

УДК 681.51/.54

О.О. Азюковський, канд. техн. наук, доц.,  
А.В. Бакутін

Державний вищий навчальний заклад „Національний гірничий університет“, м. Дніпропетровськ, Україна,  
e-mail: leg\_10n89@mail.ru

## РОЗРАХУНОК ОПТИМАЛЬНОГО РЕГУЛЯТОРА ШВИДКОСТІ ВИСОКОГО ПОРЯДКУ

О.О. Aziukovskiy, Cand. Sci. (Tech.), Associate Professor,  
A.V. Bakutin

State Higher Educational Institution "National Mining University", Dnipropetrovsk, Ukraine, e-mail: leg\_10n89@mail.ru

## DESIGN OF OPTIMAL HIGH-ORDER SPEED CONTROLLER

**Мета.** Конструювання оптимального пристрою керування швидкістю асинхронного двигуна з короткозамкненим ротором з передатною функцією високого порядку.

**Методика.** Для розрахунку оптимального регулятора швидкості використано квадратичний інтегральний критерій якості, що дозволяє отримати аналітичне розв'язання задачі синтезу. Задача оптимізації вирішується шляхом мінімізації функціоналів, що відображають вимоги до якості роботи електромеханічної системи та обмеження, які враховують практичну реалізацію системи керування.

**Результати.** Отримано передатні функції системи за сигналом керування та накладеної завади, на основі яких визначені структури та параметри передатних функцій ланок корегування у прямому каналі та каналі зворотного зв'язку. За допомогою математичного моделювання підтверджена відповідність сконструйованого пристрою керування завданню на проектування.

**Наукова новизна.** Отримані аналітичні залежності для визначення параметрів ланок корегування в каналі керування та каналі зворотного зв'язку.

**Практична значимість.** Обґрунтовано вибір критерію якості та накладених на систему керування обмежень, за якими виконується конструювання пристрою керування. За багатокритеріальної оптимізації регулятора швидкості асинхронного двигуна з короткозамкненим ротором необхідно отримати припустиму сукупність пристроїв, у межах якої виконується пошук оптимального варіанту за висунутими критеріями якості. Розрахований регулятор високого порядку визначає верхню межу припустимої сукупності пристроїв. Для подальшого розрахунку оптимального пристрою керування електромеханічною системою необхідно визначити регулятор мінімального порядку та в отриманій області провести багатокритеріальний аналіз пристроїв керування з передатними функціями заданого порядку.

**Ключові слова:** *оптимальне регулювання, багатокритеріальне конструювання, квадратичний інтегральний критерій якості*

**Вступ.** Конструювання пристрою керування передбачає вибір найкращого з сукупності всіх можливих, причому необхідно встановити межі допустимої сукупності пристроїв. Одна межа цієї сукупності визначається шляхом розрахунку пристрою максимальної складності, а інша межа – пристрою мінімальної складності. У межах між ними розташована сукупність пристроїв керування заданої складності.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** На даний час теорія систем оптимального керування дозволяє визначити структуру та параметри регуляторів будь-якої складності для лінійних, лінеаризованих та нелінійних об'єктів керування [1,2]. Проте, оптимізація закону керування, параметрів регулятора тощо виконується доволі часто лише за одним критерієм якості, наприклад, за нагріванням двигуна [3], точністю відпрацювання сигналу керування [4,5] або підвищенням енергоефективності виробничого процесу [6,7]. Впровадження багатокритеріальної оптимізації систем керування електроп-

риводом дозволить одночасно підвищити технологічні та енергетичні показники виробництва.

**Мета.** Полягає в розробці оптимального пристрою керування з передатною функцією високого порядку для визначення верхньої межі допустимої сукупності пристроїв.

**Матеріали досліджень.** Для розрахунку оптимального регулятора швидкості будемо використовувати квадратичний інтегральний критерій якості, використання якого дозволяє отримати аналітичне розв'язання задачі синтезу, а отримані математичні моделі можуть бути реалізовані на основі існуючої елементної бази. Існує два підходи до оцінки системи керування при використанні інтегральних критеріїв якості шляхом порівняння дійсних та бажаних операторів системи або вихідних сигналів дійсних та бажаних операторів. Для оцінки на основі порівняння вихідних сигналів операторів необхідно знати додаткову інформацію щодо характеристик зовнішніх впливів, тому будемо використовувати першу оцінку.

