

УДК 622.7

В.И. Кривошеков, канд. техн. наук, доц.

Государственное высшее учебное заведение „Национальный горный университет“, г. Днепропетровск, Украина

ИССЛЕДОВАНИЕ ОБТЕКАНИЯ ЦИЛИНДРОВ ПРОСТРАНСТВЕННЫМ ПОТОКОМ ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ

V.I. Krivoshchekov, Cand. Sci. (Tech.),
Associate Professor

State Higher Educational Institution
“National Mining University”, Dnipropetrovsk, Ukraine

STUDY OF SPATIAL VISCOUS LIQUID FLOW AROUND A CYLINDER

Цель. Исследование обтекания цилиндров пространственным потоком вязкой жидкости для обоснования рациональной компоновки tandemных разделительных цилиндрических элементов со щелью в полупротивоточном гидросепараторе с послойной перечисткой.

Методика. В качестве критерия рациональной компоновки tandemных цилиндров принята минимальная величина коэффициента лобового сопротивления. Получены зависимости осредненных величин коэффициентов лобового сопротивления и подъемной силы. На базе уравнений движения двухфазной среды выполнено численное моделирование обтекания tandemных цилиндров пространственным потоком вязкой жидкости.

Результаты. Причиной отрыва ламинарного пограничного слоя с поверхности цилиндра является повышение давления в диффузорной части потока. Вихри, отрывающиеся от поверхности цилиндра, представляют неустойчивые структуры, которые реагируют на малейшие изменения условий обтекания. Образование этих вихрей сопровождается дискретным смещением точек отрыва и колебанием гидродинамических сил. В связи с этим, даже при фиксированных значениях чисел Рейнольдса, положение точек отрыва постоянно меняется. В гидросепараторе влияние гидродинамических условий обтекания tandemных цилиндров на характер отрыва потока в первом приближении можно оценить по результатам исследований их обтекания пространственным потоком вязкой жидкости.

Приведен анализ результатов для реализации послойной перечистки зернистых материалов, обеспечивающей повышение эффективности разделения и производительности полупротивоточного гидросепаратора с минимальным гидравлическим сопротивлением. Проведенные экспериментальные исследования подтверждают целесообразность приведенной методики расчета для обоснования структуры потока двухфазной среды в полупротивоточном гидросепараторе с послойной перечисткой и перспективность его применения для классификации и обогащения зернистых материалов.

Научная новизна. По сравнению с пространственным обтеканием tandemных цилиндров, обтекание разделительных элементов в корпусе полупротивоточного гидросепаратора характеризуется снижением давления во внешнем течении за точкой минимума давления и формированием зоны захвата вязкой жидкости щелью разделительного элемента.

Практическая значимость. Одно из направлений улучшения качества товарных концентратов обогащения минерального сырья – повышение эффективности процесса гидравлической сепарации путем создания новых способов и аппаратов с рациональной зоной разделения и низкими удельными затратами энергии, поскольку применяемые для этого цилиндрические гидроциклоны имеют низкую (37...52 % по Ханкоку) технологическую эффективность, обусловленную рядом причин. На основе анализа этих причин, их исследования и устаревания разработан полупротивоточный гидросепаратор с послойной перечисткой посредством разделительных цилиндрических элементов со щелью.

Ключевые слова: *вязкая жидкость, цилиндры, обтекание, послойная перечистка, гидросепаратор*

Проблема и ее связь с научными и практическими задачами. Одно из направлений улучшения качества товарных концентратов обогащения минерального сырья – повышение эффективности процесса гидравлической сепарации путем создания новых способов и аппаратов с рациональной зоной разделения и низкими удельными затратами энергии, поскольку применяемые для этого цилиндрические гидроциклоны имеют низкую (37...52% по Ханкоку) технологическую эффективность, обусловленную

рядом причин [1]. Поэтому, на основе анализа этих причин, для повышения эффективности работы классифицирующих устройств с позиций максимально возможной разницы в скоростях движения различных по крупности и плотности минеральных частиц, предложен полупротивоточный гидросепаратор [1, 2], в котором осуществлена перечистка суспензий посредством разделительных цилиндрических элементов со щелью.

Анализ исследований и публикаций. Как известно из работ Л.Г. Лойцянского, Г. Шлихтинга, П. Чжена, И.Д. Идельчика и др., причиной отрыва ламинарного пограничного слоя с поверхности ци-

линдра является повышение давления в диффузорной части потока. Влияние силы трения приводит к потерям кинетической энергии частицами жидкости в пограничном слое и, соответственно, их торможению. В результате, на некотором расстоянии от точки минимума давления вниз по потоку, энергии указанных частиц становится недостаточно для преодоления давления во внешнем течении, что приводит к прекращению движения жидкости. Как следствие – в нижней части ламинарного пограничного слоя появляется обратное течение, которое оттесняет вышележащие слои жидкости от цилиндрической поверхности. Это приводит к отрыву пограничного слоя и образованию вихревых областей течения.

Вихри, отрывающиеся от поверхности цилиндра, представляют неустойчивые структуры, которые реагируют на малейшие изменения условий обтекания. Образование этих вихрей сопровождается дискретным смещением точек отрыва и колебанием гидродинамических сил. В связи с этим, даже при фиксированных значениях чисел Рейнольдса, положение точек отрыва постоянно меняется.

Оценить влияние гидродинамических условий обтекания tandemных цилиндров в гидросепараторе [1, 2] на характер отрыва потока в первом приближении можно при их пространственном обтекании потоком вязкой жидкости. В этом случае наиболее характерна зависимость положения точек отрыва от числа Рейнольдса и расстояния между цилиндрами.

Неоднозначность отрыва потока вязкой жидкости при обтекании цилиндров усложняет теоретические исследования данного явления. Поэтому предпочтительнее отдается экспериментальным методам исследований и численному моделированию отрывных течений [3–5].

Постановка задачи. Цель данной работы – исследование обтекания цилиндров пространственным потоком вязкой жидкости для обоснования рациональной компоновки tandemных разделительных цилиндрических элементов со щелью в полупротивоточном гидросепараторе с послойной перемешкой.

Изложение материала и результаты. Как показали исследования Г. Шлихтинга, И.Д. Идельчика, отрыв пограничного слоя при поперечном обтекании цилиндра характерен для чисел $Re \geq 50$ (число Рейнольдса для цилиндра). Со значения числа Рейнольдса с 60 и до 5000 за цилиндром образуется вихревая дорожка Кармана, состоящая из правильной последовательности оторвавшихся вихрей. При $Re > 5000$ вихревая дорожка не наблюдается и в спутном следе за цилиндром происходит полное турбулентное перемешивание.

Схемы обтекания потоком вязкой жидкости цилиндра без щели и со щелью (цилиндрический разделительный элемент гидросепаратора) в диапазоне чисел Рейнольдса $1500 < Re < 20000$ изображены на рис. 1.

