

УДК 624:620.193

А.П. Иванова, канд. техн. наук, доц.

Государственное высшее учебное заведение „Национальный горный университет“, г. Днепропетровск, Украина, e-mail: shivatro@yandex.ru

ИССЛЕДОВАНИЕ ДОЛГОВЕЧНОСТИ ЦЕНТРАЛЬНО СЖАТЫХ СТЕРЖНЕЙ С ИЗМЕНЯЮЩИМИСЯ ГЕОМЕТРИЧЕСКИМИ ХАРАКТЕРИСТИКАМИ

A.P. Ivanova, Cand. Sci. (Tech.),
Associate ProfessorState Higher Educational Institution "National Mining University",
Dnepropetrovsk, Ukraine, e-mail: shivatro@yandex.ru

RESEARCH OF LONGEVITY OF THE CENTRALLY COMPRESSED BARS WITH CHANGING GEOMETRICAL CHARACTERISTICS

Цель. Повышение надежности, ремонтпригодности и долговечности металлических стержневых конструкций, а также снижение их материалоемкости.

Методика. Основу исследований составляет обработка и анализ результатов обследования технического состояния стержневых металлоконструкций, изучение проблем деформирования конструкций, работающих в агрессивных средах. Оценка долговечности стержней, составляющих такие конструкции, усложняется необходимостью определения момента инерции и положения главных центральных осей, которые будут со временем меняться под действием коррозии. В работе использована математическая модель коррозионного износа, которая учитывает эти изменения.

Результаты. В реальных конструкциях выход из строя какого-либо элемента может произойти не только в результате достижения напряжений в нем предельно допустимых значений, но и в результате потери устойчивости в том случае, если стержень работает на сжатие.

Рассмотрена задача оптимального проектирования стержневых элементов различных профилей с изменяющимися вследствие коррозии геометрическими характеристиками. Исследовано влияние параметров агрессивной среды и уровня нагружения на поперечные размеры сжатых стержней. Графически проиллюстрирована зависимость срока службы сжатых стержней от их длины для различных уровней нагружения.

Научная новизна. Полученные в работе формулы позволяют учитывать изменение положения центра тяжести, ориентации главных осей и минимальных моментов инерции стержней. Исследовано влияние длины сжатых стержней различного профиля на их срок службы, а именно – какие ограничения вступают в силу – по прочности, по устойчивости или действуют оба ограничения.

Практическая значимость. Получено значение параметра поврежденности, соответствующее моменту исчерпания несущей способности для сжатых стержней.

Ключевые слова: долговечность сжатых стержней, коррозионный износ, напряжение, параметр поврежденности, устойчивость, прочность, момент инерции

Актуальность работы. Многоэлементные стержневые конструкции (мосты, копры, эстакады) широко распространены в современном строительстве. Проблемам деформирования [1] и оптимального [2] проектирования таких конструкций посвящено достаточно большое количество работ [3]. Однако вопросы повышения надежности, ремонтпригодности, снижения материалоемкости именно стержневых конструкций не теряют своей актуальности.

Оценка долговечности сжатых стержней в значительной степени усложняется необходимостью определения минимального момента инерции и положения главных центральных осей сечения, которые будут изменяться с течением времени, например, под воздействием коррозии.

Постановка задачи. В том случае, когда на стержень действуют сжимающие нагрузки, большее влияние на его срок службы оказывают момент инерции поперечного сечения и длина стержня.

В реальных конструкциях выход из строя какого-либо элемента может произойти не только в результате достижения напряжением в нем предельно допустимых значений, но и в результате потери устойчивости в том случае, если стержень работает на сжатие (рис.1).

Результаты исследований. Рассмотрим стержень круглого сечения (форма наиболее устойчивая к коррозии).

В качестве модели коррозионного износа принимаем [4]

$$\frac{dh}{dt} = -v_0 \cdot [1 + k\sigma],$$

где h – изменяющийся с течением времени геометрический параметр (например, радиус круга);

v_0 – скорость коррозии при отсутствии напряжений (химическая составляющая коррозионного процесса); σ – абсолютное значение эквивалентного напряжения; k – коэффициент, учитывающий влияние напряжения на скорость коррозии.