Розглянемо контур керування швидкістю електромеханічної системи зі зворотним зв'язком (рис. 1). Керуючий пристрій для такої системи має два входи та один вихід. На один із входів подається сигнал завдання  $g_1(t) + m(t) + n(t)$ , що складається з функції, яка змінюється за визначеним законом  $g_1(t)$ , та випадкової складової  $m(t)$  з накладеною на неї завадою  $n(t)$ . На інший вхід подається вимірюваний вихідний сигнал об'єкта керування, що віднімається від сигналу керування. На виході керуючого пристрою – сигнал керування  $u(t)$ , який разом з накладеною на нього завадою, що складається з регулярної  $g_2(t)$  та випадкової  $f(t)$  складових, подається на вхід об'єкта керування. Функціями  $A_1(s), A_2(s)$  позначені передатні функції пристрою керування відносно сигналу завдання та вихідної координати електромеханічної системи  $y(t)$ .

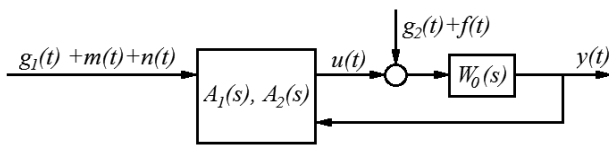


Рис. 1. Замкнена система регулювання вихідної координати електромеханічної системи

Прийmemo, що об'єктом керування є асинхронний двигун з короткозамкненим ротором. Із класичного представлення математичної моделі двигуна за керуванням за допомогою зміни напруги статора видно, що вона містить перехресні зв'язки за проєкціями вектору струму статора. Якщо компенсувати або звести до мінімуму вплив цих перехресних зв'язків, то зміною проєкцій вектора напруги статора можна незалежно задавати значення потокозчеплення ротора та швидкості двигуна. При цьому канали керування потокозчепленням та швидкістю будуть розділені подібно двигуну постійного струму з незалежним збудженням. Зробимо припущення, що перехресні зв'язки за проєкціями вектора струму статора компенсовані, а внутрішній контур струму оптимізовано за технічним критерієм, тоді об'єкт керування електромеханічної системи опишеться наступним чином [8]

$$W_0(s) = \frac{1.5 \cdot p_{\text{пн}} \cdot k_2}{J \cdot k_c \cdot (T \cdot s + 1) \cdot s}$$

де  $s$  – оператор Лапласа;  $p_{\text{пн}}$  – число пар полюсів асинхронного двигуна;  $k_2 = L_m/L_2$  – безрозмірний коефіцієнт;  $L_m$  – індуктивність контуру намагнічування, Гн;  $L_2$  – повна індуктивність фази ротора, Гн;  $J$  – момент інерції двигуна, кг · м/с<sup>2</sup>;  $k_c$  – коефіцієнт датчика струму статора, В/А;  $T$  – стала часу кола статора, с.

Перейдемо до синтезу оптимального регулятора максимальної складності з достатньою кількістю ланок коректування, що дорівнює кількості каналів керування електромеханічної системи. Вихідна конфігурація керуючого пристрою має дві ланки коректу-

вання у прямому каналі керування та каналі зворотного зв'язку. Якість перехідного процесу такої системи оцінюється узагальненим критерієм [2]

$$I_1 = \tilde{\alpha}_1 \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \left| (P_1(s) - \tilde{W}(s)) \right|^2 ds + \sum_{i=0}^{a_1} \gamma_{1i} \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \left| (U_1(s) - \tilde{W}(s)) \frac{1}{s^i} \right|^2 ds + \sum_{i=0}^{b_1} \lambda_{1i} \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} |s^i \tilde{W}(s)|^2 ds - \sum_{i=0}^{c_1} \zeta_{1i} \left( \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \tilde{W}(-s) \frac{1}{s+\beta_i} ds + \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \tilde{W}(s) \frac{1}{-s+\beta_i} ds \right);$$

$$I_2 = \tilde{\alpha}_2 \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \left| P_2(s) - (1 - \tilde{H}(s)) W_0(s) \right|^2 ds + \sum_{i=0}^{a_2} \gamma_{2i} \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \left| U_2(s) - (1 - \tilde{H}(s)) W_0(s) \frac{1}{s^i} \right|^2 ds + \sum_{i=0}^{b_2} \lambda_{2i} \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} |s^i \tilde{H}(s)|^2 ds - \sum_{i=0}^{c_2} \rho_i \left( \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \tilde{H}(-s) \frac{1}{s+\alpha_i} ds + \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \tilde{H}(s) \frac{1}{-s+\alpha_i} ds \right) - \sum_{i=0}^{c_1} \zeta_{2i} \left( \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \tilde{H}(-s) \frac{1}{s+\beta_i} ds + \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \tilde{H}(s) \frac{1}{-s+\beta_i} ds \right),$$

