

# ГЕОТЕХНІЧНА І ГІРНИЧА МЕХАНІКА, МАШИНОБУДУВАННЯ

УДК 621.833.1.001.2

О.Е. Васильєва<sup>1</sup>, канд. техн. наук, доц.,  
І.В. Кузьо<sup>2</sup>, д-р техн. наук, проф.

1 – Львівський державний університет безпеки життєдіяльності, м.Львів, Україна, e-mail: Vassabi13@ukr.net  
2 – Національний університет „Львівська політехніка“, м.Львів, Україна

## ОПТИМІЗАЦІЯ КОНСТРУКТИВНИХ ЕЛЕМЕНТІВ ВАЛІВ РЕДУКТОРІВ ПРИВОДІВ ШАХТНИХ СКРЕБКОВИХ КОНВЕЄРІВ

O.E. Vasylieva<sup>1</sup>, Cand. Sci. (Tech.), Assoc. Prof.,  
I.V. Kuzio<sup>2</sup>, Dr. Sci. (Tech.), Prof.

1 – Lviv State University of Life Safety, Lviv, Ukraine,  
e-mail: Vassabi13@ukr.net  
2 – National University Lviv Polytechnic, Lviv, Ukraine

## OPTIMIZATION OF STRUCTURAL ELEMENTS OF DRIVE GEARBOX SHAFTS OF MINE SCRAPER CONVEYORS

**Мета.** Розробка оптимізаційної імітаційної моделі для синтезу оптимальних конструктивних параметрів валів редукторів з використанням інформаційних технологій.

**Методика.** Для розв'язування цієї задачі використаний метод Монте-Карло, що полягає у створенні за допомогою інформаційних технологій послідовності псевдовипадкових чисел в інтервалі  $[0;1]$ . Ці числа за допомогою спеціальної залежності перетворюються у значення параметрів, що оточені  $m$ -мірним паралелепіпедом. У випадку, коли ці параметри відповідають оптимальним значенням, про що вказує допустиме значення ймовірності попадання значень конструктивних параметрів в область допустимих розв'язків, яка оточена  $m$ -мірним паралелепіпедом, процес розрахунку зупиняється.

**Результати.** Отримані значення конструктивних параметрів є оптимальними з ймовірністю до 0,95 за необхідної міцності та експлуатаційної надійності, що забезпечують втомну міцність, міцність на згин і кручення та необхідну жорсткість і вібростійкість. Визначені за допомогою інформаційних технологій конструктивні параметри відповідні розрахунковим результатам.

**Наукова новизна.** Уперше розроблена й запропонована оптимізаційна імітаційна модель з використанням інформаційних технологій, що дозволяє в десятки разів підвищити продуктивність процесу проектування.

**Практична значимість.** Рекомендується для впровадження в інженерну конструкторську практику та в навчальний процес вищих технічних навчальних закладів при розробленні конструкцій не тільки приводів скребкових конвеєрів, але й приводів різних об'єктів машинобудування. Розроблений на основі запропонованої оптимізаційної імітаційної моделі пакет прикладних програм мовою Borland Delphi ver. 6. для роботи в середовищі Windows XP дає можливість дуже легко впроваджувати процес проектування валів у конструкторську практику.

**Ключові слова:** оптимізація, параметри вала, імітаційна модель, міцність вала

**Постановка проблеми.** Основною проблемою сучасного машинобудування є забезпечення обґрунтованого вибору оптимальних параметрів запроєктованої конструкції, особливо це відноситься до шахтних конструкцій, що працюють в умовах можливих значних перевантажень. Проблемами структурного синтезу та параметричної оптимізації різних конструкцій займалися відомі вчені: І.І. Артоболевський, М.Д. Генкін, Є.М. Герасимов, А.Ф. Кіріченко, П.Л. Носко, Б.І. Кіндрацький та багато інших. Стосовно зубчастих

передач редукторів, питаннями оптимізації конструктивних елементів займалися К.І. Заблонський, А.Ф. Кіріченко, В.П. Шишов, М.Л. Утугов та інші. Але розроблені ними методи стосуються лише окремих елементів зубчастих коліс і валів передачі без використання інформаційних технологій. Тому ставиться задача розробити таку методологію, що дозволила би синтезувати всі основні оптимальні параметри розроблених конструкцій валів згідно з їх службовим призначенням з використанням інформаційних технологій. Постановка такої задачі є актуальною й необхідною на сучасному етапі розвитку техніки та технологій.

**Аналіз останніх досягнень і публікацій.** Розробкою різних методик розрахунку та проектування технічних об'єктів, у тому числі й валів для технологічних об'єктів, з використанням інформаційних технологій, займалася велика кількість дослідників наукових і проектно-конструкторських інститутів, а також вищих навчальних закладів України та світу. Результатом цих робіт є розробка й впровадження в конструкторську практику таких систем, як **APM WinMachine, MDesign, Компас, T-Flex**, спеціальних програм (**Дешифр, DMCost, DMNS, Привод**) та інших. Значний вклад у цей напрям внесли такі вищі навчальні заклади, як Східноукраїнський національний університет ім. В. Даля, Донецький національний технічний університет, Національний університет „КПІ“, Донбаська державна машинобудівна академія, Національний університет „Львівська політехніка“ та багато інших.

Аналізуючи наведені системи інформаційних технологій та методики їх використання для розрахунку та проектування різних технічних конструкцій, можна зауважити, що з їх допомогою можна отримати певні результати, але вони не можуть визначити оптимальні параметри об'єкта проектування, тому що вони використовують тільки відомі розрахункові залежності та не враховують необхідні для кожної відповідної конструкції критерії оптимізації. Тому була поставлена мета до певної міри ліквідувати цю прогалину при визначенні конструктивних параметрів валів редукторів приводів шахтних скребкових конвеєрів, що повинні мати високу експлуатаційну надійність.

**Мета роботи.** На підставі результатів теоретичних і експериментальних досліджень розробити оптимізаційну імітаційну математичну модель синтезу конструктивних параметрів валів циліндричних редукторів з використанням інформаційних технологій.