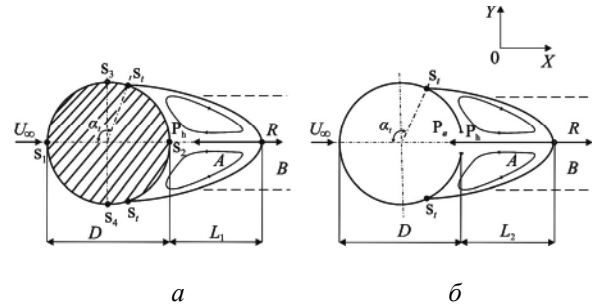


Рис. 1. Схемы обтекания потоком вязкой жидкости цилиндра диаметром $D = 0,027$ м без щели (а) и цилиндрического разделительного элемента с шириной щели $h = 0,001 - 0,007$ м (б): P_a, P_n – атмосферное давление и давление жидкости на входе в щель, Па; S_1, S_2 – передняя и задняя критические точки; S_3, S_4 – точки минимума давления; S_1 – точка отрыва пограничного слоя; α_i – угол отрыва, град; А – водоворотная зона протяженностью L_1 и L_2 , м; R – точка реверса; B – спутный след

При образовании вихревой дорожки Кармана коэффициент силы лобового сопротивления определяется по Л.Г. Лойцянскому так

$$C_x = h_v R^{-1} [2,83 u_s U_\infty^{-1} - 1,12 u_s^2 U_\infty^{-2}], \quad (1)$$

где U_∞ – скорость набегающего на цилиндр потока вязкой жидкости, м/с; u_s – скорость течения в спутном следе за цилиндром, м/с; h_v – средняя ширина спутного следа, м; R – радиус цилиндра, м.

При поперечном обтекании цилиндра потоком вязкой жидкости происходит образование вихрей, а затем их попеременный отрыв. Так как давление в вихрях ниже, чем в основном потоке, то в момент отрыва одного из них на цилиндр будет действовать подъемная сила F_y , вызванная перепадом давлений $\Delta P_{1,2} = P_{n1} - P_{n2}$. Здесь P_{n1} и P_{n2} – средние значения полных давлений на поверхности цилиндра, соответственно, выше и ниже оси OX (рис. 1), определяемые как

$$P_n = 0,5 C_p P_\infty + P_c = 0,5 C_p \rho U_\infty^2 + P_c, \quad (2)$$

где $C_p = 1 - 4 \sin^2 \alpha$ – коэффициент давления; P_∞ и P_c – динамическая и статическая составляющие полного давления, Па.

В соответствии с работами Л.Г. Лойцянского, Г. Шлихтинга, для величины коэффициента подъемной силы получим

$$C_y \approx \frac{\int_0^{\pi R} \mathbf{n}(\Delta P_{1,2}) dx_r}{\rho U_\infty^2 R l} = \frac{\int_0^{\pi R} \mathbf{n}(P_{n1} - P_{n2}) dx_r}{\rho U_\infty^2 R}, \quad (3)$$

где ρ – плотность вязкой жидкости, кг/м³; \mathbf{n} – орт внешней нормали к поверхности цилиндра; l – длина цилиндра, м; $x_r = \pi R \alpha (180^\circ)^{-1}$ – расстояние между пе-

редней критической точкой и точкой отрыва потока, измеряемое вдоль контура цилиндра, м.

Для вихрей, отрывающихся от цилиндрической поверхности, по П. Чжену, характерны высокие значения продольной и поперечной пульсационных составляющих скорости течения. Эти пульсации передаются спутному следу, где происходит их уменьшение по мере удаления от цилиндра. При этом поперечные пульсационные составляющие скорости достигают наибольших значений.

Попеременный отрыв вихрей и асимметрия течения в спутном следе за цилиндром приводят к периодическому изменению коэффициентов силы лобового сопротивления и подъемной силы [6]. Поэтому представим закон изменения осредненных значений этих коэффициентов в виде [5]

$$\begin{aligned} \bar{C}_x &= C_{x0} [1 + |\sin(2\pi\tau Sh)|] = \\ &= C_{x0} \left[1 + \left| \sin \left(2\pi\tau \frac{3}{4\pi} \left(1 - \frac{U_v}{U_\infty} \right) \right) \right| \right]; \end{aligned} \quad (4)$$

$$\bar{C}_y = C_{y0} \sin(2\pi\tau Sh) = C_{y0} \sin \left[2\pi\tau \frac{3}{4\pi} \left(1 - \frac{U_v}{U_\infty} \right) \right], \quad (5)$$

где $\tau = tU_\infty D^{-1}$ – безразмерное время; t – текущее время, с; C_{x0} , C_{y0} – коэффициенты лобового сопротивления и подъемной силы, определяемые по формулам (1), (3); Sh – число Струхала; U_v – скорость движения вихря относительно внешнего течения, м/с.

Выполним оценочный расчет коэффициентов \bar{C}_x и \bar{C}_y при обтекании одиночного цилиндра пространственным потоком вязкой жидкости.

В качестве исходных данных примем: $U_\infty = 5$ м/с; $U_v = 0,66U_\infty$; $D = 0,027$ м; $u_s = 0,5U_\infty$; $h_v = 1,1D$; $\tau = 0 \div 34$; $\rho = 998,23$ кг/м³; $\alpha = 0 \div 180^\circ$; $P_c = 10^5$ Па; $P_{п2} = 0,9P_{п1}$.

На рис. 2 представлены результаты расчета осредненных значений коэффициентов силы лобового сопротивления и подъемной силы, полученные по формулам (4), (5).

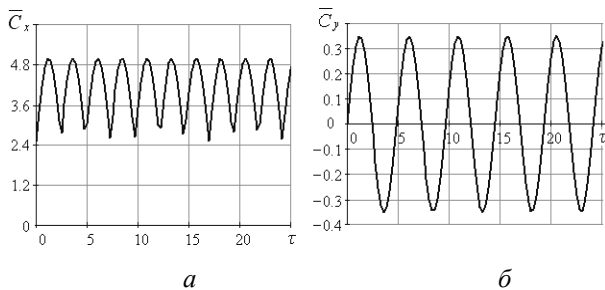


Рис. 2. Графики зависимости осредненной величины коэффициента силы лобового сопротивления (а) и подъемной силы (б) от безразмерного времени

Рассмотрим образование ламинарного пограничного слоя при симметричном обтекании одиночного цилиндра потоком вязкой жидкости (рис. 1,а). При

таком обтекании распределение скорости и силы трения в пограничном слое, вплоть до точки его отрыва, определяются из соотношений

$$u = 2U_\infty A; \quad (6)$$

$$F = 4\rho U_\infty^2 l x_r \cos\phi \left(\frac{U_\infty R}{v} \right)^{-0,5} B, \quad (7)$$

$$\text{где } A = \left[\frac{x_r}{R} \frac{df_1(\eta)}{d\eta} - \sum_{m=2}^6 \frac{2m}{(2m-1)!} \left(\frac{x_r}{R} \right)^{2m-1} \frac{df_{2m-1}(\eta)}{d\eta} \right];$$

$$B = \left[\frac{x_r}{R} \frac{d^2 f_1(0)}{d\eta^2} - \sum_{m=2}^6 \frac{2m}{(2m-1)!} \left(\frac{x_r}{R} \right)^{2m-1} \frac{d^2 f_{2m-1}(0)}{d\eta^2} \right];$$

$\frac{df_1(\eta)}{d\eta}$, $\frac{d^2 f_1(0)}{d\eta^2}$, $\frac{df_{2m-1}(\eta)}{d\eta}$, $\frac{df_{2m-1}(0)}{d\eta}$ – производные

безразмерных функций, используемых при разложении функции линии тока в ряд Блазиуса; $\eta = \zeta R^{-1} \sqrt{2U_\infty v^{-1} R}$ – значение формпараметра, представляющего собой отношение сил давления к силам трения; ζ – расстояние по нормали от данной угловой точки на поверхности цилиндра до внешней границы ламинарного пограничного слоя, м; v – кинематическая вязкость жидкости, м²/с; ϕ – угол между касательной к поверхности цилиндра и направлением вектора скорости набегающего потока, град.

