

УДК 656.212: 681.3

Н.П. Ярошевич, д-р. техн. наук, проф.,  
А.В. СиливонюкЛуцкий национальный технический университет, г. Луцк,  
Украина, e-mail: m\_yaroshevich@mail.ru

## О НЕКОТОРЫХ ОСОБЕННОСТЯХ ДИНАМИКИ РАЗБЕГА ВИБРАЦИОННЫХ МАШИН С САМОСИНХРОНИЗИРУЮЩИМИСЯ ИНЕРЦИОННЫМИ ВИБРОВОЗБУДИТЕЛЯМИ

N.P. Yaroshevich, Dr.Sci.(Tech), Professor,  
A.V. SilivoniukLutsk National Technical University, Lutsk, Ukraine, e-mail:  
m\_yaroshevich@mail.ru

## ABOUT SOME FEATURES OF RUN-UP DYNAMICS OF VIBRATION MACHINES WITH SELF-SYNCHRONIZING INERTION VIBROEXCITERS

**Цель.** Сравнение процессов прохождения зоны резонанса вибрационными машинами с одним дебалансным вибровозбудителем и двумя самосинхронизирующимися возбудителями, а также улучшение динамических и энергетических характеристик таких вибромашин.

**Методика.** Основой методики аналитических исследований процесса разбега является метод прямого разделения движений, а так же фундаментальные положения теории механических колебаний и вибрационной механики. При этом принимается во внимание, что скорость ротора вибровозбудителя в зоне резонанса при правильно подобранной мощности электродвигателя изменяется относительно медленно. Моделирование процесса разбега вибромашин выполнено с помощью численного интегрирования дифференциальных уравнений движений механической колебательной системы и уравнений электромагнитных переходных процессов асинхронного электродвигателя методом Рунге-Кутты с использованием математического пакета Maple 10.

**Результаты.** Показано, что в случае двух самосинхронизирующихся дебалансных вибровозбудителей разбег вибрационных машин ухудшается (если только их параметры не являются абсолютно одинаковыми) по сравнению с машинами с одним возбудителем. Для улучшения процесса разбега машин с самосинхронизирующимися возбудителями может быть эффективен отдельный пуск электродвигателей роторов возбудителей. Показано, что в этом случае величина тормозящих вибрационных моментов, действующих на роторы возбудителей в зоне резонанса, уменьшается приблизительно вдвое по сравнению с одновременным пуском двигателей.

**Научная новизна.** В аналитической форме получены выражения для вибрационных моментов (средних значений добавочной динамической нагрузки на ротор электродвигателя, вызванной колебаниями несущего тела) при прохождении зоны резонанса для вибрационных машин с двумя самосинхронизирующимися дебалансными вибровозбудителями, дополняющие известные результаты для машины с одним дебалансным возбудителем.

**Практическая значимость.** Продемонстрирована возможность существенного уменьшения мощности электропривода и величины пускового тока в случае отдельного пуска двигателей вибрационных машин с самосинхронизирующимися дебалансными вибровозбудителями.

**Ключевые слова:** *вибрационная машина, дебалансный вибровозбудитель, самосинхронизация, вибрационный момент, резонансная зона, эффект Зоммерфельда*

**Актуальность проблемы.** Обнаружение и теоретическое объяснение эффекта самосинхронизации неуравновешенных роторов создало новые возможности в вибрационной технике. Вибрационные машины с инерционными самосинхронизирующимися вибровозбудителями – грохоты, конвейеры, питатели, мельницы и др. – изготавливаются значительными сериями и успешно работают в самых различных отраслях промышленности [1–4]. Машины с инерционными вибровозбудителями, преимущественно, являются зарезонансными. Основные их проблемы проявляются при пуске и выбеге. В частности, во время разбега, при прохождении дебалансным возбудителем зоны резонанса, возможно „застывание“ частоты вращения ротора двигателя (если его мощность не завышена) вблизи частоты

собственных колебаний, то есть проявление эффекта Зоммерфельда. В этом случае в системе могут возникнуть значительные колебания и, соответственно, существенно возрасти динамические нагрузки на элементы конструкции. Кроме того, для разбега дебалансного вибровозбудителя требуется мощность электродвигателя, в несколько раз больше необходимой для работы в установившемся режиме. К тому же, во время пуска тяжелых вибрационных машин с приводом от асинхронных электродвигателей ударный пусковой ток отрицательно влияет на питающую электросеть.