Розглянемо розв'язання цього питання на прикладі синтезу конструктивних параметрів ведучого та веденого валів циліндричної зубчастої передачі редукторів приводів шахтних скребкових конвеєрів.

**Вклад основного матеріалу.** Оптимізаційна імітаційна модель синтезу конструктивних параметрів валів передачі. Для циліндричних зубчастих передач редукторів приводів шахтних скребкових конвеєрів за конструкцією використовують, головним чином, три види валів: ступінчастий (ведучий або ведений, рис. 1, а), ступінчастий проміжний (рис. 1, б) або ступінчастий із нарізаним на ньому зубчастим вінцем (вал-шестерня) (рис. 1, в).

Для розроблення імітаційної моделі найбільш доцільно використовувати алгоритмічну форму її представлення для імітації фізичного процесу забезпечення необхідної міцності вала за рахунок оптимізації конструктивних параметрів. Така математична модель записується у вигляді алгоритму, тобто в послідовності обчислень. У залежності від частоти обертання  $n$  вали поділяють на *тихохідні* ( $n \leq 300$  хв<sup>-1</sup>) та *швидкохідні*.

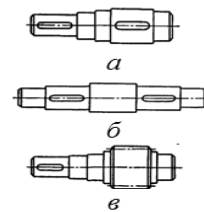


Рис. 1. Конструктивні види валів

Для тихохідних валів критерієм міцності є *статична міцність*, а для швидкохідних – *втомне руйнування*. Вали, що мають значні відстані між опорами в порівнянні з їх діаметром, можуть бути недостатньо жорсткими в поперечному напрямку, що може спричинити порушення якості зачеплення зубчастих коліс, заклинювання опор, зменшення кінематичної точності передачі або недопустимі поперечні коливання валів. Тому необхідно виконувати розрахунок валів на *жорсткість*. Крім цього, у випадку, коли частота збурюючих сил стає рівною частоті власних коливань, настає явище резонансу. Кутова швидкість вала, що відповідає резонансним коливанням, називають критичною кутовою швидкістю  $\omega_{кр}$ . У цьому випадку необхідно виконувати розрахунок вала для *запобігання поперечних коливань*.

Умову *статичної міцності* валів приймають у вигляді [1]

$$\sigma_{E\max} = \sigma_E K_{II} \leq [\sigma]_E, \quad (1)$$

де  $\sigma_{E\max}$  – максимальне еквівалентне напруження в небезпечному перерізі вала, МПа;  $\sigma_E$  – еквівалентне напруження в небезпечному перерізі вала, що визначають за номінальним навантаженням, МПа;  $K_{II}$  – коефіцієнт, що враховує короточасні перевантаження;  $[\sigma]_E = 0,8 \sigma_T$  [6] – допустиме еквівалентне напруження, МПа;  $\sigma_T$  – границя текучості матеріалу вала, що характеризує механічну характеристику тієї чи іншої марки сталі, МПа.

У свою чергу

$$\sigma_E = \sqrt{(\sigma_{зг} + \sigma_a)^2 + 4\tau^2},$$

де  $\sigma_{зг}$  – напруження згину вала, МПа;  $\sigma_a$  – осьові напруження розтягу або стиснення, виникають у випадку, коли кут нахилу зубців  $\beta$  колеса більше нуля, МПа;  $\tau$  – напруження кручення, МПа.

Складові напруження залежності (2) визначають за залежностями

$$\sigma_{зг} = \frac{32M_{\max}}{\pi d^3}; \quad \sigma_a = \frac{4F_t \operatorname{tg} \beta}{\pi d^2}; \quad \tau = \frac{16T}{\pi d^3},$$

де  $d$  – діаметр вала в небезпечному перерізі, мм;

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{16T}{\pi[\tau]}}, \quad (2)$$

а  $[\tau] = 35 \dots 40$  МПа – допустиме напруження кручення, яке спеціально занижено за умови, що на вал діють одночасно крутний та згинальні моменти; значення обертового моменту  $T$  в Н·мм на ведучому зубчастому колесі можна визначити, виходячи з потужності  $P$ , що передається валом, та частоти обертання вала  $n$

$$T = \frac{30 \cdot 10^6 Pu}{\pi n}, \quad (3)$$

де  $P$  – потужність, що передається валом, кВт;  $n$  – частота обертання вала, хв.<sup>-1</sup>;  $u$  – передаточне число від електродвигуна до вала, що розраховується (наприклад, якщо обертовий момент передається на ведучий вал від електродвигуна через муфту, то в цьому випадку  $u = 1$ ; для веденого вала  $u = u_{12}$  і т. д., але при багатоступеневому редукторі ведений вал першої передачі буде ведучим для обертового моменту наступної передачі і т. д.).

Крім цього, необхідно визначити діаметр  $d_n$  в мм опори вала під підшипник

$$d_n = d - 3. \quad (4)$$

Значення  $d_n$  округлити до цілого числа таким чином, щоб отриманий результат був кратний 5 і  $d_n$  повинен бути меншим значення  $d$ .

Для визначення максимального згинального моменту необхідно знати відстані від середини опор вала до його середнього перерізу під зубчастим колесом із діляльним діаметром  $d_1$ . Ці відстані  $a$  та  $b$  в мм залежать від типу редуктора, а сам редуктор може бути одноступеневим, двоступеневим і т. д. Тобто, відстані від опор до середнього перерізу під зубчастим колесом залежать від кількості ступенів  $z_c$  редуктора [5]. При  $z_c = 1$

$$a = b = 0,5(l_m + 2\delta + B), \quad (5)$$

де  $l_m$  – довжина маточини зубчастого колеса, мм (у випадку, якщо проектується вал-шестерня, то значення  $l_m$  повинно дорівнювати ширині зубчастого вінця  $b_g$ );  $\delta$  – зазор від торця колеса до корпусу редуктора, мм

$$\delta = m_n + 8, \quad (6)$$

де  $m_n$  – модуль нормальний зубчастого колеса, мм;  $B$  – ширина підшипника, мм. Значення  $B$  для кулькових радіально-упорних однорядних підшипників, які найбільше використовуються для редукторів із зубчастими колесами, що мають кут нахилу зубців  $\beta$ , можна визначити за залежністю

