

В.Н. Павлыш, С.С. Гребенкин, Б.А. Перепелица

РАЗРАБОТКА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ПРОЦЕССА ДЕФОРМИРОВАНИЯ ПОРОДНОГО МАССИВА, СОДЕРЖАЩЕГО ГОРНУЮ ВЫРАБОТКУ, В УСЛОВИЯХ ВЫВАЛООБРАЗОВАНИЯ

Розглядається задача математичного моделювання процесів, що характеризують напружено-деформований стан гірського масиву навколо підготовчої виробки у нерівнокомпонентному полі напруг.

Рассматривается задача математического моделирования процессов, характеризующих напряженно-деформированное состояние горного массива в окрестности подготовительной выработки в неравнокомпонентном поле напряжений.

The task of mathematical modeling of processes, that characterized the tension-deformed station of rock massive with mine structure in unequal area of tensions.

Актуальность работы. Явление вывалообразования отрицательно сказывается на состоянии горных выработок. Для обоснования способов предотвращения негативного влияния вывалообразований необходимо иметь математический аппарат для исследования процесса. В этой связи разработка математических моделей и методов расчета параметров технологических схем является актуальной задачей.

Цель работы – формирование адекватной математической модели, характеризующей состояние массива, вмещающего выработку, в условиях вывалообразования.

Научная новизна состоит в том, что впервые рассмотрено состояние массива, содержащего выработку, в неравнокомпонентном поле напряжений.

Содержание работы. Деформирование и разрушение горных пород вблизи обнажений подземных подготовительных выработок – основной процесс, определяющий характер и интенсивность проявлений горного давления, в том числе вывалообразования.

Фундаментальные результаты в области теоретических исследований геомеханических процессов получены в [1, 2].

Основной задачей математического моделирования является исследование характера поля напряжений и деформаций в окрестности выработки в неравнокомпонентном поле напряжений в случае, когда процесс расслоения породного массива еще не начался. На этой стадии процесс деформирования породного массива может быть описан методами теории упругости.

Следует подчеркнуть, что теоретические исследования процесса деформирования с целью предсказать и предупредить вывалообразование должны быть направлены на выяснение механизма возникновения растягивающих деформаций и напряжений в кровле и боках выработки.

В дальнейшем будем считать, что породный массив, вмещающий подготовительную выработку, представляет собой континуум с хаотической трещиноватостью, который может рассматриваться как изотропная среда [1].

Основные допущения, принятые в процессе построения математической модели:

– массив горных пород, вмещающих подготовительную выработку, моделируется упругим изотропным полупространством, напряженное состояние которого обусловлено силой тяжести;

– выработка залегает на достаточно большой глубине, поэтому можно пренебречь влиянием дневной поверхности в задаче, связанной с определением компонент дополнительных напряжений, появляющихся в результате проведения выработки в массиве горных пород.

Схематически породный массив, вмещающий подготовительную выработку, будем изображать в виде пластины с отверстием в форме полукруга радиуса a (рис. 1).

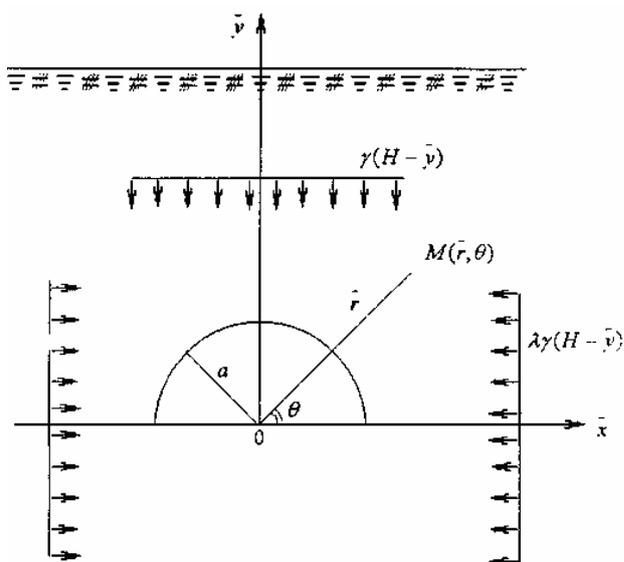


Рис. 1. Схема породного массива, вмещающего подготовительную выработку: \bar{x}, \bar{y} – оси декартовой системы координат; \bar{r}, θ – полярные координаты; H – расстояние от земной поверхности до почвы выработки; a – усредненный радиус выработки