**Анализ исследований и публикаций.** Прохождение зоны резонанса неуравновешенным ротором рассматривалось различными методами во многих работах, обзор которых можно найти в [1, 5–7]. В [1, 6] показано, что теоретическое объяснение и количественное описание известных закономерностей,

имеющих место при проявлении эффекта Зоммерфельда, относительно просто получается путем использования метода прямого разделения движений. Для случая одного инерционного вибровозбудителя, установленного на несущем теле с одной степенью свободы, наведены выражения для вибрационного момента, действующего на неуравновешенный ротор при прохождении зоны резонанса. В [7] – для возбудителя, установленного на твердом теле с плоскопараллельным движением.

В настоящей работе тот же подход используется для исследования разбега колебательной системы с двумя самосинхронизирующимися вибровозбудителями.

Анализ динамики прохождения резонанса вибрационными машинами с инерционным возбуждением колебаний важен при проектировании систем управления пуском. Такие системы позволяют существенно снизить мощность приводного двигателя, необходимую для преодоления резонансной зоны [8].

**Постановка задачи.** Большинство особенностей постановки и решения задач о самосинхронизации механических возбудителей, а также многие закономерности ее проявления могут быть выяснены на простейшей системе – два дебалансных возбудителя на несущем теле с одной степенью свободы (рис. 1). Несущее тело 1 (вибрирующий рабочий орган) считается твердым телом, которое может перемещаться вдоль фиксированного направления  $x$ . С неподвижным основанием 2 несущее тело связано системой упругих жесткостью  $c_x$  и демпфирующих элементов с коэффициентом вязкого сопротивления  $\beta_x$ . На нем установлено два дебалансных вибровозбудителя (неуравновешенных ротора) 3, приводимых во вращение независимыми асинхронными электродвигателями 4. Оси роторов возбудителей перпендикулярны плоскости, параллельно которой происходит движение несущего тела.

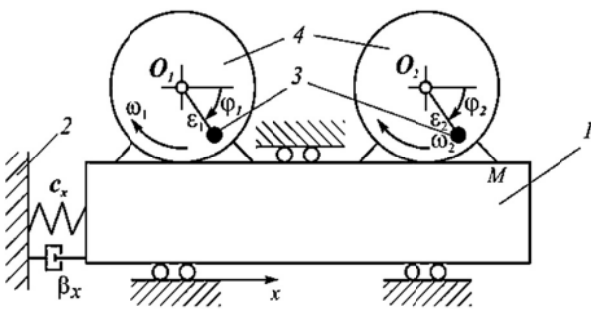


Рис. 1. Схема колебательной системы

Дифференциальные уравнения движения системы запишем в виде (например, [1])

$$I_1 \ddot{\varphi}_1 = L_1(\dot{\varphi}_1) - R_1(\dot{\varphi}_1) + m_1 \varepsilon_1 (\ddot{x} \sin \varphi_1 + g \cos \varphi_1), \quad i = 1, 2; \quad (1)$$

$$M \ddot{x} + \beta_x \dot{x} + c_x x = \sum_{i=1}^2 m_i \varepsilon_i (\ddot{\varphi}_i \sin \varphi_i + \dot{\varphi}_i^2 \cos \varphi_i), \quad (2)$$

где  $X$  – координата несущего тела;  $M$  – общая масса несущего тела;  $\varphi_i$ , – угол поворота ротора  $i$ -го вибровозбудителя;  $m_i, \varepsilon_i, I_i$  – соответственно, масса  $i$ -го возбудителя, его эксцентриситет и момент инерции относительно оси вращения;  $L(\dot{\varphi}_i), R(\dot{\varphi}_i)$  – вращающий момент  $i$ -го двигателя и момент сил сопротивления вращению;  $g$  – ускорение свободного падения.

