными практики и известным решением задачи трения гибких тел Эйлера. Установлено, что влияние центробежных сил гибкого тела, скользящего по блоку, весьма существенно на реализацию силы трения. Например, для заданного ленточного конвейера уже при скоростях 2 и 4 м/с тяговое усилие, согласно альтернативному решению задачи Эйлера, снижается на 15 и 75% соответственно, в сравнении с максимальным значением. Полученные знания развивают аналитические методы в механике, научные представления о трении гибких тел, способствуют общему прогрессу.

**Ключевые слова:** *трение, гибкое тело, неподвижный блок, угол обхвата, линейная масса, скорость, коэффициент трения, центробежные силы*

**Постановка проблемы.** Влияние веса гибкого тела, скользящего по неподвижному блоку, на реализацию тягового усилия трением также описывается формулой Эйлера, учитывающей центробежные силы. Формула Эйлера является фундаментальным законом трения гибких тел и широко используется в мировой и отечественной практике научных исследований, машиностроении и технике. А решение задачи о скольжении гибкого тела по неподвижному блоку

Эйлером, из которого вытекает упомянутый выше закон, рассматривается учеными, преподавателями, инженерами и студентами как показательный классический пример решения задач механики аналитическими методами, основателем которых является Эйлер [1].

Закон трения гибких тел Эйлера, учитывающий центробежные силы, устанавливает взаимосвязь между параметрами трения нерастяжимого, абсолютно гибкого тела (идеальной нити) с некоторым линейным весом при скольжении с заданной скоростью по

неподвижному блоку, под действием сил, приложенных к его концам.

Согласно закону идеальная нить под действием приложенных к ее концам сил  $S_1$  и  $S_2$  скользит по неподвижному блоку в направлении большей силы, превышающей другую силу на величину суммарной силы трения, которая возникает между нитью и неподвижным блоком

$$\ln \frac{S_1 - q \cdot v^2}{S_2 - q \cdot v^2} = \omega \cdot \varphi - const ,$$

где  $S_1$  – натяжение в сбегавшей с блока ветви идеальной нити;  $S_2$  – натяжение в набегающей ветви идеальной нити;  $\varphi$  – угол обхвата барабана идеальной нитью;  $\omega$  – коэффициент трения скольжения между идеальной нитью и блоком;  $v$  – скорость скольжения нити;  $q$  – линейная масса идеальной нити.

**Анализ исследований.** Однако выводы Эйлера основаны на устаревших представлениях Амонтона о трении (закон о прямой пропорциональности между силой трения и нормальной реакцией между телами), которые господствовали в то время. Это обстоятельство обуславливает возможную гипотетическую неправильность формулы Эйлера, которая подтверждается практикой [2, 3].

Упомянутый закон трения гибких тел Эйлера не описывает условий, когда одно из усилий, приложенных к одному из концов гибкого тела, находится в пределах от нуля до  $q \cdot v^2$ . В окрестности верхнего предела указанного диапазона закон дает весьма противоречивую прогнозную оценку угла обхвата блока гибким телом с заданными фрикционными характеристиками, который стремится к бесконечности.

Кроме того, согласно данным Андреева А.В., сила трения между барабаном и конвейерной лентой, которая может считаться гибким телом, полученная экспериментально, намного выше (до 30%) в сравнении с его расчетным значением, полученным с использованием формулы Эйлера.

Все это породило сомнение в правильности закона трения гибких тел Эйлера и, отвечающей ему, зависимости натяжения идеальной нити вдоль линии контакта с блоком при скольжении [2, 3].

Дискуссия ученых вокруг правильности формулы Эйлера не затухает вот уже два столетия. Многочисленные попытки увязать между собой данные практики и формулы Эйлера посредством учета гравитационных, инерционных, центробежных сил, физико-механических свойств гибкого тягового органа и других факторов, предпринимаемые учёными, не только не привели к существенным поправкам к формуле Эйлера, а, порой, и противоречат выводам некоторых исследователей по одному и тому же вопросу.