Выражения (6), (7) получены для первых шести членов ряда Блазиуса. Подставляя в соотношение (7) вместо производных второго порядка их численные значения и учитывая, что в точке отрыва ламинарного пограничного слоя сила трения на поверхности цилиндра равна нулю, после преобразований получим [6]

$$\begin{aligned} 6,973 - 2,732 \frac{x_r}{R} + 0,292 \frac{x_r^2}{R^2} - 0,0183 \frac{x_r^3}{R^3} + \\ + 0,000043 \frac{x_r^4}{R^4} - 0,000115 \frac{x_r^5}{R^5} = 0. \end{aligned} \quad (8)$$

Решение уравнения (8) дает точку отрыва, характеризуемую углом $\alpha = \alpha_t = 108,8^\circ$. Отсюда следует, что соотношения (6) и (7) применимы при условии, когда выполняется неравенство $0 \leq \alpha < \alpha_t$. Тогда перепад давлений на участке пограничного слоя между точкой его отрыва и точкой минимума давления вязкой жидкости определяется по формуле

$$\Delta P = P_t - P_{min}, \quad (9)$$

где P_t , P_{min} – давления вязкой жидкости на поверхности цилиндра в точке отрыва ламинарного пограничного слоя $\alpha_t = 108,8^\circ$ и в точке минимума давления $\alpha = 90^\circ$, Па. Значения P_t , P_{min} определяются из соотношения (2).

При возрастании скорости набегающего потока вязкой жидкости происходит увеличение кинетической энергии течения в ламинарном пограничном слое.

Предположительно это приводит к смещению точки отрыва в сторону задней критической точки ($\alpha > \alpha_c$).

В реальных условиях обтекания цилиндрических тел наблюдаются колебательные изменения гидродинамических параметров вязкого течения, а связь между положением точки отрыва и скоростью набегающего потока не всегда носит однозначный характер. По этой причине рассмотренное смещение точки отрыва возможно лишь в узком диапазоне чисел Рейнольдса.

Рассмотрим случай, когда точка отрыва не совпадает с теоретическим ее значением ($\alpha_i^* \neq \alpha_c$). По аналогии с выражением (9) запишем

$$\Delta P^* = P_t^* - P_{min}^* \tag{10}$$

где P_t^* , P_{min}^* – давления вязкой жидкости на поверхности цилиндра в точке отрыва α_i^* и в точке минимума давления, Па.

Пусть скорость набегающего потока U_∞ изменяется в интервале от U_0 до U_n .

Введем следующие допущения:

– в точке отрыва ламинарного пограничного слоя $\alpha_i = 108,8^\circ$ соответствует некоторое фиксированное значение скорости $U_\infty = U_t$ ($U_0 < U_t < U_n$) и перепада давлений ΔP ;

– в случае, когда выполняется неравенство $U_0 \leq U_\infty \leq U_n$, между точкой отрыва и скоростью набегающего на цилиндр потока существует прямо пропорциональная зависимость $\alpha_i^* = f(U_\infty)$.

Представим связь между перепадами давлений ΔP^* и ΔP зависимостью вида

$$\Delta P^* = k_1 \Delta P, \tag{11}$$

где $k_1 = f(\overline{U_\infty}^2, \overline{E}, \overline{I}) > 0$ – эмпирический коэффициент, учитывающий изменение энергетических параметров вязкой жидкости в ламинарном пограничном слое на поверхности цилиндра ($k_1 = 1$ при $U_\infty = U_t$); $\overline{U_\infty}^2 = U_\infty^2 U_t^{-2}$ – квадрат безразмерной скорости набегающего потока; $\overline{E} = u_t^2 u_p^{-2}$ – безразмерная величина кинетической энергии частицы жидкости вблизи границы вязкого подслоя; u_t , u_p – продольные составляющие скорости частицы жидкости в непосредственной близости от точки отрыва α_i и в точке минимума давления ($U_0 \leq U_\infty \leq U_n$); $\overline{I} = I_t I_p^{-1}$ – безразмерная величина интенсивности турбулентности в ламинарном пограничном слое; I_t , I_p – интенсивности турбулентности, соответствующие скоростям u_t , u_p .

Необходимо учитывать, что в точке отрыва пограничного слоя выполняются условия: $u_t \approx 0$, $F \approx 0$ и $\overline{E} \approx 0$. Это обусловлено потерями кинетической энергии течения вязкой жидкости в ламинарном пограничном слое на участке между точкой минимума давления и точкой отрыва потока.

С учетом выражений (10) и (11) получим

$$P_t^* = k_1 \Delta P + P_{min}^*.$$

Из выражения (2) следует, что

$$\alpha_i^* = 180^\circ - \arcsin \left(\sqrt{\frac{1}{4} - \frac{P_t^* - P_c}{2\rho U_\infty^2}} \right).$$

Рассмотрим случай, когда отрыв пограничного слоя происходит при $\alpha = \alpha_c^*$. Представим соотношения (6) и (7) в виде

$$u^* = 2k_2 U_\infty A + \Delta u; \tag{12}$$

$$F^* = 4k_3 \rho U_\infty^2 l_x \cos \phi \left(\frac{U_\infty R}{v} \right)^{-0,5} B + \Delta F, \tag{13}$$

где $k_2 = f(Re, \overline{\delta}_t, \eta) > 0$ – эмпирический коэффициент, учитывающий изменение гидродинамической структуры пограничного слоя ($k_2 = 1$ при $U_\infty = U_t$); $\overline{\delta}_t = \delta_t R^{-1}$ – безразмерная толщина пограничного слоя в точке отрыва α_i ; Δu – поправка на величину скорости u^* ; $k_3 = f(Re^2, \overline{I_\infty}, \overline{I})$ – эмпирический коэффициент, учитывающий турбулизацию пограничного слоя ($k_3 = 1$ при $U_\infty = U_t$); $\overline{I_\infty} = I_\infty I_t^{-1}$ – безразмерная величина интенсивности турбулентности набегающего потока; ΔF – поправка на величину силы трения F^* .

В случае обтекания пространственным потоком цилиндра со щелью (рис. 1, б) вместо коэффициентов k_2 , k_3 будем, соответственно, использовать коэффициенты k_4 и k_5 , определяемые как

$$\begin{cases} k_4 = f(Re, \overline{\delta}_t, \eta, C_p', hD^{-1}); \\ k_5 = f(Re^2, \overline{I_\infty}, \overline{I}, C_p', hD^{-1}), \end{cases} \tag{14}$$

где $k_4 > 0$ – эмпирический коэффициент, учитывающий изменение гидродинамической структуры пограничного слоя и давления за цилиндром ($k_4 = k_2$ при $h = 0$); C_p' – коэффициент давления в точке отрыва потока; $k_5 > 0$ – эмпирический коэффициент, учитывающий турбулизацию пограничного слоя и изменение давления за цилиндром ($k_5 = k_3$ при $h = 0$).

