УДК 531.391:621.86.01

Н.В. Каряченко[1], **канд. техн. наук, доц.,**
А.П. Иванова[2], **канд. техн. наук, доц.**

1 – Национальная металлургическая академия Украины, г. Днепропетровск, Украина
2 – Государственное высшее учебное заведение „Национальный горный университет“ г. Днепропетровск, Украина

О ПРОДОЛЬНЫХ КОЛЕБАНИЯХ КАНАТОВ ГРУЗОТРАНСПОРТИРУЮЩИХ УСТАНОВОК, НЕСУЩИХ ПОДВИЖНУЮ ДИСКРЕТНУЮ И РАСПРЕДЕЛЕННУЮ ИНЕРЦИОННУЮ НАГРУЗКУ

N.V. Kariachenko[1], **Cand. Sc. (Tech.), Assoc. Prof.,**
A.P. Ivanova[2], **Cand. Sc. (Tech.), Assoc. Prof.**

1 – National Metallurgical Academy of Ukraine, Dnipropetrovsk, Ukraine
2 – State Higher Educational Institution “National Mining University”, Dnipropetrovsk, Ukraine

ABOUT THE LONGITUDINAL VIBRATIONS OF ROPES OF LOAD-TRANSPORTING DEVICES WITH THE MOBILE DISTRIBUTED AND CONCENTRATED INERTIAL LOAD

Рассмотрена задача о движении канатов грузотранспортирующих канатных установок, несущих подвижную дискретную и распределенную инерционную нагрузку, с учетом рассеивания энергии в канатах и скорости изменения длины. Построено асимптотическим методом в модифицированной форме Боголюбова-Митропольского решение интегро–дифференциальных уравнений типа Фредгольма II рода с переменными во времени ядрами и границами интегрирования.

Ключевые слова: *продольные колебания, подвижная инерционная нагрузка, интегро-дифференциальные уравнения, сосредоточенный груз, рассеивание энергии*

Актуальность проблемы. Во многих областях современной техники широко используются грузотранспортирующие канатные устройства, такие, как подвесные канатные дороги, установки вертикального подъема, установки, применяемые при наклонном подъеме в карьерах, элеваторы люлечного и полочного типов и др. При исследовании динамики таких устройств важную роль играет изучение продольных колебаний канатов с распределенной и сосредоточенной инерционной нагрузкой.

В канатных установках большую роль играет несущий канат, от правильного расчета и выбора которого зависят многие конструктивные параметры и надежность работы таких установок. Поэтому изучение динамических усилий в канатах до сих пор является предметом многочисленных исследований ученых.

Постановка задачи. Рассмотрим движение поднимающейся и опускающейся ветвей каната грузотранспортирующего канатного устройства со шкивом трения при заданной на ободе ведущего барабана скорости, с учетом рассеивания энергии в канатах и скорости изменения длины. В статье [1], основываясь на выборе расчетной схемы, принятых допущениях, формулировках, предположениях и следуя процедуре, подробно изложенной в монографиях [2,3], построено решение в первом приближении интегро-дифференциального уравнения, описывающего движение канатов грузотранспортирующих установок, несущих подвижную дискретную и распределенную инерционную нагрузку, без учета рассеивания энергии в канатах и скорости изменения длины.

Методика исследования. При учете рассеивания энергии и скорости изменения длины интегро-дифференциальное уравнение движения имеет вид (12) [1]

$$u(x,t)+\varepsilon\mu\frac{\partial u(x,t)}{\partial t}=-\int\limits_{l_0(t)}^{l_1(t)}K(x,s,l_0)\rho(s)\frac{\partial^2 u(s,t)}{\partial t^2}ds+$$

$$+g\sin\beta\int_{l_0(t)}^{l_1(t)}K(x,s,l_0)\rho(s)ds-\varepsilon\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial u(l_0,t)}{\partial x}l'_{0\tau}\right)\times$$
$$\times\int_{l_0(t)}^{l_1(t)}K(x,s,l_0)\rho(s)ds-\varepsilon^2\mu\frac{\partial u(l_0,t)}{\partial x}l'_{0\tau}. \quad (1)$$

Это интегро-дифференциальное уравнение типа Фредгольма II рода с переменными ядрами и границами интегрирования.

