УДК 622.831.3.02 

**С.Ю. Приходько**

# К ТЕОРИИ УСТОЙЧИВОСТИ ГЕОМЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Запропоновано новий підхід до аналізу стійкості геомеханічних систем. Визначено критерії геомеханічних параметрів, що впливають на метаморфізацію вміщуючих порід, ступінь якої визначає критичний розмір виробленого гірничого простору.

Предложен новый подход к анализу устойчивости геомеханических систем. Определены критерии геомеханических параметров влияющих на метаморфизацию вмещающих пород, степень которой определяет критический размер выработанного горного пространства.

A new approach to stability analysis of geomechanical systems is proposed. It is defined a criteria of geomechanical parameters affecting the metamorphism of host rocks, the degree of which determines the critical size of the worked-out space rock.

**Актуальность.** В любой из геотектонических гипотез должны быть четко определены силы, участвующие в перемещениях или преобразованиях масс в земной коре, и источник энергии, поддерживающий эти силы в течение определенного периода времени [1]. Модели горного массива, рассматриваемые при прогнозировании газодинамических явлений, основаны на детерминистическом причинном описании. Однако такое описание не всегда является адекватным. Главная причина этого состоит в том, что в макроскопических системах существование многих степеней свободы часто приводит к возникновению флуктуаций. После возникновения макроскопической флуктуации система ведет себя в соответствии с определенными феноменологическими законами. Флуктуации, хотя и являются измеримыми величинами, должны оставаться малыми по сравнению с макроскопическими величинами. Малые флуктуации при наличии критической точки усиливаются, достигают макроскопического уровня и переводят систему в новое состояние, т.е. приводят к возникновению новой фазы в системе [1].

Степень влияния скорости подвигания лавы на критический размер выработанного пространства сильно зависит от степени метаморфизации вмещающих пород [2]. Предлагаемая методика анализа энергетического состояния горного массива дает возможность прогнозирования состояний горного массива, в которых возможны фазовые переходы.

**Методика анализа энергетического состояния горного массива.** Как было показано в работе [3], полная энергия системы рассматриваемого горного массива *E (h(t)) = E (h(0))*, где с учетом следующих граничного и начальных условий:

$$h\big|_{\partial\Omega} = 0,\quad h\big|_{t=0} = h_0(x),\quad h_t\big|_{t=0} = h_1(x),$$

где $h_0(x)$ – некоторая начальная геометрия горного массива, а $h_1(x)$ – его начальная скорость изменения) получим

$$E(h(0)) = \frac{1}{2}\int\left(h_1^2(x) + \left|\nabla h_0(x)\right|^2 - \frac{2c_1}{\beta+1}h_0^{\beta+1}(x) + \frac{2c_2}{\beta}h_0^{\beta}(x)\right)dx.$$

Из теории бинарных систем хорошо известно, что знак начальной энергии системы существенно влияет на ее поведение, например, если начальная энергия отрицательна, то это приводит к фазовому переходу [4]. Применительно к нашей ситуации, это означает следующее: если $E(h(0)) < 0$, то в системе, при определенных значениях параметров, возможен быстрый рост градиента амплитуды инверсионного подъема.

Случай $0<\beta \le 1$ и $\beta>1$ существенно отличаются $(\beta = \frac{\alpha}{1-\alpha}\cdot 0 < \alpha < 1)$. Для $0 < \beta \le 1$ в работе [5] была показана ограниченность градиента смещения на любом фиксированном временном интервале, а для $\beta > 1$ была установлена ограниченность этого градиента только до некоторого момента времени $T^*$.

Анализ рассматриваемой модели позволяет произвести детальную классификацию возможного поведения градиента смещения. Проанализируем оценку

$$\frac{c_1 C_0^{\beta+1}}{\beta+1}\left(\frac{\beta+1}{2c_1 C_0^{\beta+1}} - \left(\int\left|\nabla h\right|^2 dx\right)^{\frac{\beta-1}{2}}\right)\int\left|\nabla h\right|^2 dx \le E(h(0))$$

для случая $0 < \beta < 1$.

В зависимости от значений начальной энергии возможны пять различных ситуаций:

1) если $\left(E(h(0)) < E^* = -\frac{(1-\beta)(c_1 C_0^{\beta+1})^{\frac{2}{1-\beta}}}{2(\beta+1)} < 0,\right.$ то неравенство не выполняется, а следовательно, не существует универсальной (независящей от времени) оценки градиента решения;

2) если $E(h(0))=E^*$, то градиент решения в точности равен $\int\left|\nabla h\right|^2 dx = (c_1 C_0^{\beta+1})^{\frac{2}{1-\beta}}$ в любой момент времени $t > 0$;

3) если $E^* < E(h(0)) < 0$, то градиент решения имеет двухстороннюю оценку при любом $t > 0$, а именно,

$$a_1 \le \int\left|\nabla h\right|^2 dx \le a_2,$$

где постоянные $0 < a_1 < a_2 < \left(\frac{2c_1C_0^{\beta+1}}{\beta+1}\right)^{\frac{2}{1-\beta}}$ зависят от значения начальной энергии *E(h(0))*;

4) если *E(h(0)) = 0*, то имеет место оценка градиента решения сверху $\int|\nabla h|^2dx \le \left(\frac{2c_1C_0^{\beta+1}}{\beta+1}\right)^{\frac{2}{1-\beta}}$ при любом *t>0*;

5) если *E(h(0))>0*, то градиент решения ограничен сверху $\int|\nabla h|^2dx \le a_3$, при любом *t>0*, и постоянная $a_3 > \left(\frac{2c_1C_0^{\beta+1}}{\beta+1}\right)^{\frac{2}{1-\beta}}$ зависит от *E(h(0))*.