**Методика исследования.** Для исследования движения роторов вибровозбудителей при прохождении зоны резонанса воспользуемся методом прямого разделения движений [1]. В соответствии с основной предпосылкой метода предположим, что рассматриваемые движения системы могут быть представлены в виде  $\varphi_i = \omega_i t + \alpha_i, x = x(t, \omega t)$ , где  $\omega_i = \omega_i(t)$  – медленно изменяющаяся функция времени;  $\alpha_i$  – постоянные, начальные фазы вращения;  $X$  – быстрые функции времени, причем они являются  $2\pi$ -периодическими по  $\tau = \omega t$  и их среднее значение за этот период равно нулю. Такое представление решений уравнений системы (1) при исследовании прохождения роторами возбудителей зоны резонанса, когда имеет место проявление эффекта Зоммерфельда, и, соответственно, частота вращения роторов  $\dot{\varphi}_i$  изменяется относительно медленно, представляется правомерным. Используем метод прямого разделения движений в его традиционном виде, т. е. будем находить приближенное решение уравнений быстрых движений (2), используя все обычно вводимые упрощающие предположения, важнейшим из которых является то, что при решении уравнения (2) все медленные переменные можно считать постоянными.

Тогда в рассматриваемом приближении несложно получить уравнения медленных движений роторов вибровозбудителей при прохождении зоны резонанса в виде, полученном в [1]

$$I_i \dot{\omega} = L_i(\omega) - R_i(\omega)(\omega) + V_i(\omega), \quad (3)$$

где 
$$V_i(\omega) = \frac{m_i \varepsilon_i \omega}{2\pi} \int_0^{2\pi/\omega} \ddot{x} \sin \omega t \, d\tau. \quad (4)$$

Здесь  $V_i(\omega)$  – так называемый, вибрационный момент [1].

Отметим, возникновением в колебательных системах вибрационных моментов, действующих на роторы возбудителей, объясняется как эффект Зоммерфельда, так и явление самосинхронизации инерционных возбудителей. При получении уравнения (3) выполнена линеаризация выражений  $L_i(\dot{\varphi}_i), R_i(\dot{\varphi}_i)$  как в [1], вблизи значения  $\dot{\varphi}_i = \omega$  (где  $\omega$  – частота „застревания” ротора при разбеге).

**Изложение основы.**

**Особенности разбега вибрационных машин с двумя вибровозбудителями.** Пусть параметры возбудителей одинаковы и они вращаются в зоне резонанса в одном направлении с одинаковыми угловыми скоростями и сдвигом фаз, равным нулю, то есть  $\varphi_i = \omega t$ . Тогда, с учетом (4), формулу для тормозящего вибрационного момента, который

действует на ротор каждого из возбудителей при прохождении зоны резонанса, представим в виде

$$V_1(\omega) = V_2(\omega) = -\frac{1}{2}F_1A_1 \sin \gamma_1 = -\frac{m\varepsilon\omega^2}{2M} \frac{n_x}{(1-\lambda_x^2)^2 + 4n_x^2} = \frac{1}{2}V, \quad (5)$$

где  $m\varepsilon = 2m_i\varepsilon_i$ ;  $F_i = m_i\varepsilon_i\omega^2$ ;  $A_i = \frac{A}{2} = \frac{m\varepsilon}{2MB_x}$ ;  
 $B_x = \sqrt{(1-\lambda_x^2)^2 + 4n_x^2}$ ;  $n_x = \frac{\beta_x}{2M\omega}$ ;  $\lambda_x = \frac{p_x}{\omega}$ ;  
 $p_x = \sqrt{\frac{c_x}{M}}$ ;  $\sin \gamma_1 = \frac{2n_x}{B_x}$ .

Здесь  $V$  – вибродвижущий момент, полученный в [1] для случая колебательной системы с одним возбудителем, имеющим статический момент  $m\varepsilon$ . Величина  $A_i$  представляет собой амплитуду вынужденных колебаний несущего тела при равномерном вращении возбудителей, описываемых выражением  $x = 2A_i \cos(\omega t + \gamma_1)$ .