де  $\zeta_{1i}, \zeta_{2i}, \rho_i$  – множники Лагранжа;  $\tilde{\alpha}_1, \tilde{\alpha}_2, \gamma_{1i}, \lambda_{1i}, \gamma_{2i}, \lambda_{2i}$  – вагові коефіцієнти;  $\tilde{W}(s)$  – передатна функція системи відносно сигналу завдання;  $\tilde{H}(s)$  – передатна функція системи відносно завади, що накладена на сигнал керування;  $\alpha_i$  – додатні полюси передатної функції об'єкта керування;  $\beta_i$  – „додатні нулі“ передатної функції об'єкта керування;  $U_1(s)$  – бажана передатна функція відображення регулярної складової сигналу завдання;  $U_2(s)$  – бажана передатна функція відображення регулярної складової завади;  $P_1(s)$  – бажана передатна функція відображення випадкової складової сигналу завдання;  $P_2(s)$  – бажана передатна функція відображення випадкової складової завади.

Перші дві складові функціоналів  $I_1$  та  $I_2$  відображають критерій близькості дійсних передатних функцій до бажаних для регулярної та випадкової складової сигналів завдання  $g_1(t) + m(t)$  та завади  $g_2(t) + f(t)$ . Складові

$$\sum_{i=0}^{b_1} \lambda_{1i} \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} |s^i \tilde{W}(s)|^2 ds; \quad \sum_{i=0}^{b_2} \lambda_{2i} \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} |s^i \tilde{H}(s)|^2 ds$$

вводять до функціоналу обмеження на реалізованість ланок коректування. Показники степеня  $i$  та  $l$  обираються, виходячи з наступних умов реалізованості

$$i + 1 \geq p_0 - q_0; \quad l + 1 \geq p_0 - q_0,$$

де  $p_0$  – степінь полінома знаменника передатної функції об'єкта керування;  $q_0$  – степінь полінома чисельника передатної функції об'єкта керування.

Складові функціоналів  $I_1$  та  $I_2$

$$\begin{aligned} & \sum_{i=0}^{c_1} \zeta_{1i} \left( \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \widehat{W}(-s) \frac{1}{s+\beta_i} ds + \right. \\ & \quad \left. + \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \widehat{W}(s) \frac{1}{-s+\beta_i} ds \right); \\ & \sum_{i=1}^{c_2} \rho_i \left( \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \widetilde{H}(-s) \frac{1}{s+\alpha_i} ds + \right. \\ & \quad \left. + \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \widetilde{H}(s) \frac{1}{-s+\alpha_i} ds \right); \\ & \sum_{i=1}^{c_1} \zeta_{2i} \left( \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \widetilde{H}(-s) \frac{1}{s+\beta_i} ds + \right. \\ & \quad \left. + \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \widetilde{H}(s) \frac{1}{-s+\beta_i} ds \right) \end{aligned}$$

враховують обмеження на компенсацію пристроєм керування додатних нулів та полюсів передатної функції об'єкту керування.

За бажану передатну функцію відображення регулярної складової сигналу завдання  $g_1(t)$  приймемо  $U_1(s) = 1$ , а для регулярної складової сигналу завади  $g_2(t)$  оператор відображення  $-U_2(s) = 0$ , для випадкових складових  $P_1(s) = 0$  та  $P_2(s) = 0$ , причому синтезований пристрій керування повинен забезпечувати астатизм першого порядку відносно сигналу завдання. Оскільки об'єкт керування не містить „додатних нулів“ та полюсів, то складові, що вводять обмеження на компенсацію „додатних нулів“ та полюсів, до функціоналу не входять. Тоді функціонали для вирішення задачі оптимізації регулятора з достатньою кількістю ланок коректування приймають наступний вигляд

$$\begin{aligned} I_1 &= \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \left| \left( 1 - \widehat{W}(s) \right) \frac{1}{s} \right|^2 ds + \\ & \quad + \lambda_{11} \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} |s\widehat{W}(s)|^2 ds; \\ I_2 &= \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \left| \left( 1 - \widetilde{H}(s) \right) W_0(s) \right|^2 ds + \\ & \quad + \lambda_{21} \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} |s\widetilde{H}(s)|^2 ds. \end{aligned}$$