Вместе с тем, несмотря на данные практики и признание учеными отличия механизмов реализации тягового усилия в реальном тяговом органе и в идеальной нити по Эйлеру, до недавнего времени было

принято считать, что в условиях скольжения они могут быть описаны формулой Эйлера.

Поэтому автор настоящей статьи предложил новое решение задачи Эйлера, которое, отчасти, учитывает и изменившиеся после вывода формулы Эйлера представления о трении, а именно представления Кулона (закон о двухпараметрической линейной зависимости между силой трения и нормальной реакцией между телами), господствующие сейчас в науке со времени их введения в 1779 г. [2,3].

**Нерешенная проблема.** Новое решение известной задачи преодолевает противоречия между накопившимися данными практики и формулой Эйлера, но не учитывает влияние центробежных сил, которое при некоторых скоростях скольжения гибкого тела по неподвижному блоку может быть существенным.

Следовательно, установление влияния центробежных сил на реализацию тягового усилия трением при скольжении гибкого тела по неподвижному блоку является актуальной научной проблемой, имеющей большое научное и практическое значение. Это, в частности, необходимо для установления рациональной области применения гибкого тела по скорости его движения, правильного понимания механизма передачи тягового усилия гибкому тяговому органу, способствует совершенствованию теорий трения гибких тел и торможения ленточными тормозами, а также транспортирования грузов транспортными машинами с гибким тяговым органом.

**Цель статьи.** Целью статьи является установление влияния центробежных сил гибкого тела, скользящего по неподвижному блоку, на реализацию тягового усилия трением.

**Изложение основного материала.** Для этого рассмотрим расчетную схему Эйлера, приведенную на рис. 1, учитывающую центробежные силы. Выделим элементарный участок гибкого тела  $dl$ , к которому приложены усилия натяжения  $S(\alpha)$  и  $[S(\alpha)+dS]$ , нормальная реакция  $dN$ , сила трения скольжения  $dF$ . Поскольку гибкое тело перемещается по искривленной поверхности, то будет присутствовать центростремительное ускорение, которое приводит к возникновению центробежной силы  $dC$ .

В соответствии с выкладками Эйлера, уравнение равновесия для элементарного участка гибкого тела  $dl$ , отвечающего элементарному углу обхвата  $d\alpha$ , при скольжении гибкого тела по блоку, будет иметь вид

$$S(\alpha) \cdot \sin \frac{d\alpha}{2} + [S(\alpha) + dS] \cdot \sin \frac{d\alpha}{2} = dN + dC ,$$

где  $S(\alpha)$  и  $[S(\alpha)+dS]$  – усилия натяжения гибкого тела на концах элементарного участка;  $dC$  – центробежная сила элементарного участка;  $dN$  – нормальная реакция между элементарным участком гибкого тела и блоком;  $d\alpha$  – приращение угла на элементарном участке гибкого тела.

Отсюда, пренебрегая малыми величинами высшего порядка малости, нормальная реакция