Таким образом, как и следовало ожидать, в случае привода вибромашины от двух синфазно вращающихся одинаковых возбудителей, максимальная динамическая нагрузка на ротор каждого электродвигателя при его пуске будет в два раза меньше, чем при использовании только одного возбудителя с двойным статическим моментом, т. е. при той же амплитуде вынужденных колебаний. При этом, конечно, суммарная динамическая нагрузка и, соответственно, необходимая мощность электропривода в обоих случаях одинаковы. Отметим, что все основные закономерности поведения системы при прохождении резонансной зоны останутся прежними [1, 6].

Пусть при тех же прочих условиях имеет место некоторый начальный небольшой сдвиг фаз  $\alpha_{12} = \alpha_1 - \alpha_2$  между роторами возбудителей, т. е.  $\varphi_1 = \omega t$ ,  $\varphi_2 = \omega t - \alpha_{12}$ . Заметим, что перед пуском электродвигателей дебалансы занимают максимально нижнее вертикальное положение, при этом сдвиг фаз между ними (если он имеет место) может быть лишь достаточно малым.

В рассматриваемом случае, с учетом решения уравнений колебаний несущего тела (2) в виде  $x = A_1 \cos(\omega t + \gamma_1) + A_2 \cos(\omega t + \gamma_2 - \alpha_{12})$  (здесь  $A_1 = A_2$ ,  $\sin \gamma_1 = \sin \gamma_2$ ) и, принимая во внимание, что угол  $\alpha_{12}$  является малым, получаем выражение для вибродвижущих моментов, которые действуют на опережающий и отстающий роторы возбудителей в форме

$$V_{1,2}(\omega) = \frac{1}{2}V(1 \mp \Delta), \quad (6)$$

где  $\Delta = \frac{1}{2}\alpha_{12} \operatorname{ctg} \gamma_1$ ;  $\cos \gamma_1 = \frac{\lambda^2 - 1}{B_x}$ .

Отметим, что, согласно результатам моделирования процесса разбега, „застревание“ скорости роторов обоих вибровозбудителей происходит в один и тот же момент времени. В рассматриваемый период разбега ротора возбудителя угол  $\gamma_1$  близок к  $90^\circ$ .

Несложно показать, что в случае, когда угловые скорости роторов возбудителей несколько различны между собой, можно прийти к предыдущему результату – к выражениям для вибродвижущих моментов в виде (6). Отметим, что разница между скоростями возбудителей может быть лишь достаточно малой, поскольку, обычно, при установке нескольких самосинхронизирующихся возбудителей, их параметры, как и параметры электродвигателей, выбираются максимально одинаковыми.

Таким образом, в случае малого сдвига фаз или небольшого различия между скоростями вибровозбудителей, на опережающий возбудитель будет действовать несколько меньший вибродвижущий момент, чем при отсутствии сдвига фаз, а на возбудитель, который отстает – немного больший. Что естественно, отстающий вибровозбудитель ощущает последствия прохождения резонансной зоны опережающим возбудителем – при отстающем возбудителе уже имеет место некоторая „раскачка“ колебательной системы. При этом, чем значительнее сдвиг фаз между роторами, тем заметнее будет разница в значениях вибродвижущих моментов: опережающий возбудитель будет тормозиться все меньше, а отстающий – все более. Вследствие этого возрастет амплитуда резонансных колебаний несущего тела и продолжительность переходного процесса.

Обобщая результаты для случая колебательной системы с несколькими степенями свободы, можно сделать вывод, что взаимосвязанные собственные частоты желательнее выбирать близкими по значению, и, тем самым, уменьшить последствия процесса „раскачки“ системы на разбег возбудителей. В случае, когда имеет место начальный сдвиг фаз между возбудителями (например, по причине расположения осей роторов возбудителей в плоскости, наклонной к горизонту), можно рекомендовать пуск одного из двигателей с небольшой задержкой, продолжительность которой несложно определить, моделируя процесс разбега данной вибромашины [9].

Представление вибродвижущего момента (5) через амплитуду вынужденных колебаний  $A$  делает очевидным то, что в случае пуска сначала электродвигателя одного возбудителя со статическим моментом  $m_1\varepsilon_1 = m\varepsilon/2$ , резонансный вибродвижущий момент, который будет тормозить его ротор, окажется в два раза меньшим, чем в случае одновременного пуска обоих возбудителей, т. е.  $V_1(\omega) = \frac{1}{4}V$ . Следовательно, и мощность первого двигателя, выбираемая из условий пуска, может быть взята в два раза меньшею. К тому же, поскольку пускается только один двигатель, пусковой ток в питающей электросети будет существенно меньшим (почти в 2 раза), чем в случае одновременного пуска обоих двигателей.