Решение неоднородного интегро-дифференциального уравнения (1) возьмем в виде суммы частного решения неоднородного уравнения и общего решения однородного. Общее решение однородного уравнения, соответствующего (1), построим асимптотическим методом в модифицированной форме Боголюбова-Митропольского в виде ряда по определенным ранее собственным формам однородного уравнения, соответствующего (1) при $\varepsilon=0$ [1].

Рассмотрим соответствующее (1) однородное интегро-дифференциальное уравнение с учетом его членов порядка малости ε

$$u(x,t)+\varepsilon\mu\frac{\partial u(x,t)}{\partial t}=-\int_{l_0}^{l_1}K(x,s,l_0)\rho(s)\frac{\partial^2u(s,t)}{\partial t^2}ds-$$
$$-\varepsilon\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial u(l_0,t)}{\partial x}l'_{0\tau}\right)\int_{l_0}^{l_1}K(x,s,l_0)\rho(s)ds. \quad (2)$$

Решение его построим асимптотическим методом в модифицированной форме Боголюбова-Митропольского в виде разложения по найденным собственным формам $X_n(x,l_0)$

$$u(x,t)=\sum_{n=1}^{\infty}X_n(x,l_0)\left(a_n\cos\psi_n+\varepsilon U_n(a,\psi,\tau)+\varepsilon^2\ldots\right), \quad (3)$$

где амплитуды a_n и фазы колебаний ψ_n определяются из дифференциальных уравнений

$$\frac{da_n}{dt}=\varepsilon A_n(a,\psi,\tau)+\varepsilon^2\ldots,$$
$$\frac{d\psi_n}{dt}=\omega_n(\tau)+\varepsilon B_n(a,\psi,\tau)+\varepsilon^2\ldots, \quad (4)$$

а функции-поправки $U_n(a,\psi,\tau)$ представляются в виде рядов

$$U_n(a,\psi,\tau)=\sum_{r=1}^{\infty}\left(g_{nr}\sin\psi_r+h_{nr}\cos\psi_r\right). \quad (5)$$

Разложим ядро уравнения (2) по собственным формам колебаний

$$K(x,s,l_0)=\sum_{n=1}^{\infty}c_nX_n(x,l_0)X_n(s,l_0). \quad (6)$$

Умножив (6) на $X_r(x,l_0)X_r(s,l_0)\rho(x)\rho(s)$ и проинтегрировав по x и по s от l_0 до l_1, используя условие ортогональности (35) [1], получим

$$c_r=\frac{1}{N_r{}^2}\int_{l_0}^{l_1}\int_{l_0}^{l_1}K(x,s,l_0)X_r(x,l_0)X_r(s,l_0)\rho(x)\rho(s)dxds.$$

Подставим (3), (5), (6) в (2), учитывая (4)

$$\sum_{n=1}^{\infty}X_n(x,l_0)\left\{a_n\cos\psi_n+\varepsilon\sum_{r=1}^{\infty}\left(g_{nr}\sin\psi_r+h_{nr}\cos\psi_r\right)\right\}-$$
$$-\varepsilon\mu\sum_{n=1}^{\infty}X_n(x,l_0)\,a_n\omega_n\sin\psi_n=$$
$$=-\sum_{b=1}^{\infty}c_b\int_{l_0}^{l_1}X_b(x,l_0)X_b(s,l_0)\rho(s)\left\{-\sum_{n=1}^{\infty}X_n(s,l_0)a_n\omega_n{}^2\times\right.$$
$$\times\cos\psi_n+\varepsilon\sum_{n=1}^{\infty}X_n(s,l_0)\left[\left(\omega\frac{\partial A_n}{\partial\psi}-2a_n\omega_nB_n\right)\cos\psi_n-\right.$$
$$-\left(a_n\omega\frac{\partial B_n}{\partial\psi}+2A_n\omega_n+a_n\frac{d\omega_n}{d\tau}\right)\sin\psi_n-$$
$$\left.-\sum_{r=1}^{\infty}\omega_r{}^2\left(g_{nr}\sin\psi_r+h_{nr}\cos\psi_r\right)\right]-2\varepsilon\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\partial X_n(s,l_0)}{\partial\tau}\times$$
$$\left.\times a_n\omega_n\sin\psi_n\right\}ds+\varepsilon\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\partial X_n(l_0,l_0)}{\partial x}l'_{0\tau}a_n\omega_n\sin\psi_n\times$$
$$\times\sum_{b=1}^{\infty}c_b\int_{l_0}^{l_1}X_b(x,l_0)X_b(s,l_0)\rho(s)ds. \quad (7)$$