$$B = 0,4d_n + 7. \quad (7)$$

У випадку, коли  $z_c = 2$  і більше

$$a = 0,5l_m + \delta + 0,5B); \quad (8)$$

$$b = 1,8l_m + \delta + 0,5B). \quad (9)$$

Максимальний згинальний момент  $M_{\max}$  в Н·мм завжди є більшим на ведучому зубчастому колесі при однакових крутних моментах, тому цю обставину враховують при розрахунках як ведучих, так і ведених валів, а його значення визначають за залежністю

$$M_{\max} = \sqrt{(M_r + M_a)^2 + M_t^2},$$

де  $M_r$  – згинальний момент в Н·мм від радіальної сили  $F_r$  (Н), що дорівнює  $F_r = F_t \operatorname{tg} \alpha_n / \cos \beta$ ;  $F_t$  – колова сила на діляльному колі  $d_1$  в мм зубчастого колеса, що залежить від величини обертового моменту  $T$  в Н·мм, що діє на вал;  $F_t = 2T/d_1$ , Н.

$$M_r = \frac{F_t \operatorname{tg} \alpha_n ab}{\cos \beta (a + b)},$$

де  $\alpha_n$  – кут зачеплення зубчастої передачі;  $\beta$  – кут нахилу зубців;  $M_a$  – згинальний момент від осьової сили  $F_a$ , Н·мм;  $F_a = F_t \operatorname{tg} \beta$ , Н.

$$M_a = \frac{0,5F_t d_1 a \cdot \operatorname{tg} \beta}{a + b},$$

де  $M_t$  – згинальний момент від колової сили  $F_t$ , Н·мм.

$$M_t = \frac{F_t ab}{a + b}.$$

Розрахунок валів на **втомне руйнування** виконують у вигляді перевірки коефіцієнта запасу міцності  $s$  у небезпечному перерізі вала за умовою [2]

$$s \geq [s] = 1,5 \dots 2,5, \quad (10)$$

де  $[s]$  – допустиме значення коефіцієнта запасу міцності.

Коефіцієнт запасу міцності визначають за залежністю

$$s = \frac{s_\sigma s_\tau}{\sqrt{s_\sigma^2 + s_\tau^2}},$$

де  $s_\sigma, s_\tau$  – коефіцієнти запасу міцності за нормальними та дотичними напруженнями відповідно.

Значення коефіцієнтів  $s_\sigma, s_\tau$  визначають за залежностями

$$s_\sigma = \frac{0,45\sigma_a}{\frac{M_{\max} K_\sigma}{0,1d^3 K_d} + \frac{4F_t \operatorname{tg} \beta (0,02 + 2 \cdot 10^{-4} \sigma_a)}{\pi d^2}};$$

$$s_\tau = \frac{0,25\sigma_a}{\frac{T}{0,4d^3} \left( \frac{K_\tau}{K_d} + 0,5(0,02 + 2 \cdot 10^{-4} \sigma_a) \right)},$$

де  $\sigma_a$  – границя міцності матеріалу вала, МПа.

$$\sigma_a = 488 \ln \sigma_T - 2265,$$

де  $\sigma_T$  – границя текучості матеріалу вала, МПа;  $K_\sigma$ ,  $K_\tau$  – коефіцієнти концентрації напружень;  $K_d$  – коефіцієнт, що враховує абсолютний розмір перерізу вала, тобто його діаметр.

Значення коефіцієнтів  $K_\sigma$ ,  $K_\tau$  і  $K_d$  можна визначити за залежностями [3, 4]

$$K_\sigma = 0,46 \left( \frac{d}{d_t} \right)^{0,74} \left( \frac{r}{d_n} \right)^{-0,23} \sigma_a^{0,08},$$

де  $r$  – радіус перехідної галтелі від діаметра  $d_n$  до діаметра  $d$ , мм; значення  $r$  приймають з використанням залежності

$$r = 0,182 d_n^{0,72};$$

$$K_\tau = 0,49 \left( \frac{d}{d_t} \right)^{0,59} \left( \frac{r}{d_n} \right)^{-0,12} \sigma_a^{0,08};$$

$$K_d = 2,97 d^{-0,16} \sigma_a^{-0,11}.$$

Після визначення  $s$  перевіряють умову втомного руйнування за залежністю (10).

Умови достатньої **жорсткості вала** у процесі виникнення їх прогину та закручування можна записати так [1]

$$y \leq [y]; \quad \theta \leq [\theta]; \quad \varphi \leq [\varphi], \quad (11)$$

де  $[y]$  – допустимий прогин, мм;  $[\theta]$  – допустимий кут нахилу перерізів, рад;  $[\varphi]$  – допустимий кут закручування вала, рад.

Для вала, що знаходиться на двох опорах,  $y$  в мм

$$y = \frac{F_t \sqrt{1 + \left( \frac{\operatorname{tg} \alpha_n}{\cos \beta} \right)^2} (a+b)^3}{2,4 E d^4},$$

де  $E = 2 \cdot 10^5$  МПа – модуль пружності для сталевих виробів.

Кут нахилу  $\theta$  перерізу вала на опорі в рад

$$\theta = \frac{F_t \sqrt{1 + \left( \frac{\operatorname{tg} \alpha_n}{\cos \beta} \right)^2} a b (a+2b)}{0,3 E d^4 (a+b)}.$$

Кут  $\varphi$  закручування вала в рад

$$\varphi = \frac{T(a+b)}{0,1 G d^4},$$

де  $G = 8 \cdot 10^4$  МПа – модуль пружності при зсуві для сталевих виробів.

Отримані значення  $y$ ,  $\theta$  і  $\varphi$  перевіряють з допустимими за залежністю (11).