Так как в результате натуральных измерений, проведенных в условиях шахт Донецкого угольного бассейна, установлено, что в реальных условиях горного массива имеет место неравнокомпонентное поле начальных напряжений, то напряженное состояние нетронутого массива будем характеризовать соотношениями:

$$\begin{aligned} \sigma_{yy}^{(0)} &= -\gamma(H-y); & \sigma_{xx}^{(0)} &= -\lambda\gamma(H-y); \\ \tau_{xy}^{(0)} &= -\gamma(H-y)\frac{(1-\lambda)}{2}, \end{aligned} \quad (1)$$

где $\sigma_{yy}^{(0)}$, $\sigma_{xx}^{(0)}$ – нормальные, а $\tau_{xy}^{(0)}$ – касательные начальные напряжения; λ – коэффициент бокового распора; $\gamma = \rho g$; ρ – плотность пород, g – ускорение свободного падения.

В процессе исследований будем использовать полярную систему координат (r, θ) .

В полярной системе координат начальное поле напряжений будем характеризовать следующими соотношениями:

$$\begin{aligned} \sigma_{rr}^{(0)} &= -\gamma\frac{(H-\bar{r}\sin\theta)}{2} \times \\ &\times [1 + \lambda + (1-\lambda)(\cos 2\theta + \sin 2\theta/2)]; \\ \sigma_{\theta\theta}^{(0)} &= -\gamma\frac{(H-\bar{r}\sin\theta)}{2} \times \\ &\times [1 + \lambda + (1-\lambda)(\cos 2\theta - \sin 2\theta/2)]; \\ \tau_{r\theta}^{(0)} &= -\gamma\frac{(H-\bar{r}\sin\theta)}{2} \times \\ &\times (1-\lambda)(\cos 2\theta + \sin 2\theta), \end{aligned} \quad (2)$$

где $\sigma_{rr}^{(0)}$ и $\sigma_{\theta\theta}^{(0)}$ – соответственно радиальные и угловые, а $\tau_{r\theta}^{(0)}$ – касательные (тангенциальные) начальные напряжения.

После проведения подготовительной выработки полные напряжения:

$\bar{\sigma}_{rr} = \sigma_{rr}^{(0)} + \sigma_{rr}$; $\bar{\sigma}_{\theta\theta} = \sigma_{\theta\theta}^{(0)} + \sigma_{\theta\theta}$; $\bar{\sigma}_{r\theta} = \sigma_{r\theta}^{(0)} + \sigma_{r\theta}$;

или с учетом соотношений (2):

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_{rr} &= \sigma_{rr} - \gamma\frac{(H-\bar{r}\sin\theta)}{2} \times \\ &\times [1 + \lambda + (1-\lambda)(\cos 2\theta + \sin 2\theta/2)]; \\ \bar{\sigma}_{\theta\theta} &= \sigma_{\theta\theta} - \gamma\frac{(H-\bar{r}\sin\theta)}{2} \times \\ &\times [1 + \lambda - (1-\lambda)(\cos 2\theta + \sin 2\theta/2)]; \\ \bar{\sigma}_{r\theta} &= \sigma_{r\theta} - \gamma\frac{(H-\bar{r}\sin\theta)}{2} \times \\ &\times (1-\lambda)(\cos 2\theta + \sin 2\theta), \end{aligned} \quad (3)$$

где σ_{rr} , $\sigma_{\theta\theta}$ и $\sigma_{r\theta}$ – дополнительные напряжения в полярной системе координат (r, θ) обусловленные проведением подготовительной выработки.