Обобщая случаи обтекания tandemных цилиндров без щели и со щелью, представим соотношения (14) в виде

$$\begin{cases} k_4' = f(Re, \overline{\delta}_t, \eta, C_p', l_x D^{-1}, l_y D^{-1}, HD^{-1}, hD^{-1}, n); \\ k_5' = f(Re^2, \overline{I_\infty}, \overline{I}, C_p', l_x D^{-1}, l_y D^{-1}, HD^{-1}, hD^{-1}, n), \end{cases} \tag{15}$$

где $k_4' > 0$ – эмпирический коэффициент, учитывающий влияние компоновки tandemных цилиндров и ширины щели на изменение гидродинамической структуры пограничного слоя и давления за цилиндром; l_x , l_y – средние расстояния между ближайшими tandemными цилиндрами в направлении внешнего течения и перпендикулярно к нему; H – максимальная ширина спутного течения за цилиндром; n – число tandemных цилиндров; $k_5' > 0$ – эмпирический коэффициент, учитывающий влияние компоновки tandemных цилиндров и ширины щели на турбулизацию пограничного слоя и изменение давления за цилиндром.

При поперечном обтекании покоящегося цилиндра в качестве основных гидродинамических сил, действующих на него со стороны вязкой среды, рассматривают силу лобового сопротивления и подъемную силу. Так как коэффициент лобового сопротивления намного больше коэффициента подъемной силы, то

первый используют при исследовании особенностей обтекания tandemных и одиночного цилиндров [5, 6], а также разделительных элементов со щелью в гидросепараторе [1, 2].

С увеличением ширины щели разделительного элемента происходит увеличение зоны захвата вязкой жидкости щелью, а также уменьшение давления вблизи нее. Это приводит к изменению градиента давлений во внешнем течении за точкой минимума давления и к смещению точки отрыва ламинарного пограничного слоя в сторону задней критической точки.

Указанная особенность является аналогом процесса удаления частиц жидкости из ламинарного пограничного слоя, заторможенных в областях возрастания давления, прежде, чем они успевают вызвать отрыв потока от стенки.

На рис. 3 изображена мгновенная картина линий тока вязкой жидкости при обтекании двух tandemных цилиндров [6].

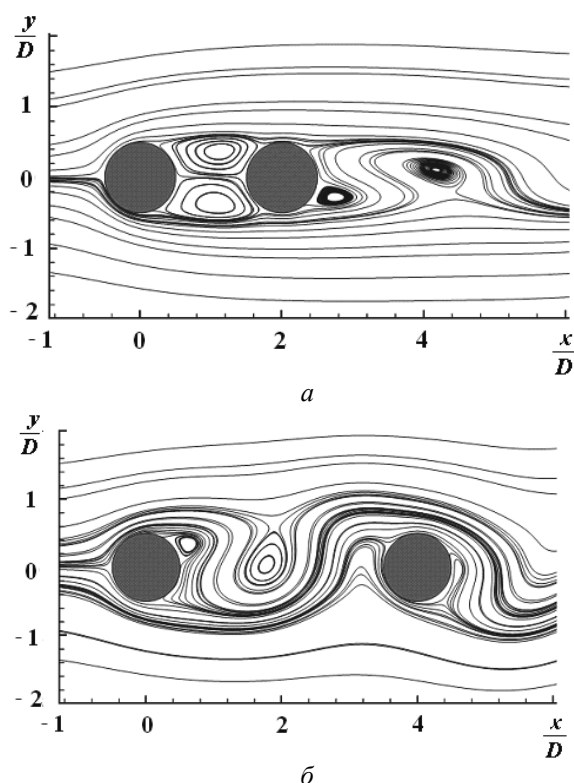


Рис. 3. Картина линий тока вязкой жидкости при обтекании двух tandemных цилиндров с учетом расстояния между ними $s = 2D$ (а) и $4D$ (б)

На рис. 3, а видно, что при $s = 2D$ спутный след за первым цилиндром имеет две точки присоединения и две точки отрыва потока на поверхности второго цилиндра. При этом лобовая поверхность второго цилиндра находится в области влияния вихрей за первым цилиндром. В случае, когда $s = 4D$ (рис. 3,б), поток вязкой жидкости за первым цилиндром имеет асимметричную структуру. Такой характер течения вызван попеременным отрывом вихрей с поверхности первого цилиндра и распространением завихрений на обе стороны спутного следа. Последнее приводит к искаже-

нию линий тока и несимметричному распределению скорости и давления вязкой жидкости.

Таким образом, для реализации рационального обтекания двух tandemных цилиндров примем и рассмотрим вариант, когда $s = 3D$ (рис. 4).

Расстояние между tandemными цилиндрами оказывает значительное влияние на осредненную величину коэффициента силы лобового сопротивления. Поэтому в качестве критерия рациональной компоновки tandemных цилиндров рассмотрим минимальное значение осредненных величин коэффициента силы лобового сопротивления (рис. 5).

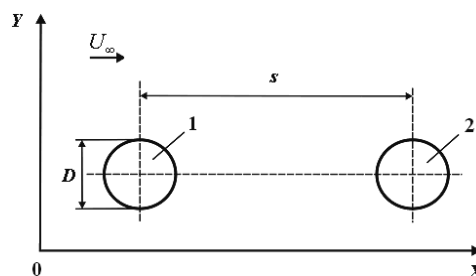


Рис. 4. Схема обтекания двух (1 и 2) tandemных цилиндров с оптимальным вариантом компоновки ($s = 3D$) пространственным потоком вязкой жидкости

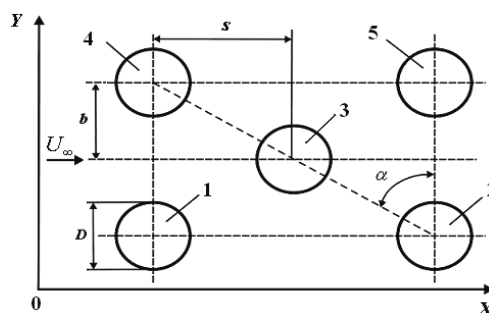


Рис. 5. Схема компоновки пяти tandemных цилиндров в пространственном потоке вязкой жидкости: D – диаметр цилиндра, м; 1, 2, 4, 5 – крайние и 3 – центральный цилиндры; U_∞ – скорость набегающего потока, м/с; s и b – расстояние между центральным и крайними цилиндрами вдоль осей OX и OY , м; α – угол компоновки, град.