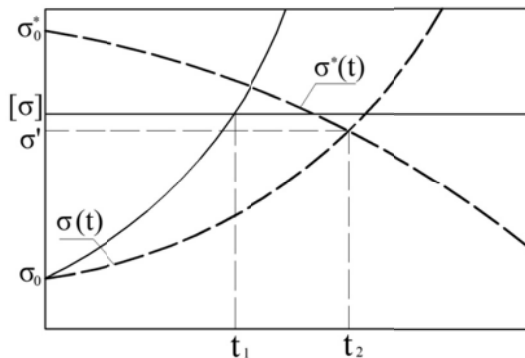


Рис.1. Возможные варианты исчерпания несущей способности сжатых стержней: время t_1 определяется условием прочности; время t_2 – условием устойчивости

Критическое напряжение, при котором происходит потеря устойчивости сжатого стержня, определим по формуле Эйлера

$$\sigma^*(t) = \frac{\pi^2 EI_{min}(t)}{L^2 F(t)} \quad (1)$$

или переходя к радиусу

$$\sigma^*(t) = \frac{\pi^2 ER^2(t)}{4L^2} \quad (2)$$

Текущее напряжение определяется зависимостью

$$\sigma(t) = \frac{Q}{F(t)} = \frac{Q}{\pi \cdot R^2(t)} \quad (3)$$

Дифференцируя (2) и (3) по времени, с учетом накопления повреждений, получим

$$\frac{d\sigma^*}{dt} = \frac{d\sigma^*}{dR} \cdot \frac{dR}{dt} = -\frac{2 \cdot \pi^2 ER}{4L^2} v_0(1+k\sigma); \quad (4)$$

$$\frac{d\sigma}{dt} = \frac{d\sigma}{dR} \cdot \frac{dR}{dt} = \frac{2 \cdot Q}{\pi \cdot R^3} v_0(1+k\sigma). \quad (5)$$

Из (4) и (5) определим $v_0(1+k\sigma)$ и приравняем полученные выражения

$$-\frac{2L^2}{\pi^2 ER} d\sigma^* = \frac{\pi \cdot R^3}{2Q} d\sigma. \quad (6)$$

После соответствующих преобразований получим дифференциальное уравнение вида

$$\frac{d\sigma}{\sigma} = -\frac{d\sigma^*}{\sigma^*}. \quad (7)$$

Интегрируя (7) и имея в виду, что в момент потери устойчивости $\sigma = \sigma^* = \sigma'$ (рис. 1), получим

$$\sigma' = \sqrt{\sigma \cdot \sigma^*}. \quad (8)$$

Таким образом, независимо от вида модели накопления повреждений [3], критическое напряжение для стержней круглого сечения представляет собой среднее геометрическое начального напряжения в стержне σ_0 и начального критического напряжения σ_0^* [1].

Рассмотрим стержень кольцевого сечения с внешним радиусом R и внутренним r . При этом предполагается, что с агрессивной средой контактирует внешняя поверхность стержня. Для определения параметра поврежденности, в момент потери устойчивости стержнем, воспользуемся условием равенства текущего (3) и критического напряжений (1)

$$\frac{Q}{F(t)} = \frac{\pi^2 EI_{min}(t)}{L^2 F(t)}. \quad (9)$$

Подставляя в (9) значение момента инерции для кольца $I = \pi \frac{R^4 - r^4}{4}$, получим уравнение вида

$$4QL^2 = \pi^3 E \cdot [(R_0 - \delta_1)^4 - r^4], \quad (10)$$

где R_0 – радиус кольца в начальный момент времени, δ_1 – параметр поврежденности.

Решая его относительно δ_1 , получим

$$\delta_1 = R_0 - 4 \sqrt[4]{\frac{4QL^2}{\pi^3 E} - r^4}. \quad (11)$$

Ограничимся определением значения δ_1 , соответствующего моменту потери устойчивости стержня.