В соответствии с асимптотическим методом, для того, чтобы ряд (3) формально удовлетворял уравнению (2), потребуем равенства множителей в левой и правой частях уравнения (7) при одинаковых степенях ε. Собирая члены при ε в нулевой степени в левой и правой частях (7), и сравнивая коэффициенты при одинаковых гармониках $\cos\psi_n$, найдем

$$X_n(x,l_0)=$$
$$=\omega_n{}^2\sum_{b=1}^{\infty}c_b\int_{l_0}^{l_1}X_b(x,l_0)X_b(s,l_0)X_n(s,l_0)\rho(s)ds.$$

Используя (35) [1], получим значения собственных чисел задачи

$$\omega_n{}^2=\frac{1}{c_nN_n}.$$

Собирая члены, содержащие ε в первой степени в уравнении (7), сравнивая коэффициенты при одинаковых гармониках $\sin\psi_i$ и $\cos\psi_i\,(i=1,2,\ldots\infty)$, и заменяя в первом члене $X_n(x,l_0)$ его выражением из (7) с учетом (35) [1], после необходимых преобразований запишем две группы уравнений

$$\sum_{n=1}^{\infty}\left(\omega_n{}^2-\omega_i{}^2\right)g_{ni}c_nN_nX_n(x,l_0)=c_iN_iX_i(x,l_0)\times$$

$$\times\left(a_i\omega\frac{\partial B_i}{\partial\psi}+2A_i\omega_i+a_i\frac{d\omega_i}{d\tau}\right)+2a_i\omega_i\times$$

$$\times\sum_{b=1}^{\infty}c_b X_b(x,l_0)\int_{l_0}^{l_1}X_b(s,l_0)\frac{\partial X_i(s,l_0)}{\partial\tau}\rho(s)ds+ \qquad (8)$$

$$+l'_{0\tau}a_i\omega_i\sum_{b=1}^{\infty}c_b X_b(x,l_0)\int_{l_0}^{l_1}X_b(s,l_0)\rho(s)ds\frac{\partial X_i(l_0,l_0)}{\partial x}+$$

$$+\mu a_i\omega_i^3 c_i N_i X_i(x,l_0);$$

$$\sum_{n=1}^{\infty}\left(\omega_n^2-\omega_i^2\right)h_{ni}c_n N_n X_n(x,l_0)=$$

$$=-c_i N_i X_i(x,l_0)\left(\omega\frac{\partial A_i}{\partial\psi}-2a_i\omega_i B_i\right). \qquad (9)$$

Умножив (8), (9) на $X_j(x,l_0)\rho(x)$ и проинтегрировав по x от l_0 до l_1, при $j=n\neq i$ на основании (35) [1], определим значения коэффициентов

$$g_{ni}=\frac{a_i\omega_i l'_{0\tau}(2L_{ni}+M_{ni})}{\left(\omega_n^2-\omega_i^2\right)N_n};$$

$$h_{ni}=0,$$

где

$$L_{ni}=\int_{l_0}^{l_1}X_n(s,l_0)\frac{\partial X_i(s,l_0)}{\partial l_0}\rho(s)ds;$$

$$M_{ni}=\int_{l_0}^{l_1}X_n(s,l_0)\frac{\partial X_i(l_0,l_0)}{\partial l_0}\rho(s)ds.$$

