

Functioning of the energy complex is characterized by an imbalance of generation and load structure capacity, obsolescence and imperfection of equipment, including in the operating control loop. All of these reduce its effectiveness. To achieve the required level of reliability and efficiency of work in such conditions it is suggested to use modern devices of monitoring, estima-

tion of state and mode optimization using information technologies.

Keywords: *electrical networks, information and geoinformation technologies, supervisory management*

Рекомендовано до публікації докт. техн. наук Ю.Т. Разумним. Дата надходження рукопису 30.03.11

УДК 519.85:622.349.5:542.61

С.А. Ус¹, канд. фіз.-мат. наук, доц.,
К.С. Іщенко², канд. техн. наук, ст. наук. співроб.,
А.О. Корела¹

1 – Державний вищий навчальний заклад „Національний гірничий університет“, м. Дніпропетровськ, Україна,
e-mail: us-svetlana@yandex.ru

2 – Інститут геотехнічної механіки ім. М.С. Полякова НАН України, м. Дніпропетровськ, Україна,
e-mail: ishenko_k@i.ua

ЗАСТОСУВАННЯ ІНТЕРВАЛЬНОЇ РЕГРЕСІЙНОЇ МОДЕЛІ В ЗАДАЧІ ВИЗНАЧЕННЯ ОПТИМАЛЬНОГО СКЛАДУ ЗАКЛАДНОЇ СУМІШІ

S.A. Us¹, Cand. Sci. (Phys.-Math.), Associate Professor,
K.S. Ishchenko², Cand. Sci. (Tech.), Senior Research Fellow,
A.O. Korela¹

1 – State Higher Educational Institution “National Mining University”, Dnipropetrovsk, Ukraine, e-mail: us-svetlana@yandex.ru

2 – N.S. Polyakov Institute of Geotechnical Mechanics of NAN of Ukraine, Dnipropetrovsk, Ukraine, e-mail: ishenko_k@i.ua

USE OF INTERVAL REGRESSIVE MODEL FOR THE PROBLEM OF DETERMINING THE OPTIMAL COMPOSITION OF FILL MIXTURE

Розглянуто задачу обґрунтування оптимального складу суміші для закладки виробленого простору. Для її розв’язання в роботі запропоновано оптимізаційну модель, основою якої є рівняння регресії з інтервальними коефіцієнтами. Для розв’язання отриманої задачі використано метод послідовної редукції. Проведено порівняльний аналіз рішень, отриманих за допомогою інтервальної та звичайної моделей.

Ключові слова: *регресія, довірчий інтервал, інтервальна цільова функція, оптимізація, закладна суміш*

Вступ. Згідно зі світовою статистикою, Україна входить у десятку найбільш розвинених країн у галузі атомної енергетики. Тільки розвідані запаси взмозі забезпечити більш ніж на 100-річну потребу АЕС України у природному урані. На сьогоднішній день рівень видобутку урану дозволяє не тільки задовольнити власні потреби, але й експортувати за кордон значні об’єми уранової сировини [1, 2].

Проте, складний процес видобутку урану тягне за собою певні екологічні проблеми (порушення природного рельєфу, поява деформацій земної поверхні в місцях відпрацьованих рудних блоків шахт, утворення величезних наземних радіоактивних сховищ відходів урановидобувного процесу – хвостів, збільшення рівня запиленості місцевості), вирішення яких є пріоритетним для урановидобувних підприємств. Одним із способів вирішення цих проблем є закладка відпрацьованих просторів шахт. Витрати на виконання цих робіт визначаються, насамперед, обраним способом формування штучного масиву, використовуваним обладнанням закладного комплексу, конструкціями ізолюючих перемичок і складом суміші, що утворює твердіючу

закладку. Для виготовлення закладної суміші необхідна наявність різного виду матеріалів: в’язких заповнювачів, мікронаповнювачів, активуючих і пластифікуючих добавок. При цьому підбір складу закладного матеріалу необхідно здійснювати таким чином, щоб домогтися оптимального співвідношення між вартісними і якісними показниками суміші, а також, по можливості, максимально утилізувати відходи промислового виробництва [3].

Як наслідок з цього, визначення оптимального складу суміші, яка використовується для закладки відпрацьованих просторів шахти, на сьогоднішній день є актуальною задачею.

Мета даної роботи – створення нової математичної моделі для обґрунтування оптимального складу суміші з урахуванням експериментальних даних.