Рассмотрим некоторые другие фасонные профили. Минимальный момент инерции выразим из (9)

$$I(t) = \frac{QL^2}{\pi^2 E}. \quad (12)$$

В некоторый момент времени t значение момента инерции двутавра (рис. 2, а) относительно оси X можно представить в виде

$$I_x(t) = \frac{1}{12} \left[(T - 2\delta_1) \cdot (B - 2\delta_1)^3 + (H - 2T + 2\delta_1) \cdot (D - 2\delta_1)^3 \right] \quad (13)$$

Приравнявая (12) и (13), получим алгебраическое уравнение четвертого порядка относительно δ_1

$$\frac{QL^2}{\pi^2 E} = \frac{1}{12} \left[(T - 2\delta_1) \cdot (B - 2\delta_1)^3 + (H - 2T + 2\delta_1) \cdot (D - 2\delta_1)^3 \right] \quad (14)$$

При коррозии стержней, несимметричных относительно одной из осей, происходит изменение положения центра тяжести сечения и смещение центральной оси. Профилем с одной осью симметрии является швеллер (рис. 2, б).

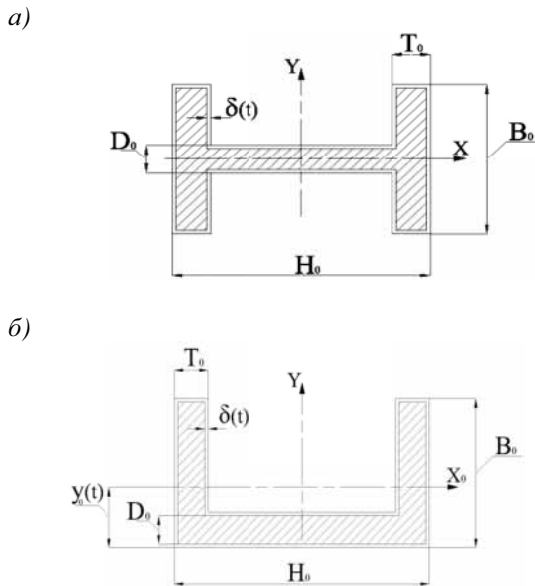


Рис.2. Поперечное сечение двутавра (а) и швеллера (б) в произвольный момент времени

Запишем выражение для момента инерции относительно нейтральной оси X_0 с учетом изменения ее положения в процессе эксплуатации элемента.

Положение центральной оси определится из известного соотношения

$$y_0(t) = \frac{S_x(t)}{F(t)}, \quad (15)$$

где выражения для статического момента и площади сечения, соответственно, имеют вид

$$S_x = (T - 2\delta_1) \cdot \left[(B - 2\delta_1)^2 - (D - 2\delta_1)^2 \right] + 0,5 \cdot (D - 2\delta_1)^2 (H - 2\delta_1); \quad (16)$$

$$F = (H - 2\delta_1) \cdot (D - 2\delta_1) + 2(T - 2\delta_1) \cdot (B - D). \quad (17)$$

Зная положение нейтральной оси, определим относительно нее значение момента инерции через момент инерции относительно оси X , выражение для которого запишем следующим образом

$$I_x(t) = \frac{2(T - \delta_1) \cdot (B - \delta_1)^3 + (D - \delta_1)^3 (H - 2T + \delta_1)}{3}. \quad (18)$$

Таким образом, время в выражениях (15–18) входит не непосредственно, а в форме параметра поврежденности δ_1 , являющегося функцией времени. В этом случае значение момента инерции сечения швеллера относительно нейтральной оси X_0 зависит от δ_1

$$I_{x_0}(\delta_1) = I_x(\delta_1) - 2y_0(\delta_1) \cdot S_x(\delta_1) + y_0^2(\delta_1) \cdot F(\delta_1). \quad (19)$$

Приравнявая (12) и (19), получим трансцендентное уравнение относительно δ_1 (аналогично выражению (11)), которое ввиду громоздкости не приводится. Оно может быть решено численно и полученное значение параметра поврежденности δ_1 , соответствующее моменту выхода элемента из строя, использовано для определения срока службы стержня.

В несимметричных профилях в процессе эксплуатации меняется как положение, так и ориентация главных осей. Рассмотрим сечение в виде неравнополочного уголка (рис. 3).

Минимальный момент инерции уголка определим по формуле

$$I_{min}(\delta_1) = \frac{I_{x_0}(\delta_1) + I_{y_0}(\delta_1)}{2} - \sqrt{\frac{(I_{x_0}(\delta_1) + I_{y_0}(\delta_1))^2}{4} + I_{x_0 y_0}^2(\delta_1)}, \quad (20)$$

где $I_{x_0}, I_{y_0}, I_{x_0 y_0}$ – моменты инерции относительно центральных осей X_0 и Y_0 в некоторый момент времени.