После выхода на установившийся режим движения первого двигателя и при последующем включении второго, максимальный момент, который будет тормозить его ротор, также будет иметь величину  $V_2(\omega) = \frac{1}{4}V$  (в рассматриваемом приближении),

т. е. будет в два раза меньше, чем в случае одновременного разбега обоих возбудителей. При этом, опять-таки, поскольку пускается только один электродвигатель, пусковой ток в сети будет существенно меньше, чем при базовом варианте. Отметим, что, с учетом следующих приближений, появляются добавочные слагаемые к вибрационному моменту, действующие на ротор второго возбудителя. Однако, их величины достаточно малы и, следовательно, они заметно не изменят общей картины разбега.

Заметим, что, в случае раздельного пуска электродвигателей, для облегчения прохождения зоны резонанса вторым возбудителем можно с успехом использовать колебания несущего тела [8].

**Сравнение с результатами компьютерного моделирования.** Проведенное аналитическое исследование обнаружило хорошую согласованность с результатами численного моделирования. Моделирование выполнено в программной среде Maple с учетом динамической модели асинхронного электродвигателя, используемой в работе [9].

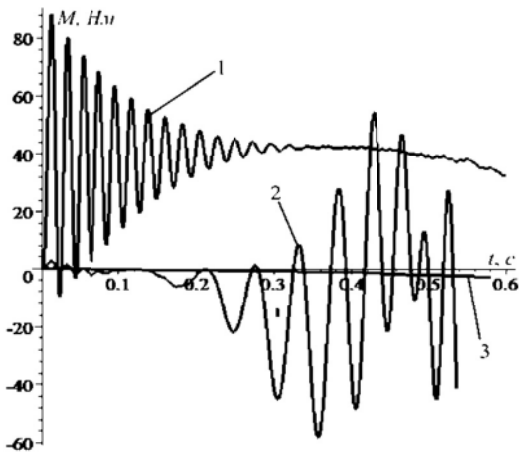


Рис. 2. Изменение во времени для вибромашины с одним возбудителем: 1 – моментов двигателя; 2 – вибрационного момента; 3 – сил сопротивления вращению

На рис. 2 продемонстрированы изменения во время разбега моментов электродвигателя, сил сопротивления вращению и вибрационного момента для колебательной системы с одним дебалансным возбудителем с параметрами:  $M = 330 \text{ кг}$ ;  $m = 30 \text{ кг}$ ;  $\varepsilon = 0,044 \text{ м}$ ;  $I = 0,172 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$ ;  $c_x = 75 \cdot 10^4 \text{ Н/м}$ ;  $\beta_x = 1123 \text{ кг/с}$ . При этом использовались трехфазные асинхронные короткозамкнутые двигатели серии 4А с синхронной частотой вращения  $n_c = 1500 \text{ об/мин}$  и мощностью  $P = 2,2 \text{ кВт}$ . Действие сил тяжести на ротор и собственную динамику электродвигателя не учитывается.

Согласно приведенным графикам, при прохождении зоны резонанса ( $t = 0,15 - 0,42 \text{ с}$ ) динамическая нагрузка на ротор электродвигателя существенно возрастает. Так среднее значение тормозящего вибрационного момента увеличивается, приблизительно, до  $25 \text{ Нм}$ , максимальное – до  $58 \text{ Нм}$  (обратим внимание, что пусковой момент двигателя составляет  $41 \text{ Нм}$ ).

Для вибромашины с двумя абсолютно одинаковыми самосинхронизирующимися возбудителями ( $m_1 = m_2 = m/2$ ;  $I_1 = I_2 = I/2$ ;  $P_1 = P_2 = P/2$ , все остальные параметры системы прежние) вибрационные моменты, действующие на роторы двигателей одинаковы (рис. 3, кривые 1, 2 совпали), при этом их величины, в сравнении с моментом на рис. 2, уменьшились приблизительно вдвое.