Постановка задачі дослідження. На Смолінській шахті у процесі видобутку уранової руди застосовують закладку, що твердіє, і яка складається з в’язких і інертних матеріалів. Як інертний заповнювач для приготування закладної суміші використовуються відходи урановидобувної, металургійної та деревопереробної галузей промисловості, продукти хімічної промисловості, а саме хвости, доменний шлак, лігносульфонати, алюмокалієвий галун, а також доломіто-

вий пил, природній ангідрид та вода. Завдання полягає у визначенні оптимального складу закладної суміші, який забезпечує максимізацію її міцності. Тобто, за результатами даних експерименту необхідно дослідити вплив компонентів суміші на її якісні характеристики та скласти математичну модель, що дозволить обрати оптимальний склад суміші з урахуванням технологічних вимог.

Вихідними даними для проведення роботи були: державні стандарти вищої освіти України; дані про фізичні та хімічні властивості компонентів, що входять до складу закладної суміші; дані про стан проведення закладних робіт в умовах Смолінської шахти.

Матеріали і результати досліджень. На даний момент на шахті використовують три види суміші, якісний склад і характеристики яких наведено в табл.1.

Як видно з представлених даних, хвости, що є відходами в результаті видобування урану, використовуються лише у третій суміші. Це пов'язано з тим, що міцність суміші, до якої входять хвости та природній ангідрид, відносно невелика (20–25 МПа) порівняно з сумішами, де за основу береться доменний шлак (30–35 МПа). Тому значна перевага віддається сумішам, основаним на доменному шлаку. Проблема хвостосховищ при цьому залишається відкритою, так як у пріоритеті все ж таки залишається міцність твердіючого матеріалу. Але тверді відходи переробки уранових руд у тій чи іншій мірі містять радіоактивні елементи і тому специфічні. У зв'язку з цим в умовах ПД „Схід ГЗК“ проводяться лабораторні дослідження щодо покращення

деяких показників хвостів, які сприятимуть збільшенню відсоткового вмісту хвостів у закладних сумішах.

Після проведення лабораторних досліджень та визначення орієнтовних параметрів твердіючої закладки на основі хвостів ГМЗ для остаточних висновків був проведений промисловий експеримент з дотриманням натуральних умов (приготування твердіючої суміші на закладному комплексі, транспортування її до камер гідротранспорту, твердіння її у відпрацьованих камерах і т.д.). З урахуванням результатів проведених досліджень можна зробити висновок, що збільшення об'ємів використання хвостів має доволі непогані перспективи, проте на даний момент ця галузь залишається недовикористаною.

Що стосується інших компонентів, то вони є привозними і в більшості своїй також є відходами збагачувальних комбінатів, наприклад, доменний шлак є відходами металургійної галузі, лігносульфонати – деревопереробної промисловості. Доломітовий пил, алюмокалієвий галун – продукти хімічної промисловості. Технічна вода використовується в якості розчинника.

Отже, головна задача полягає у виборі найкращого складу закладної суміші, враховуючи наступні умови: міцність отриманої суміші має бути максимальною; вартість суміші не має перевищувати певного заданого значення; інші параметри (щільність, деформація, зчеплення, час початку твердіння) не мають виходити за межі варіювання, задані технологічними нормами.

Таблиця 1

Компоненти, що входять до складу закладної суміші

	Компоненти	Вартість (грн/т.)	Вміст компонента в суміші, %		
			суміш 1	суміш 2	суміш 3
компоненти	Доломітовий пил	29,15	28,1 – 29,5	30,2 – 32,6	
	Алюмокалієвий галун	69,27	4,5 – 6,8	10,1 – 13,4	13,1 – 15,4
	Лігносульфонати	20,25	7,5 – 10,3		6,5 – 9,3
	Вода	14,75	12,7 – 14,8	15,4 – 23,0	18,4 – 23,0
	Доменний шлак фракції дфр. = 2,0–5,0 мм	18,45	Залишок до 100%	Залишок до 100%	–
	Природний ангідрид 60% фракції дфр. = 2–4 мм, 20% хвости (мул) фракції дфр. = 0,25–0,3 мм, вологістю 10–12% і 20% доломітовий пил	17,5 21 29,15	–	–	Залишок до 100%
характеристики суміші	Щільність кг/м ³	–	1950 – 1970	2010 – 2015	2055 – 2096
	Коефіцієнт внутрішнього тертя	–	0,2–0,24	0,26–0,30	0,20–0,26
	Коефіцієнт пластичності	–	2,1 – 2,4	1,15 – 1,17	1,20 – 1,26
	Час початку схоплювання суміші, год	–	0,3 – 0,5	0,2–0,3	0,3–0,4
	Міцність суміші на одновісне стискання, МПа	–	20,0 – 25,0	30–35	20 – 25
	Деформація, мм	–	2,0–4,0	1,0 – 2,0	1,35 – 2,5
	Розширення суміші, %	–	1,5 – 2,3	0,1 – 0,15	2–3
	Зчеплення, МПа	–	0,08 – 0,1	–	0,5 – 0,7