При обтекании tandemных цилиндров, без щели и со щелью, для осредненных значений коэффициентов \bar{C}_x и \bar{C}_y получим

$$\bar{C}_x = k_x C_{x0} \left[1 + \left| \sin \left(2\pi\tau \frac{3}{4\pi} \left(1 - \frac{U_v}{U_\infty} \right) \right) \right| \right]; \quad (16)$$

$$\bar{C}_y = k_y C_{y0} \sin \left[2\pi\tau \frac{3}{4\pi} \left(1 - \frac{U_v}{U_\infty} \right) \right], \quad (17)$$

где $k_x > 0$ и $k_y > 0$ – эмпирические коэффициенты, учитывающие влияние компоновки tandemных цилиндров на силу лобового сопротивления и подъемную силу, определяемые как

$$\begin{cases} k_x = f(Re, Sh, \bar{I}_\infty, C_p', sD^{-1}, bD^{-1}, h_v D^{-1}, n); \\ k_y = f(Re, Sh, \bar{I}_\infty, 2\Delta P_{1,2} P_\infty^{-1}, sD^{-1}, bD^{-1}, h_v D^{-1}, n) \end{cases} \quad (18)$$

На рис. 6 и 7 представлены результаты расчета осредненных значений коэффициента силы лобового сопротивления и подъемной силы для центрального цилиндра (рис. 5), полученные по формулам (16), (17).

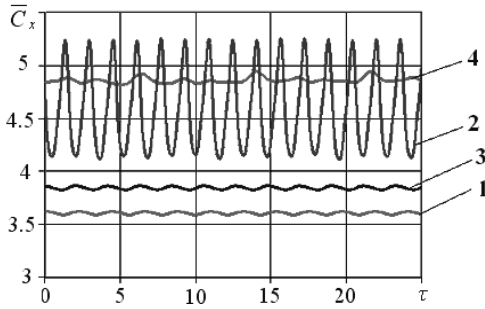


Рис. 6. Графики зависимости осредненной величины коэффициента силы лобового сопротивления центрального цилиндра от безразмерного времени для схемы, изображенной на рис. 5: 1 – $s = 3D$, $b = D$, $\alpha = 71,5^\circ$; 2 – $s = 3D$, $b = 1,5D$, $\alpha = 63,5^\circ$; 3 – $s = 2D$, $b = D$, $\alpha = 63,5^\circ$; 4 – $s = 2D$, $b = 1,5D$, $\alpha = 53,1^\circ$

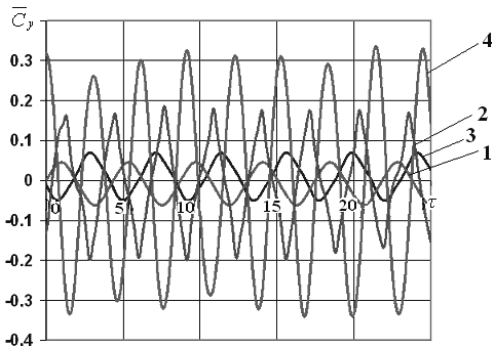


Рис. 7. Графики зависимости осредненной величины коэффициента подъемной силы центрального цилиндра от безразмерного времени для схемы, изображенной на рис. 5: 1 – $s = 3D$, $b = D$, $\alpha = 71,5^\circ$; 2 – $s = 3D$, $b = 1,5D$, $\alpha = 63,5^\circ$; 3 – $s = 2D$, $b = D$, $\alpha = 63,5^\circ$; 4 – $s = 2D$, $b = 1,5D$, $\alpha = 53,1^\circ$

Из приведенных результатов расчета (рис. 6, 7) следует, что вариант компоновки ($s = 3D$, $b = D$, $\alpha = 71,5^\circ$) является наиболее оптимальным, поскольку осредненная величина коэффициента силы лобового сопротивления достигает своего минимального значения, т.е. 3,60.

На базе уравнений движения двухфазной среды [7] рассмотрены особенности обтекания пространственным потоком вязкой жидкости при $Re = 2U_\infty R\nu^{-1} = 100$ двух тандемных цилиндров с вариантом компоновки ($s = 3D$). Полученные результаты численного моделирования даны на рис. 8–11.

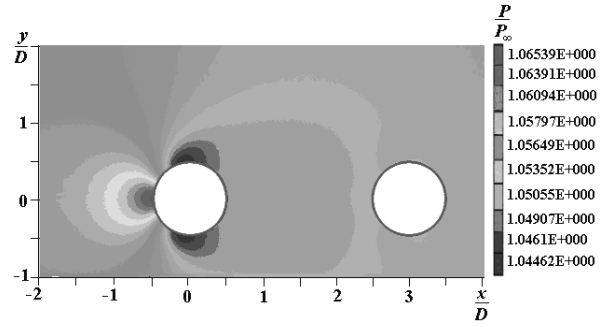


Рис. 8. Распределение давления вязкой жидкости, отнесенного к среднему давлению набегающего потока

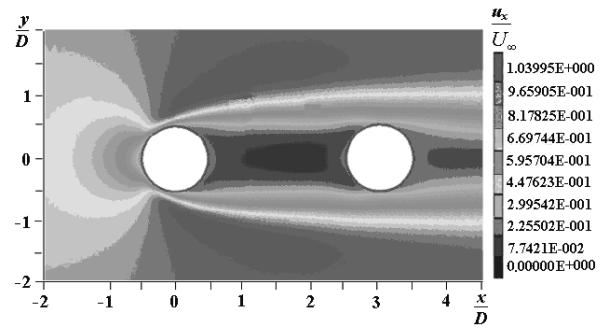


Рис. 9. Распределение продольной составляющей скорости вязкой жидкости, отнесенной к средней скорости набегающего потока

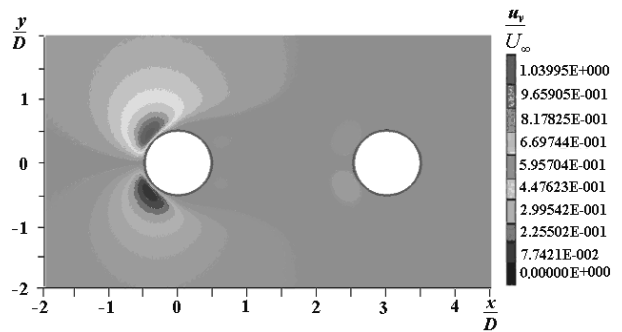


Рис. 10. Распределение поперечной составляющей скорости вязкой жидкости, отнесенной к средней скорости набегающего потока

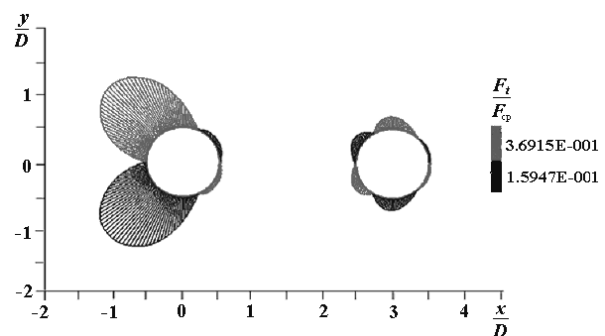


Рис. 11. Общий вид эпюры силы трения вязкой жидкости на поверхности цилиндров, отнесенной к ее минимальному значению вблизи точки отрыва потока

На базе уравнений движения двухфазной среды [7] рассмотрены особенности обтекания пространственным потоком вязкой жидкости, при $Re = 100$, пяти тандемных цилиндров с рациональным вариантом компоновки ($s = 3D, b = D, \alpha = 71,5^\circ$). Полученные результаты численного моделирования даны на рис. 12–19.