Для запобігання поперечних коливань вала необхідно, щоб фактична кутова швидкість обертання не попадала в зону резонансу. Відповідно до цієї умови, кутова швидкість вала  $\omega$  повинна знаходитись у межах критичних кутових швидкостей  $\omega_{kp}$

$$0,7 \omega_{kp} > \omega > 1,3 \omega_{kp}. \quad (12)$$

Значення критичної кутової швидкості визначають за залежністю, рад/с

$$\omega_{kp} = \sqrt{\frac{4,8 \cdot 10^5 d^4}{M(a+b)^3}}, \quad (13)$$

де  $M$  – маса зубчастого колеса, що насаджено на вал, кг. У випадку розрахунку веденого вала при  $z_c = 2$  і більше в залежність (13) необхідно підставляти масу двох коліс, що, наприклад, насажені на другий (ведений) вал, тобто  $M = M_{2,1} + M_{2,2}$ .

Отримане значення  $\omega_{kp}$  підставляємо до залежності (12).

У процесі розроблення імітаційної моделі необхідно також урахувати вибір марки матеріалу вала, що, у першу чергу, залежить від границі текучості  $\sigma_T$ . Наприклад, для вуглецевої якісної сталі 30  $\sigma_T = 294$  МПа, а для легованої сталі 40Х  $\sigma_T = 786$  МПа.

Основним показником експлуатаційної надійності зубчастої передачі є довговічність роботи кожного складового елемента та виробу загалом. Згідно із ДСТУ 2860-94, показником довговічності виробу є середній термін його служби  $T_{сер}$  у год, який можна визначити згідно з рекомендаціями [7] за залежністю

$$T_{сер} = N_0 / [n_u \cdot 60 (\sigma_E / \sigma_R)^k], \quad (14)$$

де  $N_0$  – базове число циклів напружень кривої витривалості (для валів  $N_0 = 10 \cdot 10^6$ );  $n_u$  – частота циклів напружень,  $\text{хв}^{-1}$  ( $n_u = n/u$ );  $\sigma_R$  – границя витривалості, МПа;  $k = 6$  – показник степені кривої витривалості.

Для визначення границі витривалості скористуємося відомими залежностями, на підставі яких отримаємо, МПа

$$\sigma_R = \sigma_{-1} = 0,45 \sigma_a = 220 \ln \sigma_T - 1019.$$

Експлуатаційна надійність зубчастої передачі буде повністю забезпечена в тому випадку, коли різниця між фактичним середнім терміном служби  $T_{сер}$ , що визначений за залежністю (14), і заданим технічною характеристикою приводу строком служби передачі  $h$  буде дорівнювати нулю. Безумовно, цього досягнути неможливо, але цю різницю можна наблизити до мінімального значення за рахунок оптимізації конструктивних параметрів з певною ймовірністю  $p$ .

Для розроблення **імітаційної моделі** скористуємося рекомендаціями роботи [6]. У цьому випадку

математична модель оптимізації та синтезу конструктивних параметрів вала може бути представлена так:

**функція мети**

$$[\sigma]_{Ei} - \sigma_{E\max i} \Rightarrow \min ; \quad (15)$$

**за критерієм**

$$|T_{\text{ред},i} - h| \Rightarrow \min ; \quad (16)$$

**за обмежень**

$$\begin{aligned} a_i &\leq \sigma_{Ti} \leq b_i; \\ s_i &\geq 1,5; \\ y_i &\leq [y]; \\ \theta_i &\leq [\theta]; \\ \varphi_i &\leq [\varphi]; \\ 0,7\omega_{\text{ед},i} &> \omega > 1,3\omega_{\text{ед},i}; \\ p_i &\geq [p], \end{aligned} \quad (17)$$

де  $[\sigma]_{Ei}$  – допустиме значення еквівалентних напружень, МПа;  $\sigma_{E\max i}$  – максимальне значення дійсних еквівалентних напружень, МПа;  $T_{\text{сер},i}$  – середній термін служби вала, год;  $h$  – встановлений строк служби передачі, год;  $\sigma_{Ti}$  – границя текучості матеріалу вала, МПа;  $s_i$  – коефіцієнт запасу міцності в небезпечних перерізах вала;  $y_i$  – дійсний прогин вала, мм;  $\theta_i$  – дійсний кут нахилу перерізів вала, рад;  $\varphi_i$  – дійсний кут закручування вала, рад;  $\omega$  – кутова швидкість обертання вала, рад/с;  $\omega_{\text{кр},i}$  – значення критичної кутової швидкості обертання вала, рад/с;  $a_1$  – мінімальне значення границі витривалості;  $b_1$  – максимальне значення границі витривалості;  $p_i$  – фактичне значення ймовірності попадання досліджуваного параметра в область допустимих розв’язків;

$$p_i = \frac{k_i}{N_i},$$

де  $k_i$  – кількість циклів попадання досліджуваного параметра в область допустимих розв’язків;  $N_i$  – загальна кількість випробувань для отримання оптимального результату;  $[p]$  – допустиме значення ймовірності для отримання оптимальних конструктивних параметрів вала, що проектується (максимальне значення  $[p]$  може приймати в межах 0,9...0,95).

Для синтезу оптимальних значень конструктивних параметрів вала скористуємося алгоритмічною формою представлення математичної моделі оптимізації (15)–(17) з використанням для її розв’язку метода Монте-Карло. У цьому випадку область допустимих розв’язків, що визначається обмеженнями (17) на змінні параметри та критерієм оптимізації (16), оточуємо  $m$ -мірним паралелепіпедом. За допомогою спеціальної програми ПЕОМ утворюємо послідовність псевдовипадкових чисел  $\mu_i$  в інтервалі  $[0;1]$ . Для перетворення псевдовипадкових чисел у значення параметрів, що оточені  $m$ -мірним паралелепіпедом, використовуємо залежність

$$\sigma_{Ti} = a_1 + \mu_i (b_1 - a_1), \quad (18)$$

де  $\sigma_{Ti}$  – значення границі текучості на  $i$ -му циклі розв’язання задачі;  $\mu_i$  – псевдовипадкове число на цьому циклі;  $a_1, b_1$  – відповідно, мінімальне та максимальне значення  $\sigma_T$ .