Введемо наступні позначення для першого функціоналу

$$\begin{aligned} S_1(s) &= \frac{1}{(s)(-s)} + \lambda_{11}(s)(-s); \\ S_2(s) &= \frac{1}{(s)(-s)} \end{aligned}$$

та для другого функціоналу

$$\begin{aligned} S_1(s) &= W_0(s)W_0(-s) + \lambda_{21}(s)(-s); \\ S_2(s) &= W_0(s)W_0(-s). \end{aligned}$$

Вирішення задачі оптимізації зводиться до знаходження таких передатних функцій як  $\widehat{W}(s)$  та  $\widetilde{H}(s)$ , що містять тільки від'ємні полюси та забезпечують мінімум функціоналам  $I_1$  та  $I_2$  відповідно. Для цього складається рівняння вигляду [2]

$$W_{\text{он}}(s) \cdot S_1(s) - S_2(s) = \Gamma(s),$$

до складу якого входять дві невідомі функції  $W_{\text{он}}(s)$  та  $\Gamma(s)$ , перша з яких має тільки від'ємні полюси, а інша – тільки додатні. Після вирішення наведеного рівняння для функціоналів  $I_1$  та  $I_2$  у загальному вигляді отримаємо вирази для оптимальних передатних функцій  $\widehat{W}(s)$  та  $\widetilde{H}(s)$  відповідно

$$W_{\text{он}}(s) = \frac{[S_2(s)/S_1^-(s)]_+}{S_1^+(s)},$$

де, виходячи з відношення

$$S_1(s) = S_1^+(s) \cdot S_1^-(s),$$

$S_1^+(s)$  – функція, що має всі „від'ємні нулі“ та полюси;  $S_1^-(s)$  – функція, що має всі „додатні нулі“ та полюси;  $[S_2(s)/S_1^-(s)]_+$  – правильний дріб з від'ємними полюсами та цілою частиною.

На основі приведенного алгоритму та завдання на проектування розрахуємо оптимальні передатні функції відносно сигналу завдання  $\widehat{W}(s)$  та відносно завади, що накладена на сигнал керування,  $\widetilde{H}(s)$ . Визначимо функції  $S_1^+(s)$  та  $S_1^-(s)$  для першого функціоналу

$$\begin{aligned} S_1^+(s) &= \frac{\lambda_{11} \left( s^2 + \sqrt[4]{\frac{4}{\lambda_{11}}} \cdot s + \sqrt{\frac{1}{\lambda_{11}}} \right)}{s}; \\ S_1^-(s) &= \frac{\left( s^2 - \sqrt[4]{\frac{4}{\lambda_{11}}} \cdot s + \sqrt{\frac{1}{\lambda_{11}}} \right)}{(-s)}. \end{aligned}$$

Після чого визначимо функцію  $S_2(s)/S_1^-(s)$

$$S_2(s)/S_1^-(s) = \frac{1}{s \left( s^2 - \sqrt[4]{\frac{4}{\lambda_{11}}} \cdot s + \sqrt{\frac{1}{\lambda_{11}}} \right)}.$$

Після розкладення отриманого виразу отримаємо елементарний дріб з від'ємними полюсами

$$[S_2(s)/S_1^-(s)]_+ = \frac{\sqrt{\lambda_{11}}}{s}.$$

Тоді оптимальна передатна функція системи відносно сигналу завдання буде мати вид

$$\widehat{W}(s) = \frac{R(s)}{L(s)} = \frac{1/\sqrt{\lambda_{11}}}{s^2 + \sqrt[4]{\frac{4}{\lambda_{11}}} \cdot s + \sqrt{\frac{1}{\lambda_{11}}}}.$$

З отриманого результату видно, що умова на реалізованість виконана, оскільки  $l - r = p_0 - q_0 = 2$ , а також рівність вільних коефіцієнтів означає, що система є астатичною відносно сигналу завдання, тобто обмеження, що накладені при проектуванні, виконані.