между парой трения будет записана в виде уравнения

$$dN = S(\alpha) \cdot d\alpha - dC.$$

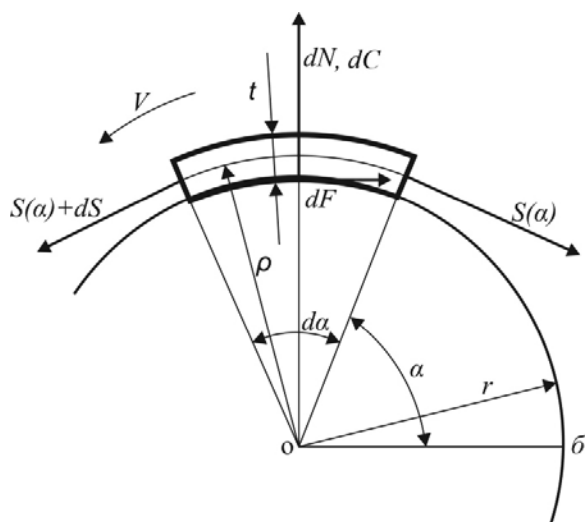


Рис. 1. Элементарный участок гибкого тела  $dl$ :  $S(\alpha)$  и  $[S(\alpha)+dS]$  – усилия натяжения гибкого тела на концах элементарного участка;  $dC$  – центробежная сила элементарного участка;  $dN$  – нормальная реакция между элементарным участком гибкого тела и барабаном;  $dF$  – сила трения скольжения между элементарным участком гибкого тела и барабаном;  $t$  – толщина гибкого тела;  $\rho$  – радиус условной (нейтральной) продольной линии гибкого тела;  $\alpha$  – угол сечения гибкого тела, контактирующего с барабаном;  $d\alpha$  – элементарный угол на элементарном участке гибкого тела  $dl$

Указанная дифференциальная зависимость свидетельствует о том, что нормальная реакция  $dN$  между элементарным участком гибкого тела  $dl$  и неподвижным блоком обусловлена натяжением гибкого тела  $S(\alpha)$  и кривизной поверхности, характеризующейся элементарным углом  $d\alpha = \frac{dl}{r}$ .

С уменьшением радиуса кривизны нормальная реакция увеличивается. Причем, центробежная сила  $dC$  уменьшает нормальную реакцию  $dN$ .

Если обозначить линейную массу гибкого тела через  $q$ , то величина соответствующей элементарной центробежной силы будет выглядеть следующим образом

$$dC = q \cdot \frac{v^2}{r} \cdot dl = q \cdot \frac{v^2}{r} \cdot r \cdot d\alpha = q \cdot v^2 \cdot d\alpha,$$

где  $q$  – линейная масса гибкого тела.

Поэтому

$$dN = S(\alpha) \cdot d\alpha - dC = S(\alpha) \cdot d\alpha - q \cdot v^2 \cdot d\alpha = (S(\alpha) - q \cdot v^2) \cdot d\alpha.$$

Кроме того, при скольжении гибкого тела (идеальной нити) по барабану, когда поперечный размер равен нулю ( $\rho = r$ ), момент силы трения уравновешивается моментом силы натяжения элементарного участка гибкого тела

$$r \cdot dF + r \cdot S(\alpha) - r \cdot [S(\alpha) + dS] = 0.$$

Откуда

$$r \cdot dF = r \cdot dS; \quad dF = dS.$$

Следовательно, изменение натяжения гибкого тела, при его скольжении по неподвижному блоку, обусловлено наличием трения.

Согласно закону трения Кулона, зависимость между силой трения и нормальной реакцией между телами интерпретируется выражением

$$F = F_c + tg\beta \cdot N,$$

где  $F$  – сила трения между телами;  $F_n$  – сила трения между парой трения при значении нормальной реакции, равной нулю;  $tg\beta$  – тангенс угла наклона зависимости силы трения от нормальной реакции между телами;  $N$  – нормальная реакция между телами.

Для элементарного участка гибкого тела

$$dF = \frac{F_c}{r \cdot \varphi} \cdot dl + tg\beta \cdot dN = \frac{F_c}{\varphi} \cdot d\alpha + tg\beta \cdot dN.$$

Или

$$dF = \frac{F_c}{\varphi} \cdot d\alpha + tg\beta \cdot (S(\alpha) \cdot d\alpha - dC).$$

Тогда можно записать

$$dF = dS = \frac{F_c}{\varphi} \cdot d\alpha + tg\beta \cdot (S(\alpha) \cdot d\alpha - dC).$$

Итоговое дифференциальное уравнение, описывающее скольжение элементарного участка гибкого тела, примет вид

$$dS = \frac{F_c}{\varphi} \cdot d\alpha + tg\beta \cdot (S(\alpha) - q \cdot v^2) \cdot d\alpha.$$

Его решение

$$\int_{S_2}^{S_1} dS = \int_0^{\varphi} \left[ \frac{F_c}{\varphi} + tg\beta \cdot (S(\alpha) - q \cdot v^2) \right] \cdot d\alpha,$$

где  $\varphi$  – угол обхвата барабана гибким телом.