Далее рассмотрим аналитические зависимости, характеризующие дополнительное напряженно-деформированное состояние породного массива в полярной системе координат.

Уравнения равновесия в компонентах вектора перемещений представим в следующем виде:

$$\begin{aligned} &\left[\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1-\nu}{2r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \right] U_r + \\ &+ \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{1-\nu}{2r} \frac{\partial}{\partial r} - \frac{3-\nu}{2r^2} \right) U_\theta = 0; \\ &\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left[\frac{1+\nu}{1-\nu} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{3-\nu}{1-\nu} \right] U_r + \\ &+ \left[\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} - \frac{1}{r^2} \left(1 - \frac{2}{1-\nu} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \right) \right] U_\theta. \end{aligned} \quad (4)$$

где U_r и U_θ – соответственно радиальные и угловые упругие перемещения; ν – коэффициент Пуассона; $r = \bar{r}/a$ – безразмерная координата.

Уравнения, характеризующие компоненты напряжений:

$$\begin{aligned} \sigma_{rr} &= \frac{E}{(1-\nu^2)a} \left[\frac{\partial U_r}{\partial r} + \nu \left(\frac{1}{r} \frac{\partial U_\theta}{\partial \theta} + \frac{U_r}{r} \right) \right]; \\ \sigma_{\theta\theta} &= \frac{E}{(1-\nu^2)a} \left[\frac{\partial U_\theta}{\partial \theta} + \frac{U_r}{r} + \nu \frac{\partial U_r}{\partial r} \right]; \\ \sigma_{r\theta} &= \frac{E}{2(1-\nu^2)a} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial U_r}{\partial \theta} + \frac{\partial U_\theta}{\partial r} - \frac{U_\theta}{r} \right], \end{aligned} \quad (5)$$

где E – модуль Юнга.

Граничные условия на контуре и почве выработки получим из следующих соображений.

При отсутствии крепи полные радиальные и касательные напряжения на контуре и почве подготовительной выработки равны нулю.

В общем случае выполнение краевых условий на такого вида контуре выработки представляет собой довольно сложную математическую задачу.

Точное выполнение граничных условий при $r \leq 1$ и $\pi \leq \theta \leq 2\pi$ необходимо для исследования процессов пучения почвы выработки. Так как целью наших исследований является вопрос определения характера поля напряжений в кровле и боках выработки, то, используя принципы Сен-Венана, можно упростить задачу выполнения граничных условий, представив их в таком виде:

$$\bar{\sigma}_{rr} \Big|_{\substack{r=1.0 \\ 0 \leq \theta \leq \pi}} = 0; \quad \bar{\sigma}_{r\theta} \Big|_{\substack{r=1.0 \\ 0 \leq \theta \leq \pi}} = 0; \quad (6)$$

$$\int_0^1 \bar{\sigma}_{rr} \Big|_{\theta=0} dr = 0; \quad \int_0^1 \bar{\sigma}_{r\theta} \Big|_{\theta=0} dr = 0. \quad (7)$$

Принимая во внимание, что $H \geq a$, изменением начальных напряжений по высоте выработки в формулах (2) можно пренебречь.

Внося выражения (3) в условия (6) и (7) и учитывая зависимости (2) условия на контуре выработки представим таким образом:

а) на криволинейном контуре выработки $r = 1, 0$; $0 \leq \theta \leq \pi$

$$\sigma_{rr} = 2^{-1} \gamma H [1 + \lambda + (1-\lambda)(\cos 2\theta + \sin 2\theta/2)]; \quad (8)$$

$$\sigma_{r\theta} = 2^{-1} \gamma H (1-\lambda)(\sin 2\theta + \cos 2\theta);$$

б) на почве выработки $\theta = 0$; $0 \leq r \leq 1, 0$;

$$\sigma_{rr} = \gamma H / 2; \quad \sigma_{r\theta} = \gamma H (1-\lambda) / 2. \quad (9)$$

Кроме этого, численные значения компонент дополнительных напряжений $\sigma_{rr}, \sigma_{\theta\theta}$ и $\sigma_{r\theta}$ должны стремиться к нулю по мере отдаления от контура выработки, т.е. при $r \rightarrow \infty$.