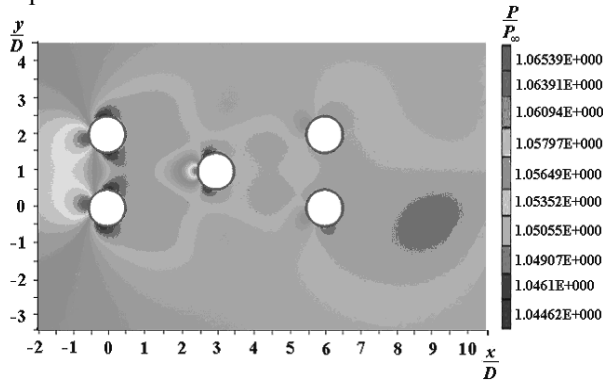


Рис. 12. Распределение давления вязкой жидкости, отнесенного к среднему давлению набегающего потока

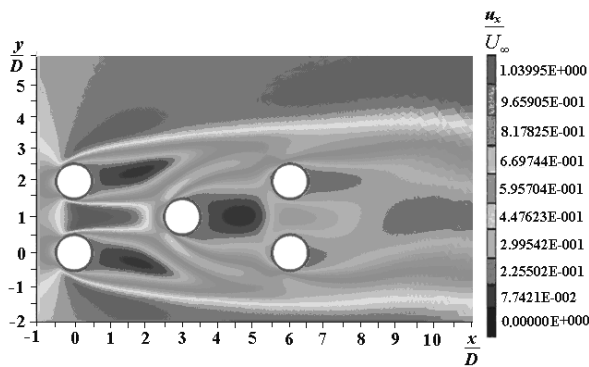


Рис. 13. Распределение продольной составляющей скорости вязкой жидкости, отнесенной к средней скорости набегающего потока

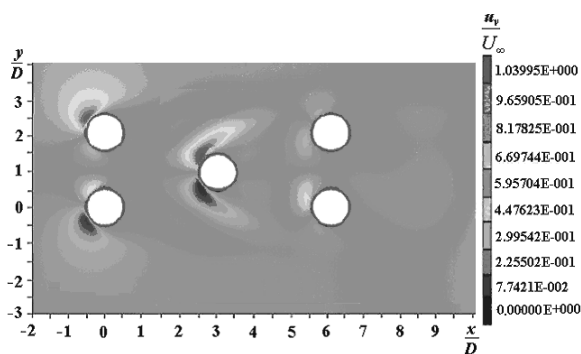


Рис. 14. Распределение поперечной составляющей скорости вязкой жидкости, отнесенной к средней скорости набегающего потока

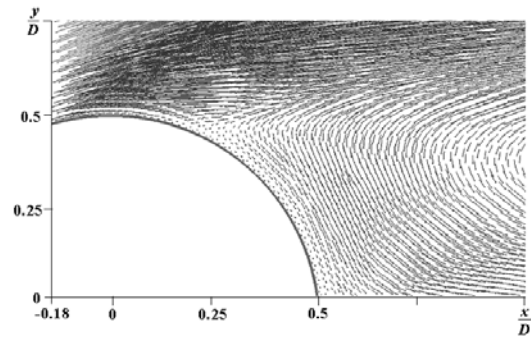


Рис. 15. Поле вектора результирующей скорости вязкой жидкости вблизи точки отрыва на цилиндре 1

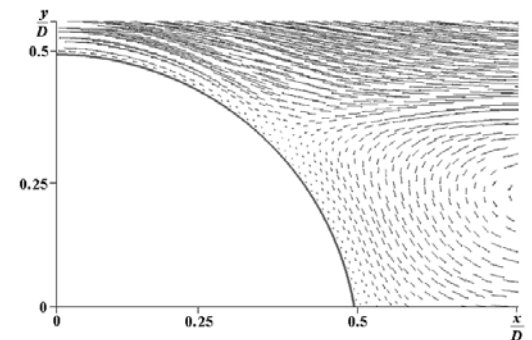


Рис. 16. Поле вектора результирующей скорости вязкой жидкости вблизи точки отрыва на цилиндре 2

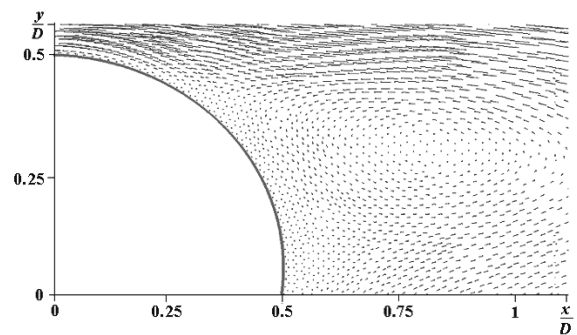


Рис. 17. Поле вектора результирующей скорости вязкой жидкости вблизи точки отрыва на цилиндре 3

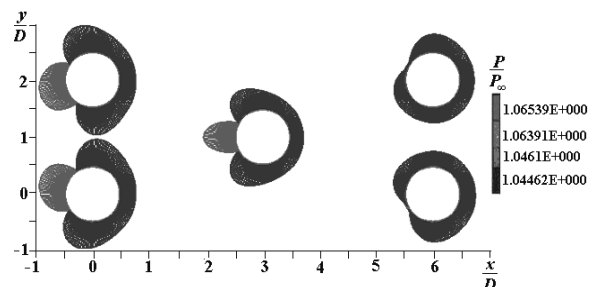


Рис. 18. Общий вид эпюры давления вязкой жидкости на поверхности цилиндров, отнесенного к среднему давлению набегающего потока

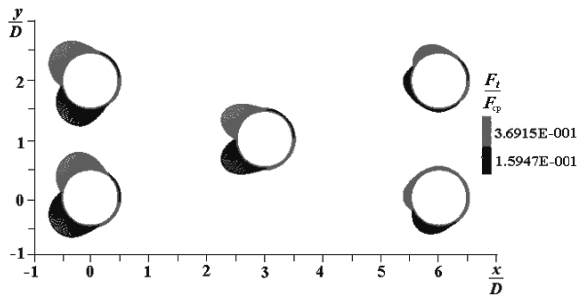


Рис. 19. Общий вид эпюры силы трения вязкой жидкости на поверхности цилиндров, отнесенной к ее минимальному значению вблизи точки отрыва потока

Из рис. 8 следует, что характерное увеличение и уменьшение давления вязкой жидкости наблюдается при обтекании цилиндра 1 и происходит, соответственно, вблизи передней критической точки и в спутном следе. При обтекании цилиндра 2 распределение давления вязкой жидкости носит однородный характер. Это происходит за счет выравнивания градиента давления в спутном следе между цилиндрами и уменьшения асимметрии потока.

Анализ рис. 9 показывает, что снижение продольной составляющей скорости вязкой жидкости наблюдается в спутном следе между цилиндрами 1 и 2, а ее увеличение – при $yD^{-1} \geq 0,5$ и $yD^{-1} \leq -0,5$. Вихревая область за цилиндром 1 не разрушается и взаимодействует с цилиндром 2, причем она достигает больших размеров, чем за цилиндром 2.

Для распределения поперечной составляющей скорости вязкой жидкости при обтекании цилиндров 1 и 2 (рис. 10) характерны наибольшие значения скорости в верхней части первого цилиндра перед точкой минимума давления.

Наибольшее сближение линий тока вязкой жидкости наблюдается в начале спутного следа за цилиндрами 1 и 2, где происходит смыкание линий тока, а также в окрестности точки отрыва ламинарного пограничного слоя.