Откуда

$$\begin{aligned} S_1 - S_2 &= F_c + tg\beta \cdot \left( \int_0^{\varphi} S(\alpha) \cdot d\alpha - \int_0^{\varphi} q \cdot v^2 \cdot d\alpha \right) = \\ &= F_c + tg\beta \cdot (N_s - C) = F_c + tg\beta \cdot N = \\ &= F_c + tg\beta \cdot \left( \int_0^{\varphi} S(\alpha) \cdot d\alpha - q \cdot v^2 \cdot \varphi \right), \end{aligned}$$

где  $N_S$  – нормальная реакция между гибким телом и блоком, обусловленная натяжением гибкого тела;  $C$  – центробежная сила гибкого тела.

Интеграл  $\int_0^{\varphi} S(\alpha) \cdot d\alpha$  (площадь фигуры, ограниченная функцией  $S(\alpha)$  в пределах угла обхвата  $\varphi$ ), входящий в полученное уравнение, – нормальная реакция между гибким телом и блоком, обусловленная натяжением гибкого тела [3,4].

$$N_S = \int_0^{\varphi} S(\alpha) \cdot d\alpha.$$

В соответствии с принципом сохранения потенциальной энергии натяжения гибкого тела [3] получим

$$S(\alpha) = \frac{S_1 - S_2}{\varphi} \cdot \alpha + S_2.$$

Тогда нормальная реакция между гибким телом и блоком, обусловленная натяжением гибкого тела, составит

$$N_S = \int_0^{\varphi} S(\alpha) \cdot d\alpha = \int_0^{\varphi} \left( \frac{S_1 - S_2}{\varphi} \cdot \alpha + S_2 \right) \cdot d\alpha = \left( \frac{S_1 - S_2}{\varphi} \cdot \frac{\alpha^2}{2} + S_2 \cdot \alpha \right) \Big|_0^{\varphi} = \varphi \cdot \frac{S_1 + S_2}{2}.$$

Поэтому, решение дифференциального уравнения в параметрах, которые ввел Кулон, будет выглядеть следующим образом

$$S_1 - S_2 = F_c + tg\beta \cdot \left( \frac{S_1 + S_2}{2} \cdot \varphi - q \cdot v^2 \cdot \varphi \right) = F_c + tg\beta \cdot (N_S - C) = F_c + tg\beta \cdot N = F.$$

А решение дифференциального уравнения, выраженное через коэффициент трения, введенный Амонтоном (Леонардо да Винчи), будет иметь следующий вид

$$F = S_1 - S_2 = \left( \frac{F_c}{N} + tg\beta \right) \cdot N = \omega(N) \cdot N = \omega \cdot (N_S - C) = \omega \cdot \varphi \cdot \left( \frac{S_1 + S_2 - 2 \cdot q \cdot v^2}{2} \right),$$

где  $\omega(N)$  – коэффициент трения есть функция от нормальной реакции  $N$ .  
Или

$$\frac{2 \cdot (S_1 - S_2)}{S_1 + S_2 - 2 \cdot q \cdot v^2} = \varphi \cdot \omega - const.$$

Следовательно, получено альтернативное формуле Эйлера решение задачи о скольжении гибкого тела по неподвижному блоку под действием сил, приложенных к ее концам, с учетом центробежных сил.

Как и следовало ожидать, основными факторами, оказывающими влияние на передачу тягового усилия гибкому телу трением, в отличии от закона трения гибких тел Эйлера, является не только меньшая сила ( $S_2$ ), приложенная к одному из концов гибкого тела, скорость его движения ( $v$ ), линейная масса ( $q$ ), коэффициент трения ( $\omega$ ) и угол обхвата ( $\varphi$ ), но и большая сила, приложенная к другому концу гибкого тела. Степень влияния скорости движения гибкого тела ( $v$ ) и его линейной массы ( $q$ ) не так велика, как в известной формуле Эйлера. Влияние всех рассмотренных факторов на реализацию тягового усилия трением, кроме скорости движения гибкого тела ( $v$ ), – линейное, а последнего фактора ( $v$ ) – квадратичное. Причем линейная масса ( $q$ ) и скорость движения гибкого тела ( $v$ ) уменьшают тяговое усилие.