Отсюда следует, что для удовлетворения граничных условий необходимо найти решение уравнений равновесия (4), которые представляют собой систему из двух дифференциальных уравнений второго порядка с переменными коэффициентами.

Воспользуемся заменой переменных:

$$r = e^t; \quad (t = \ln r); \quad r = \begin{cases} -\infty, & r = 0 \\ 0, & r = 1 \\ \infty, & r = \infty \end{cases}.$$

В результате приходим к более простой системе дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами:

$$\begin{aligned} \left[\frac{\partial^2}{\partial t^2} - 1 + \frac{1-\nu}{2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \right] U_r + \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{1+\nu}{2} \frac{\partial}{\partial t} - \frac{3-\nu}{2} \right) U_\theta &= 0; \\ \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{1+\nu}{2} \frac{\partial}{\partial t} - \frac{3-\nu}{2} \right) U_r + \left[\frac{\partial^2}{\partial t^2} - 1 + \frac{2}{1-\nu} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \right] U_\theta &= 0. \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{rr}^+ &= \frac{E}{(1-\nu^2)a} \{ 2(1-\nu)A_4 \exp(-2t) + [\omega_5 B_2 \exp(-4t) + \omega_6 B_4 \exp(-2t)] \cos 2\theta + \\ &+ [\omega_5 C_2 \exp(-4t) + \omega_7 C_4 \exp(-2t)] \sin 2\theta \}, \quad 0 \leq t < \infty \quad (r \geq 1); \\ \sigma_{rr}^- &= \frac{E}{(1-\nu^2)a} \{ 2(1+\nu)A_3 - [\omega_8 B_1 \exp(2t) + \omega_9 B_3] \cos 2\theta + \\ &+ [\omega_8 C_1 \exp(2t) + \omega_9 C_3] \sin 2\theta \}, \quad -\infty < t \leq 0 \quad (r \leq 1), \end{aligned} \quad (13)$$

где $\omega_5 = (3-\nu)\omega_1 + 2\nu\omega_4$; $\omega_6 = (1-\nu)\omega_2 - 8\nu$;
 $\omega_7 = \omega_2 - (\omega_4 + 8)\nu$; $\omega_8 = (3+\nu)\omega_1 + 2\nu\omega_3$;
 $\omega_9 = \omega_2(1+3\nu)$.

б) угловые напряжения

$$\sigma_{r\theta}^+ = \frac{E}{2(1+\nu)a} \{ [\omega_{10} C_2 \exp(-4t) + \omega_{11} C_4 \exp(-2t)] \times \cos 2\theta - [\omega_{10} B_2 \exp(-4t) + \omega_{11} B_4 \exp(-2t)] \sin 2\theta \}, \quad 0 \leq t < \infty \quad (r \geq 1); \quad (14)$$

$$\sigma_{r\theta}^- = \frac{E}{2(1+\nu)a} \{ [\omega_{12} C_2 \exp(2t) - 2\omega_2 C_3] \times \cos 2\theta - \omega_{30} B_1 \sin 2\theta \}, \quad -\infty < t \leq 0 \quad (r \leq 1),$$

где $\omega_{10} = 2(\omega_1 + 2\omega_4)$; $\omega_{11} = 2(\omega_2 - 4)$;
 $\omega_{12} = 2(\omega_3 - \omega_1)$; $\omega_{13} = 2\omega_3 + \omega_2 - 2\omega_1$;