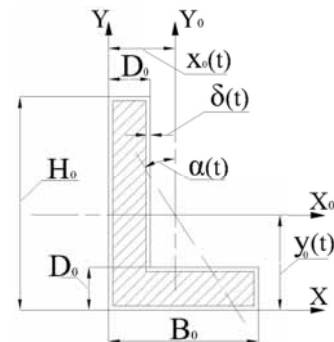


Рис. 3. Поперечное сечение уголкового профиля в произвольный момент времени

Положение нейтральных осей определим аналогично предыдущему случаю

$$\begin{cases} x_0(\delta_1) = \frac{S_y(\delta_1)}{F(\delta_1)} \\ y_0(\delta_1) = \frac{S_x(\delta_1)}{F(\delta_1)} \end{cases}, \quad (21)$$

где

$$\begin{cases} S_y(\delta_1) = 0,5 \cdot [(B-2\delta_1)^2(D-2\delta_1)^2 + (D-2\delta_1)^2(H-D)] \\ S_x(\delta_1) = 0,5 \cdot [(H-2\delta_1)^2(D-2\delta_1)^2 + (D-2\delta_1)^2(B-D)] \end{cases}; \quad (22)$$

$$F(\delta) = (H + B - 4\delta_1) \cdot (D - \delta_1) - (D - \delta_1)^2. \quad (23)$$

Значения моментов инерции относительно осей X и Y

$$\begin{cases} I_x(\delta_1) = (H - 2\delta_1)^3(D - 2\delta_1) + (D - 2\delta_1)^3(B - D) \\ I_y(\delta_1) = (B - 2\delta_1)^3(D - 2\delta_1) + (D - 2\delta_1)^3(H - D) \\ I_{xy}(\delta) = [(H - 2\delta_1)^2 + (B - 2\delta_1)^2 - (D - 2\delta_1)^2] \cdot \times \\ \times (D - 2\delta_1)^2 \end{cases}. \quad (24)$$

Относительно центральных осей те же моменты определяются следующим образом

$$\begin{cases} I_{x_0}(\delta_1) = I_x(\delta_1) - 2y_0(\delta_1)S_x(\delta_1) + y_0^2(\delta_1) \cdot F(\delta_1) \\ I_{y_0}(\delta_1) = I_y(\delta_1) - 2x_0(\delta_1)S_y(\delta_1) + x_0^2(\delta_1) \cdot F(\delta_1) \\ I_{x_0y_0}(\delta_1) = I_{xy}(\delta_1) - y_0(\delta_1)S_x(\delta_1) - x_0(\delta_1)S_y(\delta_1) + x_0(\delta_1)y_0(\delta_1) \cdot F(\delta_1) \end{cases}. \quad (25)$$

Приравнявая (12) и (20) с учетом (21–25), получим, как и ранее, трансцендентное уравнение относительно параметра поврежденности δ_1 , которое ввиду громоздкости также не приводится.

Следует учесть, что в стержнях кольцевого, двутаврового, швеллерного или уголкового профиля, работающих на сжатие, необходимо рассматривать ограничение по величине параметра поврежденности. Наиболее актуально это ограничение для двутавра и швеллера. Это обусловлено тем, что обычно толщина стойки D значительно меньше толщины полок T , с течением времени возможно ее полное разрушение в то время как напряжение в стержне далеко от критического значения.

В качестве примера рассмотрим стержни круглого поперечного сечения и основные фасонные профили: двутавр, швеллер и уголок. Номера профилей выбраны так, чтобы в начальный момент времени стержни имели одинаковые напряжения и площадь поперечного сечения.

Зависимость срока службы сжатых стержней (фасонные профили № 10, круг $R=1,92$ см) от их длины для различных уровней нагружения представлена на рис. 4: стержни круглого (кривые 1), двутаврового (кривые 2), швеллерного (кривые 3) и уголкового (кривые 4) профилей для различных значений приложенной нагрузки ($Q = 10000$ кг – сплошная линия; $Q = 15000$ кг – штриховая линия) и заданных параметров агрессивной среды: $v_0 = 0,1$ см/год; $k = 0,005$ МПа⁻¹. Предельное значение напряжения $[\sigma] = 240$ МПа.