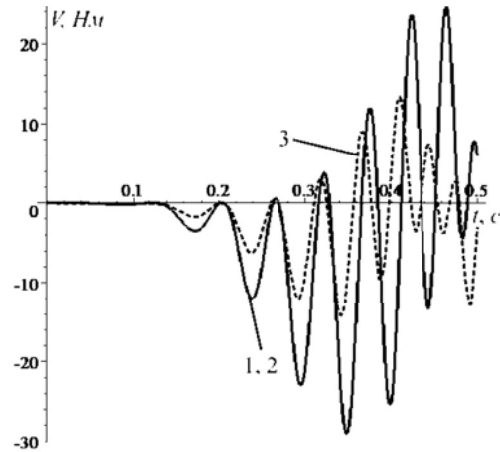


Рис. 3. Изменение во времени вибрационных моментов для вибромашины с двумя возбудителями: 1, 2 – при одновременном их пуске; 3 – в случае пуска одного из них

Из сравнения кривых 1, 2 с кривой 3 (рис. 3) следует, что, в случае пуска сначала одного из двух двигателей, величина вибрационного момента уменьшается еще почти в два раза. Так среднее значение тормозящего вибрационного момента, приблизительно, составляет  $6 \text{ Нм}$ , максимальное – всего  $14 \text{ Нм}$ , то есть почти в четыре раза меньше, чем для привода машины от одного мощного электродвигателя.

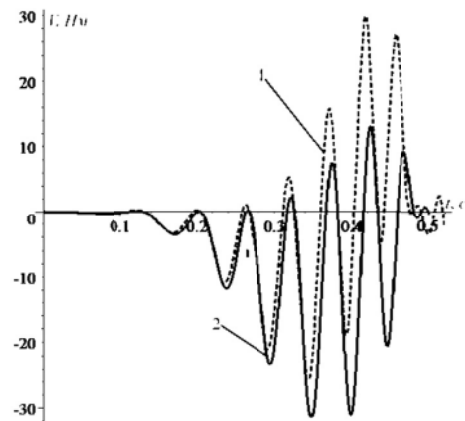


Рис. 4. Изменение вибрационных моментов для вибромашины с двумя возбудителями в случае малого начального сдвига фаз: 1 – опережающий возбудитель; 2 – отстающий возбудитель

Согласно рис. 4, в случае малого начального сдвига фаз, на опережающий возбудитель в зоне резонанса действует меньший тормозной вибрационный момент (кривая 1,  $V_{max} = 25 \text{ Н м}$ ), на возбудитель, который отстает – больший (кривая 2,  $V_{max} = 32 \text{ Н м}$ ). Увеличение начального сдвига фаз (или различия между параметрами возбудителей, двигателей) приводит к увеличению разницы между значениями моментов. При этом несколько возрастает амплитуда резонансных колебаний несущего тела и продолжительность переходного процесса (рис. 5).

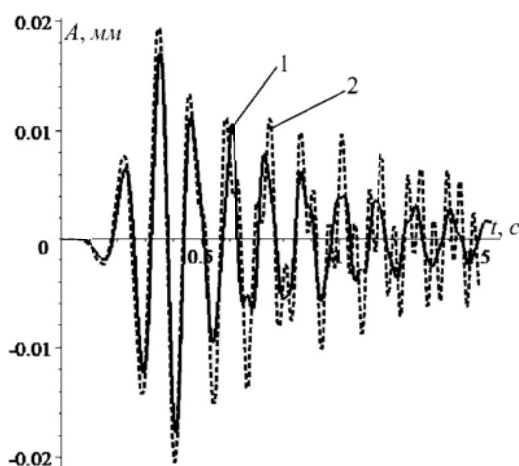


Рис. 5. Изменение амплитуды резонансных колебаний несущего тела в случае: 1 – синфазного вращения возбудителей; 2 – наличия сдвига фаз между возбудителями

**Выводы.** Установлено, что незначительный сдвиг фаз, как и небольшая разница между угловыми скоростями, приводят к ухудшению процесса пуска вибрационных машин с самосинхронизирующимися возбудителями. Следовательно, наилучшим, с точки зрения динамики разбега, есть обеспечение равенства скоростей возбудителей и отсутствие сдвига фаз между ними, т. е. параметры возбудителей и их электродвигателей должны быть максимально одинаковыми, а, в случае нескольких степеней свободы колебательной системы, желательно, чтобы возбудители были симметрично расположены. Для таких систем взаимосвязанные собственные частоты рекомендуется выбирать близкими по значению для уменьшения влияния последствий „раскачки“ системы от прохождения возбудителем низшей частоты на прохождение высшей частоты.