Критические значения скорости скольжения гибкого тела, для формулы Эйлера и альтернативного решения задачи Эйлера с учетом центробежных сил, при которых не реализуется тяговое усилие, равны

$$v_k / \varphi_{\text{Э}} \geq \sqrt{\frac{S_2}{q}};$$

$$v_k / \text{альт.э-н} \geq \sqrt{\frac{(S_1 + S_2)}{2 \cdot q}}.$$

Откуда  $v_k / \dot{\varphi} = v_k / \dot{\alpha} \cdot \varphi = v_k / \dot{\alpha} \cdot \varphi - i$ .

В таблице приведены сравнительные данные оценки силы трения между неподвижным барабаном и конвейерной лентой, которая может считаться гибким телом, при различных скоростях скольжения.

Условия испытаний: ширина конвейерной ленты – 490 мм; толщина конвейерной ленты – 10 мм; линейная масса конвейерной ленты ( $q$ ) – 7,6 кг; усилие натяжения конвейерной ленты ( $S_1 + S_2$ ) – 311 кГ; коэффициент трения ( $\omega$ ) – 0,43; угол обхвата барабана конвейерной лентой ( $\varphi$ ) – 3,14 рад; скорость скольжения ( $v$ ) варьировалась в пределах от 0,5 до 8,0 м/с.

Данные получены при испытании на испытательном стенде при скорости скольжения 1 м/с и экстраполированы на другие скорости. При этом влияние скорости скольжения на коэффициент трения не учитывалось, а определение коэффициента трения осуществлялось с использованием альтернативного решения задачи Эйлера, учитывающего центробежные силы.

Проведенный анализ данных эксперимента свидетельствует о том, что влияние центробежных сил на реализуемое тяговое усилие трением, при некоторых условиях испытаний, весьма существенно. Уже при скоростях 2 и 4 м/с, за счет центробежных сил, реализуемое тяговое усилие, согласно альтернативному решению задачи Эйлера,

снижается на 15 и 75% по сравнению с максимальным, а по формуле Эйлера – на 55 и 85% соответственно. Критические значения скорости скольжения гибкого тела, при которой не реализуется тяговое усилие, по формуле Эйлера и альтернативному решению задачи Эйлера одно и то же и

составляет 4,52 м/с. Однако конвейерная лента иногда эксплуатируется при значительно больших скоростях (достигает 6 и даже 8 м/с для карьерных конвейеров), что требует отдельного рассмотрения и анализа.

Таблица

Сравнительные данные оценки силы трения между конвейерной лентой и неподвижным барабаном при различных скоростях скольжения

Условия испытаний			Сила трения между гибким телом и барабаном, кГ			
Скорость скольжения, $(v)$ , м/с	Силы, приложенные к концам гибкого тела, кГ		Согласно формуле Эйлера		Согласно альтернативному решению задачи Эйлера	
	$S_1$	$S_2$	$S_2(e^{\omega\varphi} - 1)$	$(S_2 - qv^2)(e^{\omega\varphi} - 1)$	$\omega\varphi(S_1 + S_2)/2$	$\omega\varphi(S_1 + S_2 - 2qv^2)/2$
0,5	259,2	51,8	148,1	142,7	209,9	207,9
1,0	256,0	55,0	157,3	135,6	209,9	199,7
2,0	240,0	71,0	203,1	116,1	209,9	168,9
4,0	178,4	132,6	379,2	31,5	209,9	45,8
8,0	155,5	155,5	444,7	0	209,9	0

Реализуемое тяговое усилие трением по альтернативному решению задачи Эйлера, с учетом центробежных сил, в сравнении с соответствующей формулой Эйлера, в среднем, на 30% больше. Это обстоятельство хорошо согласуется с данными практики о расхождении силы трения гибкого тела (конвейерной ленты), установленного экспериментально и рассчитанного с использованием формулы Эйлера, которое также достигает 30%, что согласуется с данными Андреева А.В. и свидетельствует о достоверности (правильности) альтернативного формуле Эйлера закона трения гибких тел [2].