При $j=n=i$ получим два дифференциальных уравнения относительно A_n и B_n

$$\left(a_n\omega\frac{\partial B_n}{\partial\psi}+2A_n\omega_n+a_n\frac{d\omega_n}{d\tau}\right)N_n+2a_n\omega_n l'_{0\tau}L_{nn}+$$

$$+l'_{0\tau}a_n\omega_n M_{nn}+\mu a_n\omega_n^3 N_n=0; \qquad (10)$$

$$\omega\frac{\partial A_n}{\partial\psi}-2a_n\omega_n B_n=0. \qquad (11)$$

Частное решение (10), (11) возьмем в виде

$$A_n(a,\psi,\tau)=$$

$$=-\frac{a_n}{2}\left(\frac{1}{\omega_n}\frac{d\omega_n}{d\tau}+2l'_{0\tau}\frac{L_{nn}}{N_n}+l'_{0\tau}\frac{M_{nn}}{N_n}+\mu\omega_n^2\right); \qquad (12)$$

$$B_n(a,\psi,\tau)=0. \qquad (13)$$

Подставив (12), (13) в (4), получим уравнения для определения амплитуды и фазы колебаний

$$\frac{da_n}{dt}=-\varepsilon\frac{a_n}{2}\left(\frac{1}{\omega_n}\frac{d\omega_n}{d\tau}+2l'_{0\tau}\frac{L_{nn}}{N_n}+l'_{0\tau}\frac{M_{nn}}{N_n}+\mu\omega_n^2\right); \qquad (14)$$

$$\frac{d\psi_n}{dt}=\omega_n. \qquad (15)$$

Уравнения (14), (15) интегрируются в квадратурах. После интегрирования найдем

$$a_n=a_{n0}\exp\left(-0{,}5\mu\int_{l_0}^{l_1}\frac{\omega_n^2(l)}{i}dl\right)\sqrt{\frac{\omega_n(l_0)}{\omega_n(l_1)}}\times$$

$$\times\exp\int_{l_0}^{l_1}\left(\frac{2L_{nn}+M_{nn}}{2N_n}\right)dl;$$

$$\psi_n=\int_{l_0}^{l_1}\frac{\omega_n}{l}dl,$$

где a_{n0} – постоянные, определяемые из начальных условий (34) [1].

Общее улучшенное решение в первом приближении неоднородного уравнения (1), до членов порядка малости ε включительно, имеет вид

$$u(x,t)=\sum_{n=1}^{\infty}X_n(x,l_0)\Bigg(a_n\cos\psi_n+$$

$$+\varepsilon\sum_{\substack{r=1\\r\neq n}}^{\infty}\frac{a_r\omega_r l'_{0\tau}\left(2L_{nr}+M_{nr}\right)}{\left(\omega_n^2-\omega_r^2\right)N_n}\sin\psi_n\Bigg)+$$

$$+g\sin\beta\int_{l_0}^{l_1}K(x,s,l_0)\rho(s)ds.$$

Выводы. Полученное улучшенное решение интегро-дифференциального уравнения движения с учетом рассеивания энергии в канатах и скорости изменения длины дает возможность исследовать в первом приближении динамические процессы, происходящие в грузотранспортирующих установках, несущих подвижную распределенную и дискретную инерционную нагрузку.

Список литературы

1. Блохин С.Е. К вопросу о продольных колебаниях канатов грузотранспортирующих установок с подвижной дискретной и распределенной инерционной нагрузкой / Блохин С.Е., Каряченко Н.В. // Науковий вісник НГАУ. Науково-технічний журнал. – 2001. – №6. – С. 63–67. – Библиогр.: С. 67.
2. Горошко О.А. Введение в механику одномерных деформируемых тел переменной длины / Горошко О.А., Савин Г.Н. – К.: Наук. думка, 1971. – 224 с.– Библиогр.: С. 218–224.
3. Савин Г.Н. Динамика нити переменной длины (применительно к шахтным подъемам)/ Савин Г.Н.,

Горошко О.А. – К.: Наук. думка, 1962. – 332 с. – Библиогр.: С. 318–332.

Розглянута задача про рух канатів вантажотранспортуючих установок з рухомим розподіленим і дискретним інерційним навантаженням із урахуванням розсіювання енергії в канатах і швидкості зміни довжини. Побудовано асимптотичним методом у модифікованій формі Боголюбова-Митропольського розв’язок інтегро-диференціальних рівнянь типу Фредгольма II роду зі змінними у часі ядрами і границями інтегрування.