Таким образом, в случае 0 < β < 1 и *E(h(0)) ≥ E**, мы получим, что градиент всегда ограничен сверху, а в силу теоремы вложения Соболева $\overset{0}{W}{}_2^1(\Omega) \subset C(\overline{\Omega})$, и амплитуда тоже, т.е. $|h| \le C < \infty$.

Теперь проанализируем оценку неравенства в случае β>1. В зависимости от значений начальной энергии возможны три ситуации:

1) если *E(h(0)) > 0*, то градиент решения в любой момент времени *t > 0* не имеет универсальной оценки сверху;

2) если *E(h(0))=0*, то градиент решения ограничен снизу $\int|\nabla h|^2dx \ge \left(\frac{\beta+1}{2c_1C_0^{\beta+1}}\right)^{\frac{2}{\beta-1}}$ при любом $t > 0$;

3) если *E(h(0))≤0*, то градиент решения имеет оценку снизу $\int|\nabla h|^2dx \ge a_4$ при любом t > 0, где постоянная $a_4 \left(\frac{\beta+1}{2c_1C_0^{\beta+1}}\right)^{\frac{2}{\beta-1}}$ зависит от *E(h(0))*.

Итак, в случае β>1 и *E(h(0)) ≤ 0*, мы получим, что градиент всегда ограничен снизу, т.е. $\int|\nabla h|^2dx \ge C > 0$.

Осталось рассмотреть случай, когда β = 1. Из оценки неравенства мы получим, что

$$\chi\int|\nabla h|^2dx \le E(h(0)),$$

где $\chi = \frac{1}{2} - \frac{c_1C_0^{\beta+1}}{\beta+1}$. Отсюда, в свою очередь, мы устанавливаем, что:

1) если $\chi > 0$ и $E(h(0)) > 0$, то $\int|\nabla h|^2dx$ не имеет универсальной верхней оценки;

2) если $\chi > 0$ и $E(h(0)) > 0$, то $\int|\nabla h|^2dx = 0$, откуда следует, что *h = const*;

3) если $\chi > 0$ и $E(h(0)) > 0$, то $\int|\nabla h|^2dx \le \frac{2(\beta+1)}{\beta+1-2c_1C_0^{\beta+1}}E(h(0))$;

4) если $\chi < 0$ и $E(h(0)) < 0$, то $\int|\nabla h|^2dx \ge -\frac{2(\beta+1)}{2c_1C_0^{\beta+1}-\beta-1}E(h(0))$;

5) если $\chi < 0$ и $E(h(0)) \ge 0$, то $\int|\nabla h|^2dx$ не имеет универсальной верхней оценки.

## Выводы

Рассмотренную математическую модель горного массива можно считать универсальной. При задании соответствующих геометрических параметров и краевых условий эту модель можно использовать при исследованиях динамики различных по геометрии, составу и строению горных массивов. Определяя поведение градиента вертикального смещения (который связан с тензором деформаций $\underline{H}$), мы тем самым определяем поведение соответствующих напряжений в горном массиве. Найденная зависимость между значением начальной энергии системы и поведением градиента вертикального смещения, а как следствие и самого вертикального смещения, позволяет получать информацию о поведении напряжений внутри горного массива и возможности изменения метаморфизации вмещающих пород, степень которой определяет критический размер выработанного горного пространства.

## Список литературы

1. Приходько С.Ю., Таранец Р.М., Матвиенко С.А. Новый подход к анализу поведения горного массива // Уч. записки Таврического нац. ун-та им. В.И. Вернадского. География. – Т. 22(61). – С. 79-89.
2. Шашенко А.Н., Хозяйкина Н.В. Закономерности изменения предельного состояния в сложноструктурной кровле угольного пласта при установившемся обрушении // Науковий вісник НГУ. – 2004. – № 4. – С. 49-52.
3. Шашенко А.Н., Хозяйкина Н.В. Интегральный критерий генерального обрушения сложноструктурной кровли при отработке пологозалегающих угольных пластов // Вісті Донецького гірн. ін-ту. – 2004. – № 1. – С. 127-130.
4. Шашенко А.Н., Хозяйкина Н.В. Закономерности обрушения пород кровли при отработке горизонтальных пластов угля длинными очистными забоями // Межвед. сб. научн. тр. / ИГТМ НАН Украины. – 2005. – Вып. 61. – С. 115-124.
5. Скипочка С.И., Усаченко Б.М., Куклин В.Ю. Элементы геомеханики углепородного массива при высоких скоростях подвигания лав. – Д.: ЧП “Лира ЛТД”, 2006. – 248 с.

*Рекомендовано до публікації д.т.н. О.М. Шашенком 24.09.09*