И наоборот, опосредованное через силу  $S_2$  влияние центробежных сил на реализацию силы тяги трением по формуле Эйлера, не учитывающей центробежные силы, и в качественном и в количественном отношении выходит за пределы здравого смысла – увеличивается с увеличением скорости скольжения.

Ожидается, что, согласно известным решениям, с увеличением угла обхвата нитью неподвижного блока разница между реализуемыми тяговыми усилиями трением для альтернативного решения задачи Эйлера, с учетом центробежных сил и соответствующей формулы Эйлера, также будет возрастать. По новому решению задачи Эйлера к одному из концов гибкого тела может быть приложена сила, равная или близкая к нулю, а угол обхвата неподвижного блока гибким телом при этом не стремится к бесконечности, как в случае с решением Эйлера, что отвечает здравому смыслу.

Например, при удержании катера на причале канатом диаметром 50 мм, перекинутым через неподвижный блок с диаметром 0,5 м и коэффициентом трения, равным 0,3. Если к другому концу каната приложить усилие, близкое к нулю, то согласно альтернативному формуле Эйлера закону трения гибких тел, достаточно обеспечить угол обхвата блока канатом более 8,2 рад.

**Выводы.** Таким образом, новое решение задачи Эйлера описывает весь диапазон возможных сил, которые могут быть приложены к концам гибкого тела ( $0 \leq S_2 \leq S_1$ ). Дает реальную осязаемую прогнозную оценку угла обхвата гибким телом блока при значении силы, приложенной к одному из концов, равной или близкой к нулю. Приводит к сопоставлению силы трения гибких тяговых органов, установленных для конвейеров экспериментально и рассчитанных с использованием альтернативного формуле Эйлера закона, а также расширяет пределы применимости гибкого тела по реализуемому тяговому усилию для различных транспортных машин и устройств.

Полученное альтернативное решение задачи Эйлера способствует установлению истинных знаний о трении гибких тел, правильному пониманию механизма передачи тягового усилия гибкому телу трением с учетом центробежных сил. Оно способствует совершенствованию методов аналитического решения задач механики, развивает теорию трения гибких тел, теорию и практику транспортирования грузов различными транспортными машинами с гибким тяговым органом, что имеет большее науч-

ное, образовательное и практическое значение, способствует общему прогрессу.

### Список литературы / References

1. Тарг С.М. Краткий курс теоретической механики: Учеб. для вузов / Тарг С.М. – [12-е изд.] – М.: Высш. шк., 1998. – 416 с.

Targ, S.M. (1998), *Kratkiy kurs teoreticheskoy mekhaniki* [Short Course of Theoretical Mechanics], Manual, Issue 12, Vysshaya shkola, Moscow, Russia.

2. Лубенец Н.А. Альтернативный формуле Эйлера закон реализации тягового усилия трением / Н.А. Лубенец // Научный вестник НГУ. – Днепропетровск, 2008. – № 11. – С. 67 – 70.

Lubenets N.A. (2008), “The law of traction friction implementation alternative to the Euler formula”, *Naukovyi visnyk Natsionalnoho hirnychoho universytetu*, no.11, pp. 67–70.

3. Лубенец Н.А. Зависимость натяжения идеальной нити вдоль линии контакта с неподвижным блоком при скольжении / Н.А. Лубенец // Научный вестник НГУ. – Днепропетровск, 2010. – № 9–10. – С. 27–32.

Lubenets N.A. (2010), “Dependence of pull of ideal filament along the line of contact with immobile block when sliding”, *Naukovyi visnyk Natsionalnoho hirnychoho universytetu*, no.9–10, pp. 27–32.