Тепер перейдемо до синтезу передатної функції  $\tilde{H}(s)$ . Запишемо функції  $S_1^+(s)$  та  $S_1^-(s)$  для другого функціоналу

$$S_1^+(s) = \frac{\lambda_{21} \cdot T^2(s+a) \cdot (s+b \cdot s+c)}{s \cdot (T \cdot s+1)};$$

$$S_1^-(s) = \frac{(s-a) \cdot (s^2-b \cdot s+c)}{(-s) \cdot (T \cdot s-1)},$$

де  $a = (((1/(27T^6) + k^2/(2L \times T^2))^2 - 1/(729T^{12}))^{1/2} + 1/(27 \times T^6) + k^2/(2L \cdot T^2))^{1/3} + 1/(9 \times T^4 \cdot ((1/(27 \cdot T^6) + k^2/(2L \cdot T^2))^2 - 1/(729T^{12}))^{1/2} + 1/(27 \cdot T^6) + k^2/(2L \cdot T^2))^{1/3}) + 1/(3T^2))^{1/2}$ ;

$b = 2 \cdot (1/(3 \cdot T^2) - 1/(18T^4 \cdot (((1/(27 \times T^6) + k^2/(2L \cdot T^2))^2 - 1/(729 \times T^{12}))^{1/2} + 1/(27T^6) + k^2/(2L \times T^2))^{1/3})) - (((1/(27 \cdot T^6) + k^2/(2L \times T^2))^2 - 1/(729T^{12}))^{1/2} + 1/(27 \times T^6) + k^2/(2L \cdot T^2))^{1/3})/2)^{1/2}$ ;

$c = 1/(3T^2) - (((1/(27T^6) + k^2/(2L \times T^2))^2 - 1/(729T^{12}))^{1/2} + 1/(27 \times T^6) + k^2/(2L \cdot T^2))^{1/3})/2 - 1/(18 \times T^4 \cdot (((1/(27T^6) + k^2/(2L \cdot T^2))^2 - 1/(729T^{12}))^{1/2} + 1/(27T^6) + k^2/(2L \cdot T^2))^{1/3}))$ .

Функція  $S_2(s)/S_1^-(s)$  визначиться наступним чином

$$S_2(s)/S_1^-(s) = \frac{-k^2}{s \cdot (T \cdot s+1) \cdot (s-a) \cdot (s^2-b \cdot s+c)}.$$

Тоді  $[S_2(s)/S_1^-(s)]_+$  для другого функціоналу має вигляд

$$[S_2(s)/S_1^-(s)]_+ = \frac{e}{s} + \frac{f}{T \cdot s+1},$$

де

$$e = \frac{k}{a \cdot c};$$

$$f = \frac{-k^2 \cdot T^4}{(a \cdot T+1) \cdot (c \cdot T^2+b \cdot T+1)}.$$

Оптимальна передатна функція системи відносно завади, що накладена на сигнал завдання, має вигляд

$$\tilde{H}(s) = \frac{(e \cdot T+f) \cdot (s+1)}{e \cdot T^2 \cdot \lambda_{21}(s+a) \cdot (s^2+b \cdot s+d)},$$

з аналізу якої видно, що умова на реалізованість виконана, оскільки  $n - m = p_0 - q_0 = 2$ .

Передатні функції пристрою керування відносно прямого каналу керування та зворотного зв'язку для сукупності пристроїв з достатньою кількістю ланок коректування визначаються співвідношеннями

$$A_1(s) = \frac{\tilde{W}(s)}{W_0(s)(1-\tilde{H}(s))} = \frac{R(s)P_0(s)N(s)}{L(s)Q_0(s)(N(s)-M(s))};$$

$$A_2(s) = \frac{\tilde{H}(s)}{W_0(s)(1-\tilde{H}(s))} = \frac{P_0(s)M(s)}{Q_0(s)(N(s)-M(s))},$$