Для фасонных профилей графики состоят из двух участков: отрезка горизонтальной прямой и кривой линий. Это объясняется тем, что при уменьшении длины стержня их долговечность определяется ограничениями по прочности (швеллер, уголок) или по сплошности сечения (двутавр) [5]. Для длинных стержней на срок службы влияют ограничения по прочности, но в большей мере – ограничения по устойчивости (это видно на рис. 4, б).

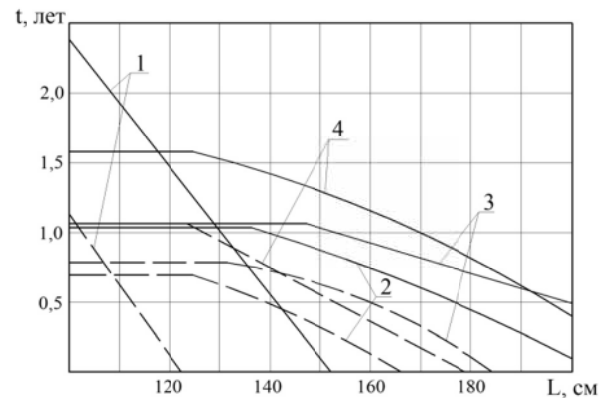


Рис. 4. Влияние длины сжатых стержней различного профиля на их срок службы: 1 – круглый профиль; 2 – двутавровый; 3 – швеллерный; 4 – уголкового профиля; сплошная линия $Q = 10000$ кг; штриховая линия $Q = 15000$ кг

Рис. 5 иллюстрирует изменение текущих напряжений (нижние кривые) и критических напряжений, определенных по формуле (2), (верхние кривые) для круга (кривые 1), двутавра (кривые 2) и швеллера (кривые 3) при сжимающей нагрузке $Q = 10000$ кг параметрах агрессивной среды тех же, что и в предыдущем примере. Сплошная линия соответствует длине стержней $L = 140$ см; штриховая – длине $L = 120$ см. Зависимости критических напряжений от времени показаны для двутавра и швеллера лишь для $L = 140$ см, так как для более коротких стержней активны ограничения по сплошности сечения.

Представляет интерес то, что для двутавра значения критических напряжений сначала уменьшаются, затем начинают возрастать настолько, что могут превысить свой начальный уровень. Объясняется это, по-видимому, тем, что скорость уменьшения площади сечения двутавра, начиная с некоторого момента времени, превосходит скорость уменьшения момента инерции сечения. Для других фасонных профилей этого не наблюдается: критические напряжения монотонно уменьшаются с течением времени.

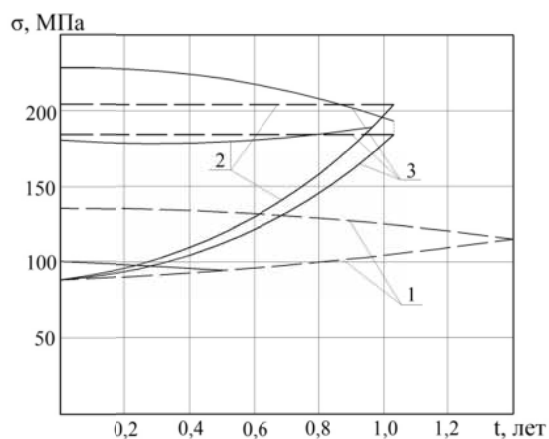


Рис.5. Изменение текущих и критических напряжений в сжатых стержнях различного профиля: 1 – круг; 2 – двутавр; 3 – швеллер; сплошная линия – длина стержней $L = 140$ см; штриховая – $L = 120$ см

На рис. 6 показана зависимость срока службы стержней от их длины для различных значений параметра $\eta = \frac{R}{r}$ при величине сжимающей нагрузки $Q = 10000$ кг (сплошные линии) и $Q = 15000$ кг (штриховые линии).