**Мета.** Встановлення впливу центробіжних сил гнучкого тіла, що ковзає по нерухомому блоку, на силу тертя між ними.

**Методика.** До цього часу вплив центробіжних сил гнучкого тіла описується законом тертя гнучких тіл Ейлера (формулою Ейлера) і широко використовується у світовій і вітчизняній практиці наукових досліджень, машинобудуванні, техніці та освіті. Але його отримано тоді, коли панували застарілі уявлення щодо тертя Амонта, були недостатні знання про енергію, що призвело до розходження даних практики й теорії.

Вплив центробіжних сил гнучкого тіла встановлено аналітичними методами, засновником яких є Ейлер, з урахуванням змінених та нових знань щодо тертя та енергії, якими користуються в наш час.

**Результати.** У цій статті описано альтернативне формулі Ейлера розв’язання задачі про ковзання гнучкого тіла по нерухомому блоку з урахуванням відцентрових сил. Висновок засновано на уявленнях про тертя Кулона, методах механіки, принципах збереження енергії.

**Наукова новизна.** Встановлено правильний вплив кута обхвату барабана, коефіцієнта тертя, натягання у збігаючій та набігаючій на блок ланці гнучкого тіла, його лінійної маси та швидкості руху на реалізацію тягового зусилля тертям.

**Практична значимість.** Альтернативне розв’язання задачі долає протиріччя між накопиченими даними практики та відомим розв’язанням задачі тертя гнучких тіл Ейлера. Встановлено, що вплив відцентрових сил гнучкого тіла, яке ковзає по

нерухомому блоку, надто велике на реалізацію сили тертя. Наприклад, для заданого стрічкового конвейєра уже при швидкостях 2 і 4 м/с тягове зусилля, згідно із альтернативним рішенням задачі Ейлера, знизиться на 15 та 75% відповідно, у порівнянні з максимальним значенням.

Отримані знання розвивають аналітичні методи в механіці, наукові уявлення про тертя гнучких тіл, сприяють загальному прогресу.

**Ключові слова:** *тертя, гнучке тіло, нерухомий блок, кут обхвату, лінійна маса, швидкість, коефіцієнт тертя, відцентрові сили*

**Purpose.** To establish the influence of centrifugal forces of the flexible body sliding over a fixed block on the friction force between them.

The influence of centrifugal forces of the flexible body is usually described by the Euler's law of flexible bodies friction (Euler's formula), which is widely used in international and domestic practice, research, engineering, technology and education. However, it was obtained in times when old notions of Amontons friction predominated and its imperfection results in the disagreement between practice and theory. Euler is the founder of analytical methods used now for study of the influences of centrifugal forces of the flexible body, but they need to be developed and improved by modern knowledge about friction and energy.

**Findings.** The article describes an alternative formula for solution of the problem of flexible body sliding over a fixed unit, taking into account the centrifugal forces. The conclusion is based on the Coulomb's concept of friction and modern methods of mechanics, the principles of conservation of energy.

**Originality.** The accurate data about the influence of the drum angle of contact, friction coefficient, tension in different segments of the flexible body, its linear mass and movement speed on realization of traction friction.

**Practical value.** An alternative solution overcomes the disagreement between the accumulated empirical data and solution of Euler's formula of flexible bodies. It was found that the effect of centrifugal forces of the flexible body moving on the block is very important for the implementation of the friction force. For example, for the conveyor belt at speeds of 2 and 4 meters per second the traction under the alternative solution of the Euler problem is reduced to 15 and 75% respectively compared to the maximum.

The knowledge gained develops analytical methods in mechanics, scientific concepts of friction, flexible bodies, contributing to the overall progress.

**Keywords:** *friction, flexible body, a fixed block, the angle circumference, the linear mass, velocity, friction, centrifugal force*

*Рекомендовано до публікації докт. техн. наук В.П. Франчуком. Дата надходження рукопису 05.03.12.*