За точкой отрыва ламинарного пограничного слоя на цилиндрах 1 и 2 существует область противотока вязкой жидкости, причем отрыв ламинарного пограничного слоя на цилиндре 2 происходит позже. Это объясняется действием вихрей в спутном следе между цилиндрами, что проявляется при совмещении точек присоединения и отрыва потока.

На рис. 11 видно, что при обтекании цилиндра 1 наибольшие значения силы трения наблюдаются на участке поверхности между передней критической точкой и верхней точкой отрыва потока, а также между задней критической точкой и нижней точкой отрыва потока. Незначительная сила трения возникает между передней критической точкой и нижней точкой отрыва потока, а также между задней критической точкой и верхней точкой отрыва потока. Для цилиндра 2 наибольшая сила трения наблюдается на участке поверхности между передней критической точкой и нижней точкой присоединения потока,

между верхней точкой присоединения и отрыва потока, а также между задней критической точкой и нижней точкой отрыва потока. Низкие значения силы трения наблюдаются между передней критической точкой и верхней точкой присоединения потока, между нижней точкой присоединения и отрыва потока, а также между задней критической точкой и нижней точкой отрыва потока.

Ламинарный пограничный слой на цилиндре 2 отрывается позже, чем на цилиндре 1, что связано со смещением точки отрыва в сторону задней критической точки. Кроме того, уменьшение скорости набегающего потока в спутном следе за цилиндром 1 приводит к снижению величины силы трения на поверхности цилиндра 2.

Как следует из результатов рис. 12 область высокого давления наблюдается вблизи передней критической точки на цилиндрах 1 и 4, а область низкого давления – в спутном следе за цилиндрами 2 и 5. Последнее связано с диссипацией энергии потока вязкой жидкости в спутном следе, увеличением его ширины и образованием обширной вихревой зоны. Вблизи передней критической точки на цилиндре 3, на участке между $yD^{-1} = 1,5$ и $yD^{-1} = 2,5$, давление вязкой жидкости возрастает, что объясняется разрушением вихрей и ускорением потока в зазоре между цилиндрами 1 и 4. Кроме того, на поверхности цилиндров 2 и 5 имеется по одной точке отрыва. Причиной этому служит нарушение симметрии набегающего потока.

Рост продольной составляющей скорости вязкой жидкости (рис. 13) наблюдается в зазоре между цилиндрами 1 и 4, а также, начиная с внешней границы спутного следа. В вихревой области за цилиндрами 2 и 5 происходит заметное уменьшение продольной составляющей скорости.

Поперечная составляющая скорости вязкой жидкости равномерно распределена (исключая течение вблизи поверхности цилиндров) по всей области течения (рис. 14). Заметное увеличение поперечной составляющей скорости наблюдается выше передних критических точек на цилиндрах 3 и 4, а ее уменьшение – ниже передних критических точек на цилиндрах 1 и 3. Такой характер изменения поперечной составляющей скорости, возможно, связан с появлением асимметрии потока перед лобовыми точками на цилиндрах 1 и 4, а также с асимметрией потока в спутном следе за ними.

Влияние асимметрии потока в спутном следе за цилиндром 3 на распределение поперечной составляющей скорости вязкой жидкости вблизи цилиндров 2 и 5 выражено незначительно, что связано с падением скорости набегающего потока и отсутствием свободных вихрей перед цилиндрами 2 и 5.

Наибольшее сближение линий тока вязкой жидкости происходит в зазоре между цилиндрами 1, 4 и 2, 5, а также в местах соединения слоев вязкой жидкости за тандемными цилиндрами.

Анализ рис. 15–17 показывает, что за точкой отрыва ламинарного пограничного слоя на поверхности

цилиндров 1–3 наблюдается течение вязкой жидкости в обратную сторону. Кроме того, вихревая область за цилиндром 3 будет больше, чем за цилиндрами 1 и 2, а отрыв ламинарного пограничного слоя происходит раньше. Последнее объясняется достаточно большим, по сравнению с цилиндрами 1 и 2, возрастанием величины давления вязкой жидкости в диффузорной части ламинарного пограничного слоя, а также остаточным влиянием вихрей, оторвавшихся с поверхности цилиндров 1 и 4.

Вблизи поверхности цилиндров 2 и 5 давление вязкой жидкости заметно снижается, что вызвано диссипацией энергии потока в спутном следе, а следовательно, и падением его скорости (рис. 18).

Наибольшие значения силы трения вязкой жидкости на поверхности tandemных цилиндров (рис. 19) наблюдаются выше передней критической точки, а наименьшие – ниже передней критической точки. Для цилиндра 2 высокие и низкие значения силы трения начинаются немного выше передней критической точки, а для цилиндра 5 – немного ниже. Это связано с влиянием асимметрии потока в спутном следе перед цилиндрами 2 и 5. Так как течение в спутном следе имеет колебательный характер [5], а нарушение симметрии потока наблюдается уже перед лобовыми точками на цилиндрах 1 и 4, то можно предположить, что картина распределения силы трения по поверхности tandemных цилиндров периодически меняется на противоположную.

Общей особенностью в распределении силы трения по поверхности цилиндров 1 и 3 является постепенное возрастание, а затем уменьшение силы трения на участке поверхности между точкой отрыва ламинарного пограничного слоя и задней критической точкой. В указанных точках величина силы трения принимает нулевое значение. Такой характер изменения величины силы трения связан с появлением обратного течения вязкой жидкости.

Отличительной особенностью в распределении силы трения по поверхности цилиндров 1 и 3 является то, что ниже задней критической точки на поверхности цилиндра 1 вновь начинается плавное возрастание силы трения, тогда как для цилиндра 3 ее величина практически равна нулю.

Эпюра трения ниже задней критической точки на поверхности цилиндра 1 говорит о наличии обратного течения, и, следовательно, о существовании второй точки отрыва. Для цилиндра 3 наблюдается противоположная картина, что свидетельствует о попеременном возникновении точек отрыва.

Выводы и направления дальнейших исследований:

– результаты численного моделирования обтекания tandemных цилиндров пространственным потоком вязкой жидкости свидетельствуют о потенциальной реализации перечистки зернистых материалов, обеспечивающей повышение эффективности разделения и производительности полупротивоточного сепаратора с минимальным гидравлическим сопротивлением;

– по сравнению с пространственным обтеканием tandemных цилиндров, обтекание разделительных элементов в корпусе полупротивоточного гидросепаратора характеризуется снижением давления во внешнем течении за точкой минимума давления и формированием зоны захвата вязкой жидкости щелью разделительного элемента.

Дальнейшие исследования автора направлены на установление рациональных гидродинамических и технологических параметров полупротивоточного гидросепаратора с послонной перечисткой.