в) тангенциальные напряжения

$$\sigma_{\theta\theta}^+ = \frac{E}{(1-\nu^2)a} \{ -2(1-\nu)A_4 \exp(-2t) + [\omega_{14} B_2 \exp(-2t) + \omega_{15} B_4 \exp(-2t)] \cos 2\theta + [\omega_{16} C_2 \exp(-4t) + \omega_{17} C_4 \exp(-2t)] \sin 2\theta \}, \quad 0 \leq t < \infty \quad (r \geq 1); \quad (15)$$

$$\sigma_{\theta\theta}^- = \frac{E}{(1-\nu^2)a} \{ 2(1+\nu)A_3 [\omega_{18} B_1 \exp(2t) + \omega_{19} B_3] \cos 2\theta + [\omega_{18} C_1 \exp(2t) + \omega_{19} C_3] \sin 2\theta \}, \quad -\infty < t \leq 0 \quad (r \leq 1),$$

Принимая во внимание тот факт, что параметр t изменяется в пределах $-\infty < t < \infty$, выражения компонент радиальных и угловых перемещений удобно использовать в таком виде:

а) радиальные перемещения

$$\begin{aligned} U_r^+ &= -\{ 2A_4 \exp(-t) + [\omega_1 B_2 \exp(-3t) + B_4 \omega_2 \exp(-t)] \cos 2\theta + \\ &+ [\omega_1 C_2 \exp(-3t) + C_4 \omega_2 \exp(-t)] \sin 2\theta \}, \quad 0 \leq t < \infty \quad (r \geq 1); \\ U_r^- &= 2A_3 \exp(t) - [\omega_1 B_1 \exp(3t) + B_3 \omega_2 \exp(t)] \cos 2\theta + \\ &+ [\omega_1 C_1 \exp(3t) + C_3 \omega_2 \exp(t)] \sin 2\theta, \quad -\infty < t \leq 0 \quad (r \leq 1); \end{aligned} \quad (11)$$

б) угловые перемещения

$$\begin{aligned} U_\theta^+ &= [4C_4 \exp(-t) - \omega_4 C_2 \exp(-3t)] \cos 2\theta - \\ &- [4B_4 \exp(-t) - \omega_4 B_2 \exp(-3t)] \sin 2\theta, \quad 0 \leq t < \infty \quad (r \geq 1); \\ U_\theta^- &= [\omega_3 C_1 \exp(3t) + \omega_4 C_3 \exp(t)] \cos 2\theta - \\ &- [\omega_3 B_1 \exp(3t) + \omega_2 B_3 \exp(t)] \sin 2\theta, \quad -\infty < t \leq 0 \quad (r \leq 1). \end{aligned} \quad (12)$$

Для компонент тензора дополнительных напряжений получим следующие соотношения:

а) радиальные напряжения

где $\omega_{14} = 2\omega_4 - (1-3\nu)\omega_1$; $\omega_{15} = \omega_2(\nu-1) - 8$;
 $\omega_{16} = (1+3\nu)\omega_1 + 2\omega_4$; $\omega_{17} = (1+\nu)\omega_2 - 8$;
 $\omega_{18} = 2\omega_3 - \omega_1(1+3\nu)$; $\omega_{19} = \omega_2(3+\nu)$.

Таким образом, зависимости (1) – (15) могут быть положены в основу математической модели рассматриваемого процесса. Из приведенных соотношений следует, что напряженно-деформированное состояние в кровле и боках выработки определяется аналитическими зависимостями для компонент вектора перемещений U_r^+ , U_θ^+ и тензора напряжений σ_{rr}^+ , $\sigma_{\theta\theta}^+$ и $\sigma_{r\theta}^+$.

Сложный нелинейный характер рассмотренных уравнений предполагает использование для их решения компьютерной техники с применением численных методов.

Выводы

В результате выполненных исследований сформирована математическая модель процесса деформирования породного массива, вмещающего горную выработку. На основе предложенной модели могут быть выполнены компьютерные расчеты всех реальных параметров, определяющих процесс вывалообразования, и обоснованы параметры способов предупреждения их негативных последствий.

Список литературы

1. Касьян Н.Н. Геомеханические основы управления зоной разрушенных пород вокруг выработок для обеспечения их устойчивости на больших глубинах: Дисс. ... д-ра техн. наук: 05.05.04. – Донецк, 2003. – 317 с.