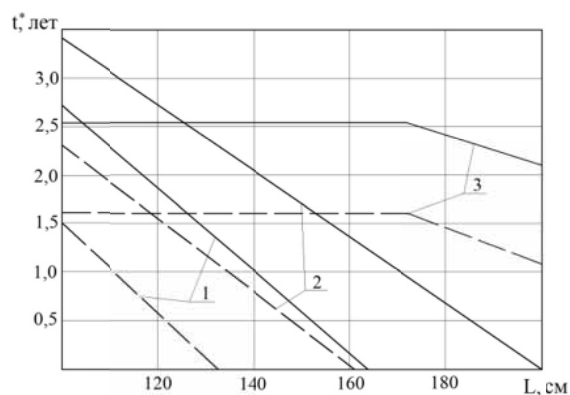


Рис. 6. Зависимость срока службы сжатых стержней от их длины: 1 – $\eta = 4$; 2 – $\eta = 2$; 3 – $\eta = 1,3$; сплошные линии – $Q = 10000$ кг; штриховые линии – $Q = 15000$ кг

При этом площадь сечения и напряжение в начальный момент времени одни и те же. Линии 1 соответствуют значению $\eta = 4$; линии 2 – $\eta = 2$; линии 3 – $\eta = 1,3$. Горизонтальные участки, соответствующие $\eta = 1,3$, объясняются тем, что в этом случае при $L < 150$ см активными являются ограничения по прочности. Как следует из результатов, представленных на рисунке, рациональное значение параметра η зависит от длины стержня.

Выводы. Полученные в работе формулы позволяют учитывать изменение с течением времени положения центра тяжести, ориентации главных осей и минимальных моментов инерции в стержнях. Графически проиллюстрирована зависимость срока службы сжатых стержней от их длины для различных уровней нагружения.

Получено значение параметра поврежденности, соответствующее моменту исчерпания несущей способности для сжатых стержней. В нелинейном уравнении, при построении функции минимального момента инерции сечения, учитывается возможное изменение положения главных осей для стержней несимметричного профиля. Это уравнение можно решать численно.

Исследовано влияние длины сжатых стержней различного профиля на их срок службы. В частности, от длины стержней зависит то, какие ограничения вступают в силу – по прочности, по устойчивости или действуют оба ограничения.

Список литературы / References

1. Зеленцов Д.Г. Расчет конструкций с изменяющейся геометрией в агрессивных средах. Стержневые системы: монография / Зеленцов Д.Г. – Днепрпетровск: УГХТУ, 2002. – 168 с.
Zelentsov, D. G. (2002), Raschet konstruktсий s izmeniyayushcheysia geometriyey v agressivnykh sredakh. Sterzhneviye sistemy [Calculation of constructions with changing geometry in aggressive environments. Cored systems], Monograph, UGKHTU, Dnipropetrovsk.
2. Овчинников И.Г. Расчет и рациональное проектирование конструкций, подвергающихся коррозионному износу (обзор) / И.Г. Овчинников, Ю.М. Почтман // Физико-химическая механика материалов. – 1991. – №2. – С.7–15.
Ovchinnikov, I.G., Pochtman, YU. M. (1991), "Calculation and rational designing of constructions, exposed to the corrosive wear (review)", *Fiziko-khimicheskaya mekhanika materialov*, no. 2, pp. 7–15.
3. Овчинников И.Г. Банк математических моделей коррозионного износа, применяемых для прогнозирования поведения металлоконструкций / И.Г. Овчинников, М.С. Дворкин, Х.А. Сабитов // Проблемы прочности материалов и конструкций, взаимодействующих с агрессивными средами: межвуз. научн. сб. – Саратов: СГТУ, 1993. – С. 141–150.
Ovchinnikov, I.G., Dvorkin, M.S. and Sabitov, KH. A. (1993), "Bank of mathematical models of corrosive wear, applied for forecasting of metallic con-

structions behavior”, *Problemy prochnosti materialov I konstruksiy, vzaimodeystviuyushchikh s agressivnymi sredami, Mezhuvozovskiy nauchnyu sbornik*, SGTU, Saratov, pp. 141 – 150.

4. Зеленцов Д.Г. Обгрунтування вибору математичних моделей, що описують процес корозії під напругою в металевих елементах конструкцій // Д.Г.Зеленцов, Т.С.Казанцева // Вопросы химии и химической технологии. – 2003.– №2.– С.146–148.