Алгоритмічна форма представлення математичної моделі оптимізації та синтезу конструктивних параметрів вала, тобто так звана імітаційна оптимізаційна модель, зображена на рис. 2...5, що включає до свого складу 39 блоків.

На рис. 2 зображена блок-схема алгоритму, що включає п’ять блоків.

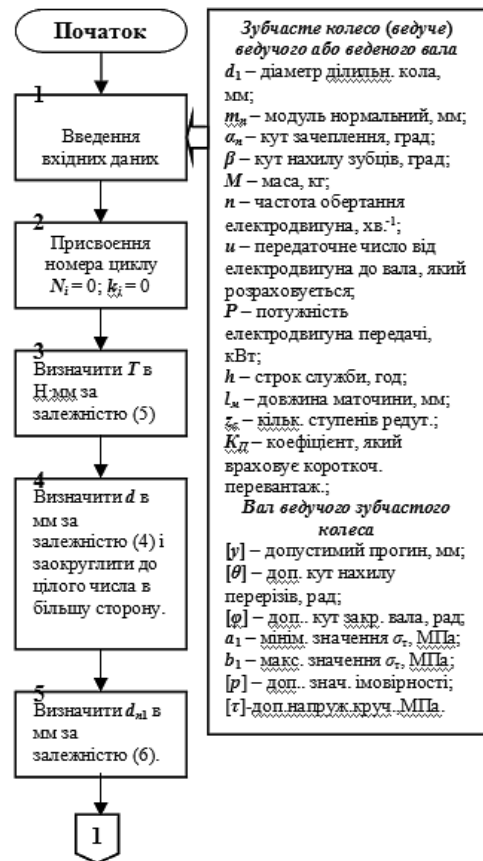


Рис. 2. Блок-схема алгоритму для введення вхідних даних, визначення діаметра вала та діаметра вала під підшипники

Після введення вхідних даних до блоку 1 виконується занулення циклів роботи системи у блоці 2. У блоці 3 починається розрахунок вала на **статичну міцність**, а саме визначається обертовий момент для вала, що розглядають, а в 4 блоці розраховується діаметр вала в небезпечному перерізі. У блоці 5 попередньо визначається діаметр шийки вала під підшипники.

Продовження розрахунків, що пов’язані з уточненням діаметра вала під підшипники, наведено в блоках 6...7 (рис. 3). У 8 блоці визначається тип редуктора, тобто встановлюється кількість його ступенів, а у блоках 9 і 10 визначаються, відповідно до типу редуктора, відстані від опор вала до небезпечних

перерізів. В 11 блоці розраховується колова сила  $F_t$  відповідно до обертового моменту на валу.

Видача псевдовипадкових чисел виконується у блоці 12, а у блоці 13 на підставі цих чисел визначається  $\sigma_{Ti}$  з використанням залежності (18). Блок 14 призначається для визначення значень допустимих еквівалентних напружень, що забезпечують міцність вала від дії згинальних і крутних моментів.

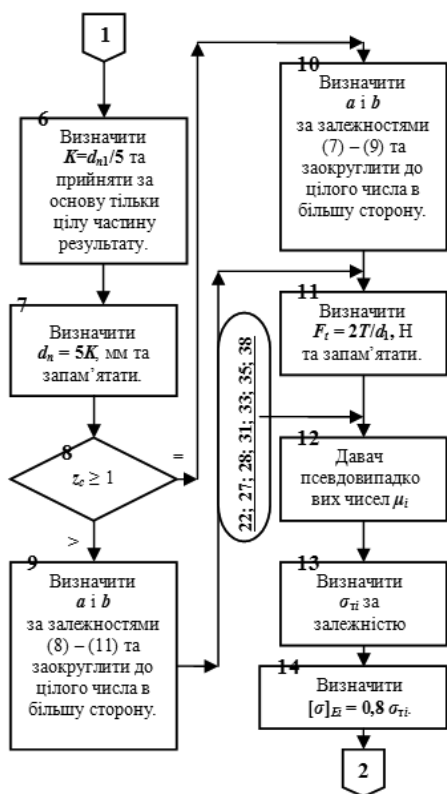


Рис. 3. Блок-схема алгоритму для уточнення діаметра вала під підшипники, визначення типу редуктора, кінематично-силових чинників передачі та генерації псевдовипадкових чисел

Визначення згинальних моментів та відповідних напружень, що діють у процесі роботи вала, визначаються у блоках 15...24 (рис. 4). У блоці 15 визначається радіус галтелі, що впливає на концентрацію напружень при переході від діаметра вала під підшипник до діаметра вала в небезпечному перерізі. У блоках 16...21 визначаються границя міцності матеріалу вала, згинальні та крутний моменти, максимально діючий момент та відповідні напруження, у тому числі й максимальне еквівалентне напруження.

Перевірка відповідності максимально діючих еквівалентних напружень допустимим виконується у блоці 22. У випадку, коли максимально діючі еквівалентні напруження більше допустимих, процес розрахунку повторюється із блоку 12. Цей процес повторюється до тих пір, поки буде виконуватись умова за залежністю (1). Тільки після цього починає працювати блок 23, в якому присвоюється номер циклу для визначення **втомної міцності** вала. У блоці 24 визначається границя витривалості матеріалу вала.