2. Современные проблемы проведения и поддержания горных выработок на глубоких шахтах: Монография / С.В. Янко, С.С. Гребёнкин, А.М. Брюханов и др. // Под общ. ред. С.В. Янко. – Донецк, ДУНГВО, 2003. – 256 с.

Рекомендовано до публікації д.т.н. В.І. Бондаренком 21.01.10

УДК 622.1:528.481:622.58

© А.Г. Гаврюк, Г.Ф. Гаврюк, 2010

А.Г. Гаврюк, Г.Ф. Гаврюк

ОСНОВНЫЕ ЗАКОНОМЕРНОСТИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ОСЕДАНИЙ ЗЕМНОЙ ПОВЕРХНОСТИ В ПОЛУМУЛЬДЕ ПРИ ПОДРАБОТКАХ И ВОДОПОНИЖЕНИИ

На основі результатів натурних інструментальних спостережень на спостережних станціях встановлено основні закономірності розподілу осідань земної поверхні у напівмульдї при підробках і водопониженні.

На основе результатов натурных инструментальных наблюдений на наблюдательных станциях установлены основные закономерности распределения оседаний земной поверхности в полумульде при подработках и водопонижении.

On the basis of results of instrumental supervisions of models at the observant stations basic conformities to the law of distributing of settling of earthly surface are set at earning additionally and lowering of water level.

Условия безопасной подработки различных сооружений и природных объектов на Никопольском марганцевом месторождении регламентируются нормативным документом – Правилами охраны [1], составленными сотрудниками кафедры маркшейдерии НГУ по результатам исследований процесса сдвижения земной поверхности в условиях шахт Марганецкого ГОКа.

В указанных Правилах разработана методика расчета, позволяющая прогнозировать сдвижения и деформации земной поверхности при подработках с учетом технологии отработки марганцевородного пласта.

Известно, что ведение очистных горных работ на шахтах Марганецкого ГОКа осложнено наличием в подрабатываемой породной толще нескольких водоносных горизонтов (как безнапорных, так и напорных), представляющих опасность прорыва воды в горные выработки.

Основным источником обводнения горных выработок на шахтах является нижнесарматский водоносный горизонт. Этот горизонт напорный – величины напоров, в среднем, составляют от 8 до 15 м и более, он представлен мелкозернистыми песками мощностью 3-4 м, местами до 10 м. Горизонт надрудный, водоносные пески отделены от марганцевородного пласта глинами мощностью от 5 до 20 м. Питание горизонта осуществляется на большой площади, выходящей далеко за пределы шахтных полей. Водоприитоки из нижнесарматского водоносного горизонта на шахтах колеблются в широких пределах – от 5,5 до 70 м³/ч.

Наличие такого количества воды в толще горных пород является значительным препятствием при разработке месторождения. Поэтому с целью предотвращения прорывов воды в выработанное пространство перед началом ведения очистных горных работ проводится предварительное снижение пьезометрического уровня водоносного горизонта при помощи восстающих скважин, пробуренных из подготовительных горных выработок.

Натурными инструментальными наблюдениями, выполненными на четырех наблюдательных станциях, расположенных на полях шахт №№ 4-7, 6 и 9-10 Марганецкого ГОКа, было отмечено значительное превышение (до 1 м и более) величин максимальных оседаний земной поверхности по отношению к вынимаемой мощности марганцевородного пласта вследствие проводимого водопонижения на подрабатываемых участках. Установлено, что величины дополнительных сдвижений и деформаций зависят от технологии отработки марганцевородного пласта (комплексно-механизированными заходками или лавами), степени водопонижения, физико-механических свойств подрабатываемой породной толщи (сжимаемости и пористости) [2].

Целью настоящей статьи является попытка установления общих закономерностей распределения оседаний земной поверхности в полумульде с учетом гидрогеологических особенностей подрабатываемых участков при выборе мер охраны сооружений и объектов

Для условий Никопольского марганцевого месторождения максимальное оседание земной поверхно-