Для того, щоб побудувати математичну модель, позначимо через x_i частку i -го складового компонента суміші ($i = 1, 7$), $\varphi(x)$, $\theta(x)$, $\tau(x)$, $\delta(x)$, $\psi(x)$ – функції, які описують міцність, щільність, час початку твердіння, деформацію та зчеплення суміші відповідно; c_i – вартість однієї тонни i -го складового компонента суміші; $b_{\min}, b_{\max}, d_{\min}, d_{\max}, f_{\min}, f_{\max}, g_{\min}, g_{\max}$ – граничні показники щільності, часу початку твердіння, деформації та зчеплення відповідно; y – функція, що описує вартість закладної суміші.

Тоді загальна математична модель поставленої задачі може бути описана у вигляді

$$\varphi(x) \rightarrow \max ; \quad (1)$$

$$b_{\min} \leq \theta(x) \leq b_{\max} ; \quad (2)$$

$$d_{\min} \leq \tau(x) \leq d_{\max} ; \quad (3)$$

$$f_{\min} \leq \delta(x) \leq f_{\max} ; \quad (4)$$

$$g_{\min} \leq \psi(x) \leq g_{\max} ; \quad (5)$$

$$y = \sum_{i=1}^7 c_i \cdot x_i \leq y_{\max} ; \quad (6)$$

$$\sum_{i=1}^7 x_i = 1 ; \quad (7)$$

$$0 \leq x_i \leq 1, i = 1, 2, \dots, 7, \quad (8)$$

де (2) – (5) – обмеження на технологічні характеристики суміші; $x = (x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7)$, x_1 – доломітовий пил,

x_2 – вода, x_3 – алюмокалійсвий галун, x_4 – лігносульфонати, x_5 – доменний шлак, x_6 – ангідрид, x_7 – хвости.

Для конкретизації моделі визначимо аналітичний вигляд функцій міцності, щільності, часу початку твердіння, деформації та зчеплення як множинну лінійну регресію від компонентів суміші, використовуючи майже 300 варіантів дослідних даних.

Для побудови цих залежностей скористаємося стандартною функцією MS Excel „Лінійн“. Здійснивши перевірку значущості коефіцієнтів регресії за критерієм Стюдента і видаливши незначущі змінні з рівнянь, отримасмо такий аналітичний вигляд функцій

$$\varphi(x) = 47,31x_1 + 26,36x_2 + 93,76x_3 - 12,25x_6 + 33,41x_7 ;$$

$$\theta(x) = 2087,5x_1 + 1918,5x_2 + 2296,8x_3 + 1616,9x_4 + 1910,1x_5 + 2195,6x_6 + 2081,6x_7 ;$$

$$\tau(x) = 0,67x_2 - 0,55x_3 + 1,36x_4 + 0,54x_5 + 0,62x_6 ;$$

$$\delta(x) = 6,15x_2 - 7,75x_3 + 9,67x_4 + 6,23x_5 ;$$

$$\psi(x) = 0,45x_2 + 0,26x_5 + 1,48x_6 .$$

Обчислюючи коефіцієнти детермінації отриманих регресійних моделей, бачимо, що вони будуть не менше 0,964, отже модель враховує не менше 96,4% факторів, що впливають на наведені характеристики. Перевірку значущості рівнянь регресії зробимо на основі обчислення F -критерія Фішера: $F_{\varphi} = 14590,12$; $F_{\theta} = 24712,6$; $F_{\tau} = 2979,6$; $F_{\delta} = 1143,9$; $F_{\psi} = 5903,6$. Ці значення суттєво перевищують табличне значення $F_{кр} = 3,68$, отже отримані рівняння регресії на рівні значущості 0,05 варто визнати адекватними.