де прийняті наступні позначення

$$W_0(s) = \frac{Q_0(s)}{P_0(s)};$$

$$\tilde{W}(s) = \frac{R(s)}{L(s)};$$

$$\tilde{H}(s) = \frac{M(s)}{N(s)}.$$

Для структури пристрою керування з ланками коректування у прямому каналі та каналі зворотного зв'язку (рис. 2) передатні функції регуляторів визначаються як

$$W_1(s) = A_1(s) = \frac{\tilde{W}(s)}{W_0(s)(1-\tilde{H}(s))} = \frac{R(s)P_0(s)N(s)}{L(s)Q_0(s)(N(s)-M(s))};$$

$$W_2(s) = \frac{A_2(s)}{W_1(s)} = \frac{A_2(s)}{A_1(s)} = \frac{\tilde{H}(s)}{\tilde{W}(s)} = \frac{M(s)L(s)}{N(s)R(s)}.$$

Підставляючи вирази для  $\tilde{W}(s)$  та  $\tilde{H}(s)$ , отримуємо значення передатних функцій ланок корегування

$$W_1(s) = \frac{G_1 \cdot s \cdot (T \cdot s+1)(s+a) \cdot (s^2+b \cdot s+d)}{(s^2+4\sqrt{\frac{4}{\lambda_{11}}} \cdot s + \sqrt{\frac{1}{\lambda_{11}}})(G_2 \cdot s^3+G_3 \cdot s^2+G_4 \cdot s+G_5)},$$

де

$$G_1 = \frac{e \cdot T^2 \cdot \lambda_{21} \cdot J \cdot k_c}{\sqrt{\lambda_{11}} \cdot 1.5 \cdot p_{\text{нп}} \cdot k_2}; G_2 = \lambda_{21} \cdot T^2 \cdot e;$$

$$G_3 = (\lambda_{21} \cdot T^2 \cdot a \cdot e + \lambda_{21} \cdot T^2 \cdot b \cdot e);$$

$$G_4 = \left( \frac{\lambda_{21} \cdot T^2 \cdot d \cdot e - T \cdot e - f}{\lambda_{21} \cdot T^2 \cdot a \cdot b \cdot e} \right);$$

$$G_5 = \lambda_{21} \cdot a \cdot d \cdot e \cdot T^2 - e \cdot T - f.$$

$$W_2(s) = \frac{\sqrt{\lambda_{11}}(e \cdot T+f) \cdot (s+1) \left( s^2+4\sqrt{\frac{4}{\lambda_{11}}} \cdot s + \sqrt{\frac{1}{\lambda_{11}}} \right)}{e \cdot T^2 \cdot \lambda_{21}(s+a) \cdot (s^2+b \cdot s+d)},$$

де

$$G_6 = \frac{\sqrt{\lambda_{11}}(e \cdot T+f)}{e \cdot T^2 \cdot \lambda_{21}}.$$

Розрахунок пристрою керування максимальної складності було виконано для асинхронного двигуна з короткозамкненим ротором 4A90L2Y3. Отримані передатні функції ланок корегування у прямому каналі  $W_1(s)$  та каналі зворотного зв'язку  $W_2(s)$  дорівнюють

$$W_1(s) = \frac{1.389 \cdot 10^{-4} \cdot s^5 + 0.802 \cdot s^4 + 2.311 \cdot 10^3 \cdot s^3 + 3.385 \cdot 10^6 \cdot s^2 + 3.162 \cdot 10^8 \cdot s}{0.032 \cdot s^5 + 180.072 \cdot s^4 + 2.213 \cdot 10^4 \cdot s^3 + 4.996 \cdot 10^5 \cdot s^2 + 5.569 \cdot 10^6 \cdot s - 8.866 \cdot 10^{-9}};$$

$$W_2(s) = \frac{0.49 \cdot s^3 + 732.133 \cdot s^2 + 1.826 \cdot 10^4 \cdot s + 2.276 \cdot 10^5}{1 \cdot 10^{-5} \cdot s^3 + 0.057 \cdot s^2 + 160.651 \cdot s + 2.276 \cdot 10^5}.$$

Під час синтезу ланок були прийняті наступні значення вагових коефіцієнтів, що входять до складу функціоналу оцінки якості системи

$$\lambda_{11} = 1 \cdot 10^{-11};$$

$$\lambda_{21} = 1 \cdot 10^{-5}.$$

Графіки перехідних процесів (рис. 2) пуску та накидання навантаження підтверджують правильність розрахунку пристрою керування: швидкість усталеного режиму роботи відповідає сигналу завдання, система стійка, астатична до прикладеного номінального навантаження.