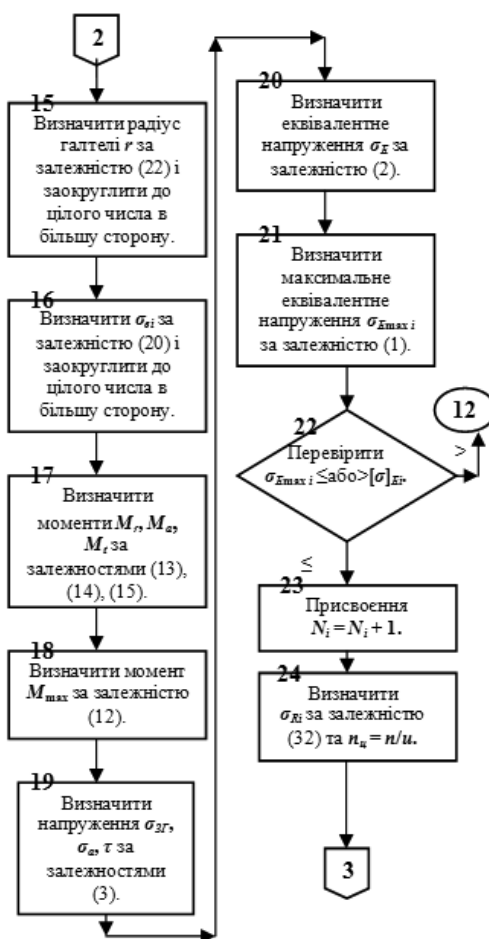


Рис. 4. Блок-схема алгоритму визначення згинальних моментів і напружень

Визначення терміну служби вала, критерію оптимізації, запасу міцності вала та чинників його жорсткості й вібростійкості наведено на рис. 5. У блоці 25 визначається розрахунковий середній термін служби вала, а у блоці 26 – критерій оптимізації. Блок 28 призначається для порівняння критерію оптимізації на відповідному циклі з критерієм, що визначався на попередньому циклі, але на першому циклі отримане значення критерію не можливо порівняти внаслідок відсутності значення попереднього циклу. Тому блок 27, при наявності тільки першого циклу, процес розрахунку відправляє до блоку 12. За допомогою блоків 29 і 30 визначається розрахунковий коефіцієнт запасу міцності за витривалістю вала, а у блоці 31 виконується його перевірка відповідності допустимим значенням. Після цього у блоці 32 починається розрахунок вала на **жорсткість**.

У блоках 33...39 закінчується визначення конструктивних елементів вала та виконується їх роздрукування (рис. 6). У блоці 33 виконується перевірка відповідності показників жорсткості допустимим значенням.

Розрахунок вала для запобігання **поперечних коливань** виконується у блоках 34 і 35. У випадку їх запобігання в роботу включається 36 та 37 блоки, що дозволяють визначити загальну кількість циклів, які забезпечують оптимальні значення конструктивних

параметрів вала та ймовірність попадання досліджуваного параметра в область допустимих розв'язків.

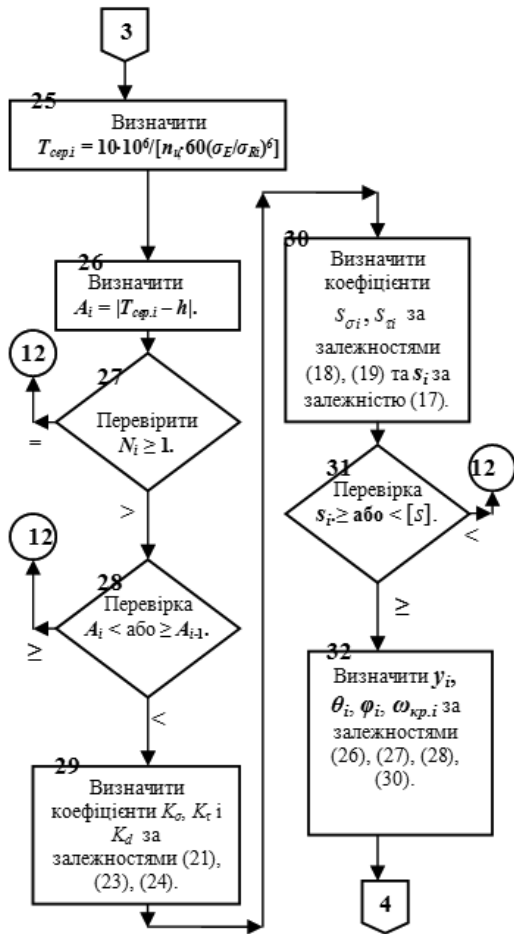


Рис. 5. Блок-схема алгоритму визначення терміну служби вала, критерію оптимізації, запасу міцності вала та чинників його жорсткості й вібростійкості

У блоці 38 порівнюється поточна ймовірність з допустимим значенням. Блок 39 виконує роздрукування отриманих результатів оптимізації.

Для реалізації оптимізаційної моделі визначення конструктивних параметрів вала був розроблений для ПЕОМ пакет прикладних програм у системі C++ для роботи в середовищі Windows XP. Оптимізація визначення конструктивних параметрів вала виконується згідно з послідовністю, що зображена на блок-схемі алгоритму (рис. 2), на ПЕОМ. Час роботи ПЕОМ становив 5...7 с для 5 тисяч випробувань (N<sub>і</sub> = 5000 циклів).

Для **прикладу** розглянемо визначення конструктивних параметрів проміжного вала двоступеневого редуктора: P = 27 кВт; n = 1450 хв<sup>-1</sup>; d<sub>1</sub> = 78 мм; m<sub>n</sub> = 3 мм; β = 14°; l<sub>m</sub> = 62 мм; α<sub>n</sub> = 20°; K<sub>D</sub> = 2,2; [τ] = 25 МПа; [γ] = 0,03 мм; [θ] = 0,01 рад; [φ] = 0,009 рад; a<sub>1</sub> = 294 МПа; b<sub>1</sub> = 786 МПа; h = 20500 год; [ρ] = 0,95.

**Результат** розрахунку: d = 42 мм; d<sub>n</sub> = 40 мм; l = 188 мм; r = 1 мм; підшипник 46308; матеріал сталь σ<sub>e</sub> = 600 МПа; p<sub>i</sub> = 0,96; s<sub>i</sub> = 2.