Показано, что отдельный пуск электродвигателей должен заметно снизить мощность двигателей, а также значительно уменьшить ударный пусковой ток в питающей электросети.

Возможность уменьшения мощности электропривода и величины пускового тока являются дополнительными важными преимуществами использования явления самосинхронизации механических возбудителей в вибрационных машинах и устройствах.

#### Список литературы/ References

1. Blekhman, I.I. (2000), “Vibrational Mechanics”, World Scientific, Singapore.
2. Франчук В.П. Использование самосинхронизации в горных вибрационных машинах / В.П. Франчук, С.В. Савлук // Вибрации в технике и технологиях. – 2004. – №1 (33). – С. 12–14.
3. Franchuk, V.P. (2004), “Applying of self-synchronization in mining vibration machines”, *Vibratsiya v tekhnike i tekhnologiyakh*, no.1(33), pp. 12–14.
4. Румянцев С.А. Динамика переходных процессов и самосинхронизация движений вибрационных машин / Румянцев С.А. – Екатеринбург: УрО РАН, 2003. – 134 с.
5. Rumyantsev, S.A. (2003), *Dinamika perekhodnykh protsessov i samosinkhronizatsiya dvizhenii vibratsionnykh mashin* [Dynamics of transient processes and self-synchronization of vibrational machines motions], Ural department of RAS, Ekaterinburg, Russia.
6. Michalczyk, J. and Czubak, P. (2010), “Influence of collisions with a material feed on cophasal mutual synchronization of driving vibrators of vibratory machines”, *Journal of theoretical and applied mechanics*, Vol. 48, no 1, Warsaw, pp.155–172.
7. Fildin, A. (2006), *Nonlinear Oscillations in Mechanical Engineering*, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, Germany.
8. Блехман И.И. Медленные движения в системах с инерционным возбуждением колебаний / И.И. Блехман, Д.А. Индейцев, А.Л. Фрадков // Проблемы машиностроения и надежности машин. – 2008. – № 1. – С. 25–32.
9. Blekhman, I.I., Indeytsev, D.A. and Fradkov, A.L. (2008), “Slow motions in systems with inertial exciting of vibrations”, *Problemy mashinostroyeniya i nadezhnostimashin*, no1, pp.21–27.
10. Блехман И.И. Переходные режимы в инерционно-возбуждаемых послерезонансных вибрационных устройствах с несколькими степенями свободы несущей системы / И.И. Блехман, Н.П. Ярошевич // Вибрационная механика. ИПМашРАН. – СПб.: Наука, 2009. – С. 215–238.
11. Blekhman, I.I. and Yaroshevich N.P. (2009), “Transition regimes in inertial excited trans-resonant vibration devices with several degrees of freedom of the carrier system”, *Nonlinear problems of theory of oscillation and theory of control*, *Vibratsionnaya mekhanika*, Institute of Mechanical Engineering Problems of RAS, Nauka, Saint Petersburg.
12. Томчин Д.А. Управление прохождением ротора через зону резонанса на основе метода скоростного градиента / Д.А. Томчин, А.Л. Фрадков // Проблемы машиностроения и надежности машин. – 2005. – №5. – С. 66–71.
13. Tomchin, D.A. and Fradkov A.L. (2005), “Controlling rotors passage through resonance zone based on the speed-gradient method”, *Problemy mashinostroyeniya i nadezhnostimashin*, №5, pp.66–71.
14. Ярошевич Н.П. Компьютерное моделирование двойного пуска вибрационных машин с инерционным возбуждением колебаний / Н.П. Ярошевич // Вибрационная механика. – СПб.: Наука, 2009. – С. 476–486.