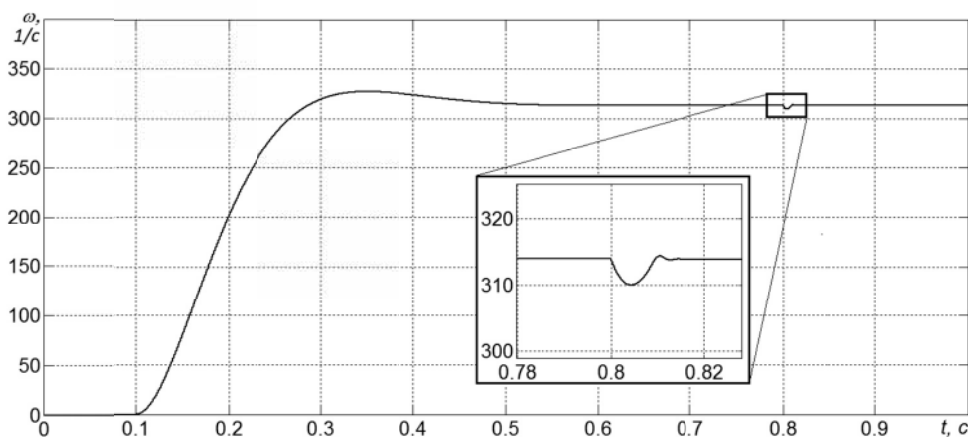


Рис. 2. Графік перехідного процесу під час пуску синтезованої електромеханічної системи за швидкістю двигуна  $\omega(t)$

**Висновки.** Отримані структура та параметри оптимального пристрою керування швидкості асинхронного двигуна з короткозамкненим ротором з передатною функцією високого порядку визначають верхню межу допустимої сукупності оптимальних пристроїв для подальшого багатокритеріального конструювання системи керування електромеханічною системою.

**Список літератури / References**

1. Садовой А.В. Системы оптимального управления прецизионными электроприводами / А.В. Садовой, Б.В. Сухинин, Ю.В. Сохина – К.: ИСИМО, 1996. – 298 с.  
 Sadovoy, A.V. (1996), *Sistemy opyimalnogo upravleniya pretseziionnymi elektroprivodami* [Optimal Control Systems of Precision Electric Drive], ISIMO, Kiev, Ukraine  
 2. Зотов М.Г. Многокритериальное конструирование систем автоматического управления / Зотов М.Г. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2004. – 375 с.  
 Zotov, M.G. (2004), *Mnogokriterialnoye konstruirovaniye sistem avtomaticheskogo upravleniya* [Multicriteria Design of Automatic Control Systems], BINOM. Laboratoriya znaniy, Moscow, Russia.  
 3. Щур І.З. Оптимальне за нагріванням керування позиційним електроприводом оптичного телескопа / І.З. Щур, В.М. Журкіна // Вісник Кременчуцького

державного політехнічного університету. Наукові праці КДПУ. – 2004. – № 4 (27) – С. 51–54.  
 Shchur, I.Z. (2004), “Optimal heating control of the optical telescope positional electric drive”, *Transactions of Kremenchuk State Polytechnic University*, no. 4(27), pp. 51–54.  
 4. Кудин В.Ф., Аналитическое конструирование субоптимальных регуляторов для многомерных динамических систем: тези допов. XIII міжн. наук.-техн. конф. (25–28 вересня 2006р.); розд. Автоматика / В.Ф. Кудін, А.В. Торопов – Вінниця, 2006. – С. 30–31.  
 Kudin, V.F. (2006), “Analytical design of suboptimal controllers for multi-dimensional dynamical systems”, *Proc. of the 8th Int. Scientific-Technical Conference, section Automatics*, Vinnytsia, September 25-28, 2006, pp. 30–31.  
 5. Волянский Р.С. Синтез оптимальной системы управления нелинейным объектом / Р.С. Волянский, А.В. Садовой // Вісник Кременчуцького Державного Політехнічного Університету: Наукові Праці КДПУ. – 2000. – Вип. 2(9). – С. 20–22.  
 Volyanskiy R.S. (2000), “Synthesis of optimal control system for nonlinear object”, *Transactions of Kremenchuk State Polytechnic University*, no. 2(9), pp. 20–22.  
 6. Бешта О.С. Система компенсації пульсацій моменту в електроприводі на базі синхронного двигуна із

вбудованими постійними магнітами / О.С. Бешта, С.Г. Фурса, А.І. Прохоров // Науковий вісник НГУ. – 2011. – №. 2. – С. 120–125.