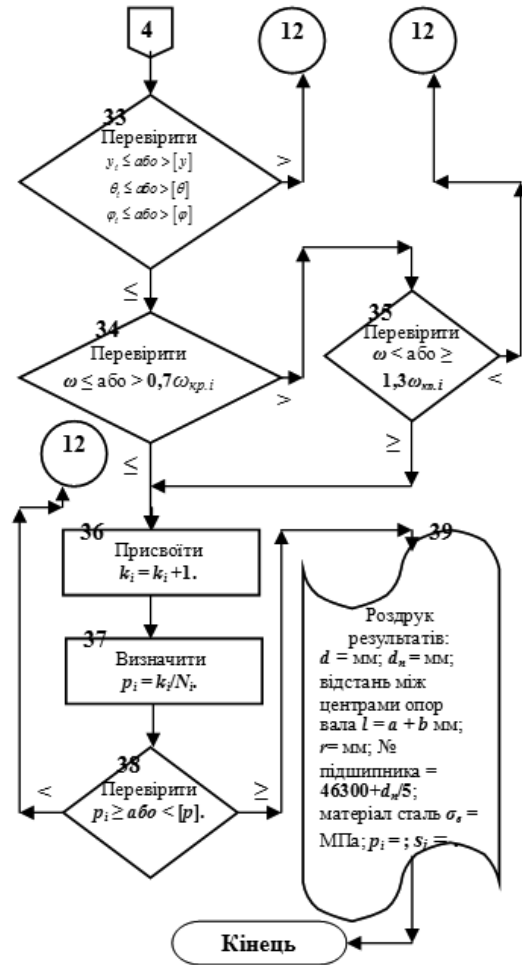


Рис. 6. Блок-схема алгоритму закінчення визначення конструктивних елементів вала та їх роздрукування

Отриманий результат прикладу перевірявся звичайним розрахунковим методом та експериментальним шляхом на стенді із замкненим силовим потоком. Отримані результати показали, що розроблений метод повністю відповідає розрахунковим і експериментальним результатам.

**Висновки.**

1. Розроблено імітаційну оптимізаційну модель синтезу оптимальних параметрів конструктивних елементів валів редукторів, що охоплює повний комплекс необхідних розрахунків вала та дає змогу з імовірністю до 0,95 отримувати оптимальні значення цих параметрів, у десятки разів підвищити продуктивність процесу проектування.

2. Розроблена імітаційна оптимізаційна модель дає змогу при розробленні конструкції вала забезпечити його необхідну міцність на згин, вторму міцність і жорсткість із запобіганням поперечних коливань, а також експлуатаційну надійність з одночасним вибором матеріалу вала.

3. Необхідна подальша робота з метою вдосконалення та спрощення отриманих залежностей для визначення оптимальних параметрів конструктивних

елементів валів редукторів, а також імітаційної оптимізаційної моделі з розробленням досконалого пакету прикладних програм для виконання автоматизованого проектування з використанням, наприклад, систем Компас або T-Flex.

### Список літератури / References

- Гулїда Е.М. Прикладна механіка / Гулїда Е.М., Дзюба Л.Ф., Ольховий І.М. – Львів: Світ, 2007. – 384 с.  
Hulida, Ye.M., Dziuba, L.F. and Olkhovyi, I.M. (2007), *Prykladna mekhanika* [Applied Mechanics], Svit, Lviv, Ukraine.
- Кириченко А.Ф. Перспективы улучшения работы эвольвентных передач / А.Ф. Кириченко, В.А. Бережной // Вісник Національного технічного університету „Харківський політехнічний інститут“. – 2004. – Вип. 31. – С. 82–88.  
Kirichenko, A.F. and Berezhnoy, V.A. (2004), “Prospects of improvement of work of evolventen transmissions”, *Bulletin of National Technical University Kharkiv Polytechnic Institute, NTU “KPI”*, Kharkiv, no.31, pp. 82–88.
- Синтез цилиндрических зубчатых передач с высокой нагрузочной способностью / В.П. Шишов, П.Н. Ткач, О.А. Ревякина, А.А. Муховатый // Вісник Східноукр. нац. ун-ту ім. В. Даля. – 2002. – №10(56). – С. 247–254.  
Shishov, V.P., Tkach, P.N., Reviakina O.A. and Mukhovaty, A.A. (2002), “Synthesis of the cylindrical gearings with high loading ability”, *Bulletin of V. Dahl East Ukrainian National University*, no.10(56), Luhansk, pp. 247–254.
- Шишов В.П. Дифференциальные уравнения для синтеза зубчатых передач с двояковыпукло-вогнутыми зубьями / В.П. Шишов, П.Н. Ткач. // Подъемно-транспортная техника. – 2003. – №4. – С. 25–32.  
Shishov, V.P. and Tkach, P.N. (2003), “Differential equalizations for the synthesis of gearings with the biconvex-concave points”, *Podyemno-transportnaya tekhnika*, no. 4, pp. 25–32.
- Власенко В.М. Технічні вимоги до редукторів зубчастих високошвидкісних спеціального призначення / В.М. Власенко, В.М. Фей // Вісник Національного технічного університету „Харківський політехнічний інститут“. – 2011. – Вип. 28. – С. 33–38.  
Vlasenko, V.N. and Fey, V.M. (2011), “Specifications for high-speed gear reducers of special purpose”, *Bulletin of National Technical University Kharkiv Polytechnic Institute, NTU “KPI”*, Kharkiv, no.28, pp. 33–38.
- Гулїда Е.М. Багатопараметричний синтез конструктивних елементів валів циліндричної зубчастої передачі / Е.М. Гулїда, О.Е. Васильєва // Вісник Східноукр. нац. ун-ту ім. В. Даля. – 2007. – № 9(115). – С. 52–57.  
Hulida, E.M. and Vasylieva, O.E. (2007), “Multimettric synthesis of structural elements of shafts of cylindrical gearing”, *Bulletin of V. Dahl East Ukrainian National University*, no.9(115), Luhansk, pp. 52–57.
- Павлище В.Т. Основи конструювання та розрахунків деталей машин / Павлище В.Т. – Львів: Афіша, 2003. – 558 с.

Pavlyshe, V.T. (2003), *Osnovy konstruiyvannia ta rozrakhunku detaley mashyn* [Basic Concepts of Constructing and Calculation of Details of Machines], Afisha, Lviv, Ukraine.

**Цель.** Разработка оптимизационной имитационной модели для синтеза оптимальных конструктивных параметров валов редукторов с использованием информационных технологий.