Ключові слова: *поздовжні коливання, рухоме інерційне навантаження, інтегро-диференціальні рівняння, зосереджений вантаж, розсіювання енергії*

It is considered the problem of motion of ropes of load-transporting devices, bearing the mobile distributed and concentrated inertial load, taking into account dispersion of energy in ropes and speed of change of length. By means of asymptotic method in the modified form of Bogolyubova-Mitropol'skogo the decision of integro-differential equalizations of Fredgol'ma of II type with variable in time kernels and scopes of integration has been build.

Keywords: *longitudinal vibrations, mobile inertial load, integro-differential equalizations, concentrated loading, dispersion of energy*

Рекомендовано до публікації докт. техн. наук А.Н. Шашенком. Дата надходження рукопису 22.11.10

УДК 622.625.28

В.В. Проців, канд. техн. наук

Державний вищий навчальний заклад „Національний гірничий університет“, м. Дніпропетровськ, Україна

ВПЛИВ ЗАБРУДНЕНОСТІ РЕЙКОВОЇ КОЛІЇ НА ГАЛЬМУВАННЯ ПРИСТРОЯМИ З ОБМЕЖЕНИМ ФРИКЦІЙНИМ МОМЕНТОМ НА КОЛЕСІ

V.V. Protsiv, Cand. Sc. (Tech.)

State Higher Educational Institution “National Mining University”, Dnipropetrovsk, Ukraine

INFLUENCING OF RAILTRACK MUDDINESS ON BRAKING BY DEVICES WITH LIMITED FRICTION MOMENT ON WHEEL

Проведено теоретичне дослідження впливу забрудненості шахтної рейкової колії на шарнірно-зчленований локомотив у режимі гальмування пристроями, що реалізують гальмівну силу в точці контакту колеса з рейкою. Визначено умови блокування коліс гальмівним моментом при їзді по рейках з різним ступенем забрудненості. Максимальний і мінімальний коефіцієнти зчеплення відрізняються в 2,63 рази, а максимально можливі моменти при цьому – лише в 2,40 рази.

Ключові слова*: шахтний локомотив, гальма, рівняння Лагранжа, коефіцієнт зчеплення*

Вступ. Використання на шахтних локомотивах гальмівних пристроїв, що реалізують гальмівну силу в точці контакту колеса і рейки, у даний час обмежено коефіцієнтом зчеплення між колесом і рейкою, істотно залежною від забрудненості рейкової колії [1]. Вугільний пил, волога й агресивне повітряне середовище не дозволяють гарантовано розраховувати на його високі значення, тому конструктори й експлуатаційники вимушені закладати в розрахунки мінімальну величину коефіцієнту зчеплення, яка може виявитися такою, що діє під час екстреного гальмування складу навантажених вагонеток на найбільшому ухилі колії (50 ‰) [2] або хоч на керівному (від 30 до 35 ‰). Особливо важливе це при використанні важких шарнірно-зчленованих локомотивів, що мають значні можливості по тязі (особливо з використанням пісочниць барабанного типу [3]), проте не здатних забезпечити гарантовану зупинку складу навантажених вагонеток на керівному ухилі.

Метою цієї роботи є моделювання процесу гальмування модернізованого шахтного шарнірно-зчленованого локомотива Е10 дисковими осьовими (розташованим на осі колісної пари) гальмами на колії з різним коефіцієнтом зчеплення шляхом прикладення гальмівних моментів, вплив яких призводить до зриву зчеплення в точці контакту колеса і рейки.

Завданням роботи є теоретичне визначення впливу коефіцієнту зчеплення колеса і рейки під час переходу локомотива в юз у режимі гальмування моментом, що перевищує максимально можливий, з використанням різних гальмівних пристроїв, що реалізують гальмівну силу через колеса, шляхом урахування нелінійної характеристики тертя при розв’язанні системи рівнянь Лагранжа другого роду.

Виклад матеріалу дослідження. Дослідження проводилися на динамічній моделі [4] гальмування локомотива Е10 зі складом навантажених вагонеток на рейковій колії з подовжнім ухилом на ідеально рівній колії з локальними одиничними нерівностями. Динамічна модель дозволяє враховувати вплив коротких (локаль-