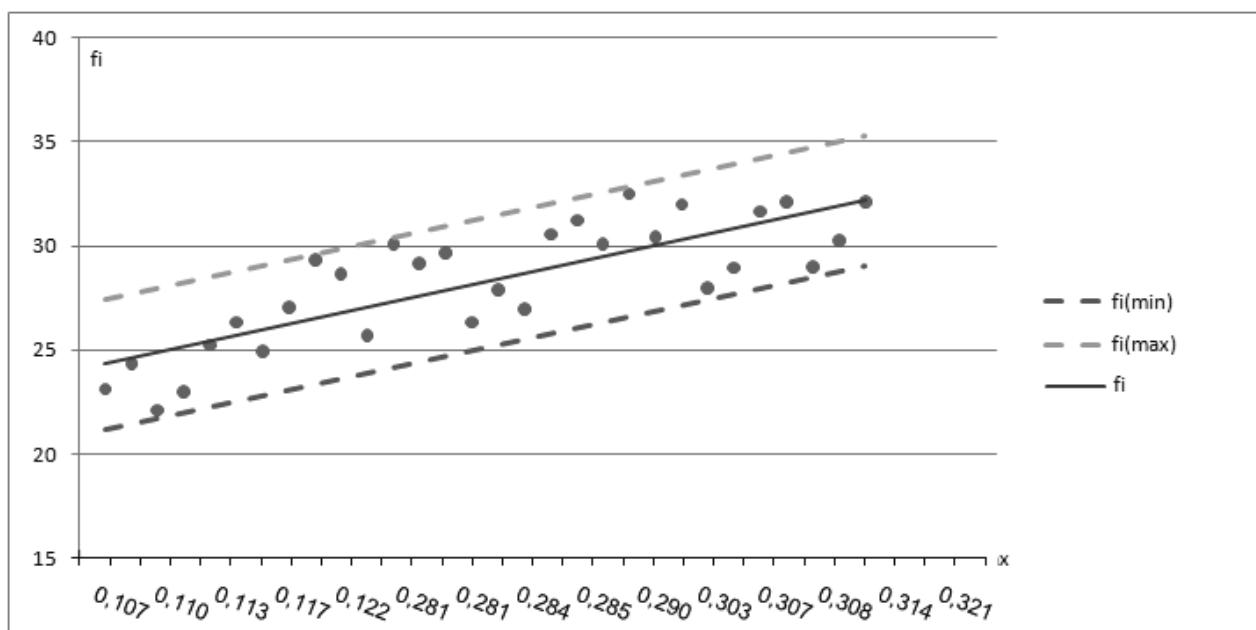


Рис. Графік залежності міцності суміші (f_i) від вмісту доломітового пилу (x)

Зауважимо, що отримані значення коефіцієнтів регресії залежать від дослідних даних і тому є наближеними.

Для ілюстрації цієї ідеї розглянемо залежність міцності суміші тільки від однієї незалежної змінної – доломітового пилю, і побудуємо відповідну лінію регресії f_1 та довірчий інтервал $(f_{1(\min)}; f_{1(\max)})$ для неї (рисунок). Ясно, що окрім знайденого рівняння f_1 , довірчий інтервал містить скільки завгодно рівнянь, що також є адекватними рівняннями регресії, які описують дану залежність.

Тому доцільно врахувати цей факт уже на етапі побудови математичної моделі, а саме, запишемо функцію міцності суміші у такому вигляді

$$\varphi(x) = a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3 + a_4x_4 + a_5x_5 + a_6x_6 + a_7x_7,$$

де коефіцієнти $a_i, i = 1, 2, \dots, 7$ задано у вигляді довірчих інтервалів. Для їх знаходження розіб'ємо вихідний масив даних на десять рівних частин (по 30 значень у кожній), для кожної окремої частини побудуємо рівняння регресії і обчислимо довірчі інтервали для цих коефіцієнтів. За нашими даними були розраховані такі довірчі інтервали

$$\begin{aligned} 45,49 &\leq a_1 \leq 48,95; \\ 24,69 &\leq a_2 \leq 28,24; \\ 91,48 &\leq a_3 \leq 96,52; \\ -20,18 &\leq a_4 \leq -12,88; \\ 2,88 &\leq a_5 \leq 5,17; \\ -14,07 &\leq a_6 \leq -10,81; \\ 27,58 &\leq a_7 \leq 39,05. \end{aligned}$$