Zelentsov, D.G. and Kazantseva T.S. (2003), “Grounding of choosing mathematical models which describe the process of corrosion under tension in the metallic elements of constructions”, *Voprosy khimii I khimicheskoy tekhnologii*, no. 2, pp. 146-148.

5. Зеленцов Д.Г. Долговечность балки, подверженной коррозионному износу, при ограничениях по жесткости / Д.Г. Зеленцов, Н.А. Солодка // Науковий вісник НГА України. – 2002. – № 2. – С. 45–47.

Zelentsov, D.G. and Solodkaya, N.A. (2002), “Longevity of the beam, subject to the corrosive wear under limitations on rigidity”, *Naukovyi visnyk Natsionalnoyi hirnychoyi akademii Ukrainy*, no.2, pp. 45 – 47.

Мета. Підвищення надійності, ремонтпридатності й довговічності металевих стрижневих конструкцій, а також зниження їх матеріаломісткості.

Методика. Основу досліджень складає обробка та аналіз результатів обстеження технічного стану стрижневих металоконструкцій, вивчення проблем деформації конструкцій, що працюють у агресивному середовищі. Оцінка довговічності стислих стрижнів значною мірою ускладнюється тим, що необхідно визначити мінімальний момент інерції та положення головних центральних осей перерізу, що можуть змінюватись із часом під впливом корозії. У роботі використана математична модель корозійного зносу, що дозволяє врахувати ці зміни.

Результати. У реальних конструкціях вихід з ладу будь-якого елемента може статися не лише в результаті досягнення напруження в ньому гранично допустимого значення, але й у результаті втрати стійкості в тому випадку, якщо стрижень працює на стискання.

Розглянуто задачу оптимального проектування стрижневих елементів різних профілів з геометричними параметрами, що змінюються внаслідок корозії. Досліджено вплив параметрів агресивного середовища та рівня навантаження на розміри поперечного перерізу стислих стрижнів. Графічно проілюстрована залежність терміну служби стиснутих стрижнів від їх довжини для різних рівнів навантаження.

Наукова новизна. Отримані в роботі формули дозволяють враховувати зміну положення центру тяжіння, орієнтації головних осей і мінімальних моментів інерції у стрижнях, що можуть змінюва-

тись з часом. Досліджено вплив довжини стиснутих стрижнів різного профілю на їх термін служби, а саме – які обмеження набувають чинності – з міцності, зі стійкості або діють обидва обмеження.

Практична значимість. Визначено величину параметра пошкодженості, що відповідає моменту вичерпання несучої здатності для стислих стрижнів.

Ключові слова: довговічність стислих стрижнів, корозійний знос, напруження, параметр пошкодженості, стійкість, міцність, момент інерції

Purpose. Increasing of reliability, maintainability and longevity of the metallic cored constructions, and also declining of their material capacity.

Methods. Basis of researches consists of treatment and analysis of results of inspection of the technical state of the cored construction, study of the problems of constructions, working in aggressive environment. The estimation of bars longevity largely becomes complicated by the necessity of determination of the minimal inertia moment and the position of the main central axes which can be changed due to corrosion in course of time. The mathematical model of corrosive wear, which takes into account these changes, is used in this scientific work.

Results. In real constructions the failure of any element can happen not only as a result of achievement of tensions of limit value, but also as a result of loss of stability in case of a bar compression.

The task of the optimal planning of the cored elements of different types with geometrical parameters, which change due to a corrosion, is considered. The influence of parameters of aggressive environment and the level of loading on the sizes of bars cross-section is investigated. The dependence of the compressed bars lifetime on their length for different types of loading is graphically illustrated.

Originality. The received formulas allow to take into account the change in location of the gravity center, the orientations of main axes and the minimum moments of inertia in bars. The dependence of the length of different types compressed bars on their lifetime, particularly which of the following limitations comes into a force: that according to sturdiness or according to solidity or both of them are valid.

Practical value. The value of parameter of damage, corresponding to the moment of exhausting of bearing strength for the compressed bars, is obtained.

Keywords: longevity of the compressed bars, corrosive wear, tension, parameter of damage, stability, solidity, moment of inertia

Рекомендовано до публікації докт. техн. наук О.М. Шаєнком. Дата надходження рукопису 11.12.12.