Yaroshevich, N.P. (2009), "Computer modeling of double start-up of vibrational machines with inertial excitation of oscillations", *Nonlinear problems of theory of oscillation and theory of control, Vibratsionnaya mekhanika, Nauka*, pp. 476-486.

**Мета.** Порівняння процесів проходження зони резонансу вібраційними машинами з одним дебалансним віброзбудником і двома збудниками, що самосинхронізуються, а також покращення динамічних та енергетичних характеристик таких вібромашин.

**Методика.** Основою методики досліджень процесу розбігу є метод прямого розділення рухів, а також фундаментальні положення теорії механічних коливань і вібраційної механіки. При цьому приймалося до уваги, що швидкість ротора збудника в зоні резонансу при правильно підібраній потужності електродвигуна змінюється відносно повільно. Моделювання процесу розбігу вібромашини виконано за допомогою чисельного інтегрування диференціальних рівнянь руху механічної коливальної системи та рівнянь електромагнітних перехідних процесів асинхронного електродвигуна методом Рунге-Кутта з використанням математичного пакету Maple 10.

**Результати.** Показано, що у випадку двох дебалансних збудників, що самосинхронізуються, розбіг вібраційних машин погіршується (якщо їх параметри не є абсолютно однаковими) в порівнянні з машинами з одним збудником. Для покращення процесу розбігу машин зі збудниками, що самосинхронізуються, може бути ефективний почерговий пуск двигунів роторів збудників. Показано, що у цьому випадку величина гальмівних вібраційних моментів, діючих на ротори збудників у зоні резонансу, зменшується, приблизно, удвічі, порівняно з одночасним пуском двигунів.

**Наукова новизна.** В аналітичній формі отримані вирази для вібраційних моментів (середніх значень додаткового динамічного навантаження на ротор електродвигуна, що викликано коливаннями несучого тіла) під час проходження зони резонансу для вібраційної машини із двома дебалансними збудниками, що самосинхронізуються, які доповнюють відомі результати для машини з одним дебалансним збудником.

**Практична значимість.** Продемонстрована можливість істотного зменшення потужності електропривода та величини пускового струму у випадку почергового пуску двигунів вібраційних машин з дебалансними віброзбудниками, що самосинхронізуються.

**Ключові слова:** вібраційна машина, дебалансний віброзбудник, самосинхронізація, вібраційний момент, резонансна зона, ефект Зоммерфельда

**Purpose.** Comparison of resonance area process by vibratory machines with one imbalance vibration exciter and two self-synchronized exciters as well as improvement of dynamic and power characteristics of such vibratory machines.

**Methodology.** The basis of analytical research of run-up process is a method of direct separation of motions, as well as fundamental aspects of mechanical vibrations theory and of vibratory mechanics. At the same time, it is taken into account, that the speed of vibration exciter rotor in the resonance area at correctly selected power of electric engine changes relatively slowly. The modeling of the process of vibratory machine run-up is implemented by numeral integration of differential equations of mechanical vibration system motions as well as by the equations of electromagnetic transients of asynchronous electric engine by using Runge-Kutt method with the mathematical package of Maple 10.

**Results.** It is represented that in the case of two self-synchronized imbalance vibration exciters the vibratory machines run-up gets worse (if only their parameters are not absolutely identical) in comparison with one – exciter machines. Effective serial start-up of exciter rotor engines can improve the process of machines run-up with self-synchronization exciters. It is represented that in this case the value of braking vibration moments acting on the rotors of exciters in the resonance area diminishes approximately twice in comparison with simultaneous engine starting.

**Originality** It has been received in an analytic form the expressions for vibration moments (average values of the extra dynamic loading on the electric rotor motor caused by vibrations of bearing body) at passing resonance area for vibration machines with two self-synchronized imbalance vibration exciters which supplement the well-known results for machine with one imbalance exciter were received.

**Practical value.** The possibility of the substantial diminishing of electric drive power and starting current power value in case of serial starting of the vibration machine engines with self-synchronized imbalance vibration exciters has been demonstrated.

**Keywords:** vibration machine, imbalanced vibro-exciter, self-synchronization, vibrational moment, resonance zone, Zommerfeld effect

*Рекомендовано до публікації докт. техн. наук В.П.Франчуком. Дата надходження рукопису 13.12.12.*