Враховуючи обмеження (2) – (8), отримаємо наступну інтервальну модель

$$\varphi(x) = a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3 + a_4x_4 + a_5x_5 + a_6x_6 + a_7x_7 \rightarrow \max,$$

$$\begin{aligned} 2087,5x_1 + 1918,5x_2 + 2296,8x_3 + 1616,9x_4 + \\ + 1910,1x_5 + 2195,6x_6 + 2081,6x_7 \leq 2096; \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} 2087,5x_1 + 1918,5x_2 + 2296,8x_3 + 1616,9x_4 + \\ + 1910,1x_5 + 2195,6x_6 + 2081,6x_7 \geq 1950; \end{aligned} \quad (10)$$

$$0,67x_2 - 0,55x_3 + 1,36x_4 + 0,54x_5 + 0,62x_6 \geq 0,2; \quad (11)$$

$$0,67x_2 - 0,55x_3 + 1,36x_4 + 0,54x_5 + 0,62x_6 \leq 0,5; \quad (12)$$

$$1 \leq 6,15x_2 - 7,75x_3 + 9,67x_4 + 6,23x_5 \leq 4; \quad (13)$$

$$0 \leq 0,45x_2 + 0,26x_5 + 1,48x_6 \leq 0,7; \quad (14)$$

$$\sum_{i=1}^7 x_i = 1; \quad (15)$$

$$0 \leq x_i \leq 1, \quad i = 1, 2, \dots, 7, \quad (16)$$

де a_i – довірчі інтервали коефіцієнтів регресії; інші змінні мають той самий сенс, що в задачі (1)–(8).

Зрозуміло, що при такій постановці задачі, говорити про оптимізацію в звичайному сенсі не можна, оскільки значення цільового функціоналу також буде являти собою деякий інтервал. Тому ми будемо шукати лише деяке компромісне рішення задачі.

Розглянемо поставлену задачу як багатокритеріальну задачу з нескінченною множиною критеріїв.

Для її розв'язання скористаємось методом послідовної редукції [4]. Для цього визначимо функції $\varphi(x)_{\min}$ та $\varphi(x)_{\max}$, шляхом звернення до двох крайніх цільових функцій, коефіцієнтами яких виступають граничні значення довірчого інтервалу. І розглянемо двокритеріальну задачу.

Максимізувати функції

$$\begin{aligned} \varphi(x)_{\min} = 45,49x_1 + 24,69x_2 + 91,48x_3 - 20,18x_4 + \\ + 2,88x_5 - 14,07x_6 + 27,58x_7; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \varphi(x)_{\max} = 48,95x_1 + 28,24x_2 + 96,52x_3 - 12,88x_4 + 5,17x_5 - \\ - 10,81x_6 + 39,05x_7 \end{aligned}$$

за обмеженнями (9) – (16).

Згідно з [4], компромісний розв'язок цієї задачі може бути знайдено шляхом вирішення такої задачі лінійного програмування

$$\lambda \rightarrow \max;$$

$$\begin{aligned} -4,81\lambda - (45,49x_1 + 24,69x_2 + 91,48x_3 - 20,18x_4 + \\ + 2,88x_5 - 14,07x_6 + 27,58x_7) \leq -23,51; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -4,91\lambda - (48,95x_1 + 28,24x_2 + 96,52x_3 - 12,88x_4 + 5,17x_5 - \\ - 10,81x_6 + 39,05x_7) \leq -30,24; \end{aligned}$$

$$\lambda \geq 0$$

і виконуються обмеження (9) – (16).

Тут λ означає ступінь вдоволеності особи, що приймає рішення (ОПР), отриманим компромісним розв'язком задачі.

Результати розв'язання цієї задачі і відповідної задачі у чіткій постановці подано в табл. 2. Їх порівняння дозволяє зробити такі висновки.

1. У випадку з чіткими даними вдалося досягти вищого показника міцності (35 МПа), ніж у випадку з інтервальними даними (26,94 МПа). Проте, прямо пропорційно міцності зростає й вартість закладної суміші (21,46 грн/т. у першому випадку, 19,29 грн/т. – у другому).

2. Використання інтервальної моделі дає змогу врахувати вплив зовнішніх факторів та ступінь вдоволеності ОПР ($\lambda = 0,71$) отриманим розв'язком, що неможливо при вирішенні першого варіанту задачі. Слід також зазначити, що в результаті збільшення показника міцності спостерігається зростання щільності й зменшення показників часу початку схоплювання та деформації і зчеплення.