**Методика.** Для решения этой задачи использован метод Монте-Карло, который заключается в создании с помощью информационных технологий последовательности псевдослучайных чисел в интервале [0;1]. Эти числа с помощью специальной зависимости преобразуются в значения параметров, которые окружены  $m$ -мерным параллелепипедом. В случае, когда эти параметры отвечают оптимальным значениям, о чем указывает допустимое значение вероятности попадания этих значений в область допустимых решений, которая окружена  $m$ -мерным параллелепипедом, процесс расчета останавливается.

**Результаты.** Полученные значения конструктивных параметров являются оптимальными с вероятностью до 0,95 при необходимой прочности и эксплуатационной надежности, которые обеспечивают усталостную прочность, прочность на изгиб и кручение, необходимую жесткость и виброустойчивость. Определенные с помощью информационных технологий конструктивные параметры соответствуют расчетным результатам.

**Научная новизна.** Впервые разработана и предложена оптимизационная имитационная модель с использованием информационных технологий, которая позволяет в десятки раз повысить производительность процесса проектирования.

**Практическая значимость.** Рекомендуется для внедрения в инженерную конструкторскую практику и в учебный процесс высших технических учебных заведений при разработке конструкций не только приводов скребковых конвейеров, но и приводов разных объектов машиностроения. Разработанный на основе предложенной оптимизационной имитационной модели пакет прикладных программ в системе C++ для работы в среде Windows XP дает возможность очень легко внедрять процесс проектирования валов в конструкторскую практику.

**Ключевые слова:** оптимизация, параметры вала, имитационная модель, прочность вала

**Purpose.** Development of optimization simulation model of optimal structural parameters of drive gearbox shafts synthesis using information technologies.

**Methodology.** To solve the task we applied the method of Monte Carlo which consists in creation of sequence of pseudorandom numbers in an interval [0;1], by means of information technologies. By means of the special dependence these numbers grow into the values of the parameters surrounded by a  $m$ -dimensional parallelepiped. The calculation process stops when these parameters meet the optimal value. That is the feasible value of



hit probability of these values into the region of feasibility surrounded by  $m$ -dimensional parallelepiped.

**Findings.** The obtained values of structural parameters are optimal with a probability of 0.95 under required durability and operating reliability, which provide tireless durability, twisting and flexing strength, inflexibility and vibration resistance. The structural parameters determined by information technologies meet the calculation results.

**Originality.** For the first time the IT-based optimization simulation model allows increasing of the planning process productivity in tens of times was created and offered.

**Practical value.** We recommend the simulation model for introduction into engineering and educational process

of higher technical educational establishments for design not only drives of scraper conveyers but drives of different machines. The programme development system C<sup>++</sup> software package created on the base of the offered optimization simulation model to be used in Windows XP environment allows easy introduction of the shaft design process into engineering.

**Keywords:** *optimization, parameters of shaft, simulation model, durability of shaft*

*Рекомендовано до публікації докт. техн. наук В.О. Малащенком. Дата надходження рукопису 17.07.13.*

УДК 621.85.01

Н.А. Лубенец, канд. техн. наук, доц.

Государственное высшее учебное заведение „Национальный горный университет“, г.Днепропетровск, Украина,

## НОВОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ЭЙЛЕРА О СКОЛЬЖЕНИИ ГИБКОГО ТЕЛА ПО НЕПОДВИЖНОМУ БЛОКУ

N.A. Lubenets, Cand. Sci. (Tech.), Associate Professor

State Higher Educational Institution “National Mining University”, Dnipropetrovsk, Ukraine

## NEW SOLUTION OF THE EULER PROBLEM ABOUT A FLEXIBLE BODY SLIDING OVER A FIXED BLOCK

**Цель.** Решение задачи о скольжении гибкого тела по блоку, которое учитывает принцип сохранения энергии и современные знания о трении.

**Методика.** Обосновывается система дифференциальных уравнений равновесия механической системы, которая описывает трение элементарного участка гибкого тела по неподвижному блоку, действующий закон трения тел, закон сохранения энергии. При решении устанавливается зависимость величины натяжения гибкого тела по линии контакта с блоком от угла сечения при трении, которая отвечает закону сохранения энергии.

**Результаты.** Решение описывает взаимосвязь угла обхвата, коэффициента трения гибкого тела по блоку, сил, приложенных к концам гибкого тела, его скорости движения и линейной массы между собой. Решение распространяется не только на скольжение тел, а и на их сцепление.

**Научная новизна.** Обоснована новая система дифференциальных уравнений равновесия механической системы при трении гибкого тела по блоку, которая содержит двухпараметрический закон трения тел, условие равновесия натяжения гибкого тела по линии контакта с блоком и приводится ее аналитическое решение. Установлены линейная зависимость величины натяжения гибкого тела по линии контакта с блоком, выражения для прямого вычисления коэффициента трения и нормальной реакции между телами, которые не зависят от фрикционных свойств тел, описывается весь диапазон возможных сил, которые могут быть приложены к концам гибкого тела при испытании.

**Практическая значимость.** Решение задачи преодолевает противоречия между накопившимися данными практики и известными решениями. Обеспечивается возможность при испытании задавать нормальную реакцию между телами и прямо определять их коэффициент трения. Полученные знания развивают математические методы решения системы дифференциальных уравнений, задач механики и физики, обогащают представления о трении гибких тел, способствуют прогрессу в научных исследованиях, образовании, машиностроении.

**Ключевые слова:** *дифференциальное уравнение, гибкое тело, блок, натяжение, нормальная реакция, трение, коэффициент трения, потенциальная энергия, сохранение энергии, удлинение, угол обхвата*

**Постановка проблемы.** Описание проблемы скольжения гибкого тела по неподвижному блоку известно больше двух столетий и берет начало с 1775 года после вывода Эйлера (из него вытекает закон трения

гибких тел Эйлера или формула Эйлера). Его решение, ставшее классическим, нашло всеобщее признание и до сегодняшнего дня во всем мире используется в образовании, научных исследованиях и машиностроении. При этом правильность его решения не подвергалась сомнению. Потому задача о трении гибкого тела по неподвижному блоку и не принадле-