Beshta, O.S. (2011), "Torque ripple compensation system of electric drive in interior permanent magnet synchronous motor", *Naukovyi Visnyk Natsionalnoho Hirnychoho Universytetu*, no. 2, pp. 120–125.

7. Бешта О.С. Принципи підвищення енергоефективності виробничих комплексів геотехнічних систем / О.С. Бешта // Науковий вісник НГУ. – 2011. – №. 6. – С. 99–106.

Beshta, O.S. (2011), "Principles of geotechnical system production complexes power efficiency improvement", *Naukovyi Visnyk Natsionalnoho Hirnychoho Universytetu*, no. 6, pp. 99–106.

8. Bose, Bimal K. (2001), *Modern Power Electronics and AC Drives*, Prentice Hall PTR, Upper Saddle River.

**Цель.** Конструирование оптимального устройства управления скоростью асинхронного двигателя с короткозамкнутым ротором с передаточной функцией высокого порядка.

**Методика.** Для расчета оптимального регулятора скорости был использован квадратичный интегральный критерий качества, который позволяет получить аналитическое решение задачи синтеза. Задача оптимизации решается путем минимизации функционалов, которые отображают требования к качеству работы электромеханической системы и ограничения, учитывающие практическую реализацию системы управления.

**Результаты.** Получены передаточные функции системы относительно сигнала управления и наложенной помехи, на основании которых определены структуры и параметры передаточных функций корректирующих звеньев в прямом канале и канале обратной связи. С помощью математического моделирования подтверждено соответствие сконструированного управляющего устройства заданию на проектирование.

**Научная новизна.** Получены аналитические выражения для определения параметров корректирующих звеньев в канале управления и канале обратной связи.

**Практическая значимость.** Выполнено обоснование выбора критерия качества и наложенных на систему управления ограничений, на основании которых выполняется конструирование управляющего устройства. При многокритериальной оптимизации регулятора скорости асинхронного двигателя с короткозамкнутым ротором необходимо синтезировать допустимую совокупность устройств, в пределах которой выполняется поиск оптимального варианта

на основании выдвинутых критериев качества. Рассчитанный регулятор предельной сложности определяет верхний предел допустимой совокупности устройств. Для дальнейшего расчета оптимального устройства управления электромеханической системой необходимо рассчитать регулятор минимального порядка, а также в полученной области выполнить многокритериальный анализ управляющих устройств с передаточными функциями заданного порядка.

**Ключевые слова:** оптимальное регулирование, многокритериальное конструирование, квадратичный интегральный критерий качества

**Purpose.** To design the optimal squirrel-cage motor speed control device with high order transfer function.

**Methodology.** For the estimation of the optimal speed controller we have used the quadratic integral performance criterion, which allows obtaining the analytical solution for the synthesis problem. The optimization problem has been solved by minimization of the functional, which reflects the requirements and limitations of the electromechanical system.

**Findings.** The transfer functions of the system with respect to the control signal and the superimposed noise have been obtained. The structure and parameters of the correction link transfer functions in the direct and feedback channels have been defined. Using mathematical simulation the capability of the constructed control device to design task has been confirmed.

**Originality.** To define parameters of the correction link in the direct and feedback channels the analytic expressions have been obtained.

**Practical value.** For the control device design the choice of the quality criteria and the control system limitations have been justified. For multi criteria optimization of the induction motor speed control the acceptable group of devices, within which the best option for necessary quality criteria is searched, must be synthesized. The calculated controller with maximum difficulty defines the upper bound of the acceptable group of control devices. For the subsequent synthesis of the optimal control device for the electromechanical system the controller with minimum difficulty must be estimated. Multicriteria analysis of the control devices with predetermined transfer function order within the acceptable group of devices must be carried out.

**Keywords:** optimal control, multicriteria design, quadratic integral performance criterion

*Рекомендовано до публікації докт. техн. наук С.І. Віпанасенком. Дата надходження рукопису 21.05.13.*