Таблиця 2

Порівняльна характеристика розв'язків чіткої і інтервальної задачі

Компоненти (масова частка)	Компоненти та характеристики	Чітка модель	Інтервальна модель
	Доломітовий пил	0,326	0,326
	Вода	0,191	0,23
	Алюмокалієвий галун	0,115	–
	Лігносульфонат	–	–
	Доменний шлак	0,232	0,32
	Ангідрид	0,018	–
	Хвости	0,118	0,124
Якісні характеристики	Міцність (МПа)	35	26,94
	Щільність (кг/м ³)	2039,55	1991,12
	Час початку схоплювання (хв)	12	20
	Деформація (мм)	1,72	3,41
	Зчеплення (МПа)	0,17	0,18
	Вартість (грн/т.)	21,46	19,29

Висновки. Використання математичного моделювання дозволило визначити оптимальний склад твердіючої суміші, який задовольняє визначені технологічні вимоги. При цьому досягнуто зниження собівартості суміші за рахунок збільшення вмісту доменного шлаку (на 60%) та доломітового пилу (на 65%), вартість яких відносно невелика. Проведені розрахунки показали, що витрати можуть бути знижені на 4,74 – 6,53 грн/т., тобто вартість закладної суміші зменшиться приблизно на 18%. Таким чином, проведення оптимізації складу суміші призвело до отримання економічно вигідних показників.

Важливим фактором також є збільшення в суміші вмісту хвостів (приблизно на 63%), оскільки таким чином можна зменшити проблему хвостосховищ, що є радіоактивними та пиловиділяючими.

Зазначимо, що використання інтервальної моделі дає змогу врахувати статистичну похибку, яка виникає при обчисленні коефіцієнтів регресії. Це набуває особливої ваги у разі, коли вихідний масив даних не дозволяє побудувати рівняння регресії з потрібною точністю. Застосування інтервальної моделі в цьому випадку допоможе визначити оптимальний склад суміші навіть при неточних даних.

Список літератури / References

1. *Бойцов А.В.* Минерально-сырьевая база и урановая промышленность мира / А.В. Бойцов, А.В. Тарханов // ВИМС „Минеральное сырье“. – 2000. – №7. – С. 38–48. – Библиогр.: с.48.

ханов // ВИМС „Минеральное сырье“. – 2000. – №7. – С. 38–48. – Библиогр.: с.48.

Boytsov A.V. Mineral resource base and world uranium industry / A.V. Boytsov, A.V. Tarkhanov // VIMS “Mineralnoe syrye”. – 2000. – No.7. – P. 38–48. – Bibliogr.: P. 48.

2. *Бабак С.И.* Состояние и перспектива развития производства урана в Украине / Бабак С.И. // Атомна енергетика та промисловість України. – 1999. – №2. – С. 11–13. – Библиогр.: с.13.

Babak S.I. The state and development prospects of uranium production in Ukraine / Babak S.I. // Atomic energy and industry of Ukraine. – 1999. – No.2. – P. 11–13. – Bibliogr.: P. 48.

3. *Монтянова А.Н.* Формирование закладочных массивов / Монтянова А.Н. – М.: Горная книга, 2005. – 147с. – Библиогр.: с.145–147 (62 названия).

Montyanova A.N. Formation of filling mass / Montyanova A.N. – М.: Gornaya kniga. – 2005. – 147 p. – Bibliogr.: p.145–147.

4. *Зайченко Ю.П.* Исследование операций: Нечеткая оптимизация: учебник [для студ. высш.учебн.зав.] / Зайченко Ю.П. // М-во образования и науки Украины. – К.: Вища школа, 1991. – 191с. – Библиогр.: с.188–191 (56 названий).

Zaychenko Yu.P. Operation Research: Fuzzy optimization: higher school textbook / Zaychenko Yu.P. // Ministry of Education and Science of Ukraine. – К.: Vysha shkola, 1991. – 191 p. – Bibliogr.: p.188–191.

Рассмотрена задача обоснования оптимального состава смеси для закладки выработанного пространства. Для ее решения в работе предложена оптимизационная модель с интервальной целевой функцией, полученной на основе уравнения регрессии. Для решения сформулированной задачи применен метод последовательной редукции. Проведен сравнительный анализ решений, полученных при помощи интервальной и обычной моделей.

Ключевые слова: регрессия, доверительный интервал, интервальная целевая функция, оптимизация, закладочная смесь

The problem of determining of the optimum composition of mixture for filling of mined-out space is considered. Optimization model for its solution is proposed. The model is based on interval objective function, which has been obtained on the basis of regression equation. The method of successive reduction is applied for the solution of the formulated task. The solutions of interval and usual models were compared.

Keywords: regression, confidence interval, interval objective function, optimization, mixture for filling of mined-out space

Рекомендовано до публікації докт. техн. наук В.В. Слесаревим. Дата надходження рукопису 29.04.11