Список литературы / References

1. Кривошеков В.И. Тонкослойная гидросепарация минеральных зерен / Кривошеков В.И. // Збагачення корисних копалин: Наук.-техн. зб. – 2000. – Вип. 8(49). – С. 86–90.
Krivoshchekov, V.I. (2000), “Thin-layer hydro-separation of mineral grains”, *Zbahachennia korysnykh kopalyn*, issue. 8 (49), pp. 86–90.
2. Кривошеков В.И. Новое формирование потока пульпы в гидросепараторе / Кривошеков В.И. // Збагачення корисних копалин: Наук.-техн. зб. – 2000. – Вип. 9(50). – С. 33–36.
Krivoshchekov, V.I. (2000), “New formation of crushed ore flow in hydroseparator”, *Zbahachennia korysnykh kopalyn*, issue. 9(50), pp. 33–36.
3. Приходько А.А. Компьютерные технологии в аэрогидродинамике и тепломассообмене / Приходько А.А. – К.: Наук. думка, 2003. – 379 с.
Prikhodko, A.A. (2003), *Kompyuternye tekhnologii v aerogidrodinamike i teplomassoobmene* [Computer Technologies in Aerohydrodynamics and Heat and Mass Exchange], Naukova dumka, Kyiv, Ukraine.
4. Niceno, B. Available at: <http://www-inma.univ.trieste.it/~nirftc/research/easymesh/easymesh.html>.
5. Русакова Т.И. Численное исследование особенностей отрывного обтекания колеблющегося цилиндра / Т.И. Русакова, В.И. Карплиук // Вісник Дніпропетровського університету. – 2002. – Вип. 6. – Т. 2. – С. 115–123.
Rusakova, T.I. and Karpliuk, V.I. (2002), “Numerical research of features of a flow with a separation of the varying cylinder”, *Visnyk Dnipropetrovskoho universytetu*, vol. 2, issue. 6, pp. 115–123.
6. Sharman, B., Lien, F.S., Davidson, L. and Norberg, C. (2005), “Numerical predictions of low Reynolds number flows over two tandem circular cylinders”, *International journal for numerical methods in fluids. Mechanics of liquids*, 47, pp. 423–447.
7. Кривошеков В.И. Кинетический подход к выводу уравнений движения двухфазной среды в сепарационных аппаратах / Кривошеков В.И. // Обогащение руд. – 2001. – №6. – С.23–26.
Krivoshchekov, V.I. (2001), “Kinetic approach to a conclusion of the equations of movement of biphasic medium in separation devices”, *Zbahachennia rud*, no.6, pp. 23–26.

Мета. Дослідження обтікання циліндрів просторовим потоком в'язкої рідини для обґрунтування раціо-

нального компонування тандемних розділових циліндричних елементів із щілиною в полупротивоточному гідросепараторі з пошаровим перечищенням.

Методика. У якості критерію раціонального компонування тандемних циліндрів прийнята мінімальна величина коефіцієнта лобового опору. Отримано залежності осереднених величин коефіцієнтів лобового опору й піднімальної сили. На базі рівнянь руху двофазного середовища виконане чисельне моделювання обтікання тандемних циліндрів просторовим потоком в'язкої рідини.

Результати. Причиною відриву ламінарного прикордонного шару з поверхні циліндра є підвищення тиску в дифузійній частині потоку. Вихри, що відриваються від поверхні циліндра, представляють нестійкі структури, що реагують на найменші зміни умов обтікання. Виникнення цих вихрів супроводжується дискретним зміщенням точок відриву і коливанням гідродинамічних сил. У зв'язку з цим, навіть при фіксованих значеннях чисел Рейнольдса, положення точок відриву постійно змінюється. У гідросепараторі вплив гідродинамічних умов обтікання тандемних циліндрів на характер відриву потоку в першому наближенні можна оцінити за результатами досліджень їх обтікання просторовим потоком в'язкої рідини.

Наведено аналіз результатів для реалізації пошарової перечистки зернистих матеріалів, що забезпечує підвищення ефективності розподілу і продуктивності полупротивоточного гідросепаратора з мінімальним гідравлічним опором. Проведені експериментальні дослідження підтверджують доцільність наведеної методики розрахунку для обґрунтування структури потоку двофазного середовища в полупротивоточному гідросепараторі з пошаровою перечисткою і перспективність його застосування для класифікації та збагачення зернистих матеріалів.

Наукова новизна. У порівнянні з просторовим обтіканням тандемних циліндрів, обтікання розділових елементів у корпусі полупротивоточного гідросепаратора характеризується зниженням тиску в зовнішньому плинні за точкою мінімуму тиску і формуванням зони захвата в'язкої рідини щілиною розділового елемента.

Практична значимість. Один із напрямів поліпшення якості товарних концентратів збагачення мінеральної сировини – підвищення ефективності процесу гідравлічної сепарації шляхом створення нових способів і апаратів з раціональною зоною поділу і низькими питомими витратами енергії, оскільки застосовувані для цього циліндроконічні гідроциклони мають низьку (37...52% за Ханкоком) технологічну ефективність, обумовлену рядом причин. На основі аналізу цих причин, їх дослідження та усунення розроблено полупротивоточний гідросепаратор із пошаровою перечисткою за допомогою розділових циліндричних елементів із щілиною.

Ключові слова: в'язка рідина, циліндри, обтікання, пошарова перечистка, гідросепаратор

Purpose. Semi-counter flow hydroseparator was developed with layerwise recleaning by means of dividing cylindrical elements with a crack.

Methodology. The minimum value of the coefficient of head-resistance was accepted as a criterion of rational arrangement of tandem cylinders. Dependences of averaged coefficients of head-resistance and carrying capacity were established. On the basis of equations of motion of the two-phase environment the numerical simulation of flowing of tandem cylinders by the spatial stream of viscid liquid was fulfilled.

Findings. The reason for tearing-off the laminar frontier layer from the surface of cylinder is the increase of pressure in diffuser part of stream. Vortexes that unstuck from the cylinder surface are unsteady structures reacting on the least changes of terms of flowing. Formation of these vortexes is accompanied by discrete displacement of points of tearing-off and oscillation of hydrodynamic forces. Therefore even at the fixed values of Reynolds numbers, position of tearing-off points change constantly. In terms of hydroseparator the influence of hydrodynamic terms of flowing of tandem cylinders on character of tearing-off of stream in the first approach it is possible to estimate using the results of research of their flowing around the spatial stream of viscid liquid.

The analysis of the received results for realization of layerwise recleaning of grainy materials, providing the rise of efficiency of division and productivity of semi-counterflow hydroseparator with minimum hydraulic resistance was given. The conducted experimental research confirms suitability of the proposed calculation methodology for the substantiation of stream structure of two-phase environment in semicounterflow hydroseparator with layerwise recleaning and perspective of its application for classification and enriching of grainy materials.

Originality. Compared to the spatial flowing of tandem cylinders, flowing of dividing elements in frame of semicounterflow hydroseparator is characterized by lowering of pressure in an external flow after the point of a minimum pressure and forming of zone of capture of viscid liquid by the slot of the dividing element.

Practical value. One of the directions of improvement of quality of concentration products of mineral raw material is to rise the efficiency of hydraulic separation process by development of new methods and vehicles with the rational zone of division and low energy consumption, due to the fact that used for this purpose cylinder-conic hydrocyclones have low (37...56% according to Hancock) technological efficiency conditioned by a number of reasons. On the basis of analysis of these reasons its research and elimination a semicounterflow hydroseparator was developed with layerwise recleaning by means of dividing cylindrical elements with a crack.

Keywords: viscid liquid, cylinders, flowing, layerwise recleaning, hydroseparator

Рекомендовано до публікації докт. техн. наук В.Ф. Монастирським. Дата надходження рукопису 21.11.11.