

Methodology. For adequate representation of the joint work of metal and concrete mix in CFST we took into account their joint deformation in the contact zone in the analytical and numerical mathematical models. The main characteristic feature of the method is consideration of different types of stress-strain state of the steel and concrete in CFST depending on the limit states of the fibers of the steel container.

Findings. We have considered three different types of stress-strain state of CFST elements, and determined conditions of the limit state approach for each type. We have created formulas for calculation of the distribution of internal forces in concrete element being loaded by external force. The carrying capacity of concrete has been determined based on the physical model of the interaction of concrete and steel pipe. The laws of the transition of one type of limit state to another with changing external loading of CFST have been defined as the ratio of the normal force and the bending moment. We have developed the method for calculation of the concrete bearing capacity. Analytical dependences for

calculation of the limit relations of external loads for the three types of stress-strain state have been found out.

Originality. For the first time we have proposed an analytical theory of strength of beam concrete column for any ratio of external loads in the first limit state. The theory is applicable for any combination of mechanical and geometrical parameters of concrete and steel. We have determined the presence of three types of stress-strain state in CFST. For the first time we have proposed a generalized diagram of limit forces in CFST as a function of maximum allowable moment of the longitudinal compressive force.

Practical value. The theory allows us to calculate the strength of the first limit state of CFST elements. It is necessary for their use in construction of industrial and civil engineering structures, surface complex of mines and underground mine support.

Keywords: *guncrete, loading, strength, model, limiting state*

*Рекомендовано до публікації докт. техн. наук
Р.А. Фрумкіним. Дата надходження рукопису 11.12.12.*

УДК 004.942:553.044

В.П. Рачковский, канд. техн. наук, доц.

Частное высшее учебное заведение „Европейский университет“, г. Ровно, Украина, e-mail: it-eufimb@rambler.ru

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ УСТОЙЧИВОСТИ ВЕРТИКАЛЬНОЙ ГОРНОЙ ВЫРАБОТКИ

V.P. Rachkovsky, Cand. Sci. (Tech.), Associate Professor

Private Higher Educational Institution “European University”, Rivne, Ukraine, e-mail: it-eufimb@rambler.ru

MATHEMATICAL MODEL OF MINE VERTICAL OPENING STABILITY

Цель. Рассчитать устойчивость массива вокруг горной выработки при разработке алмазоносных месторождений.

Методика. Методом математического моделирования исследована устойчивость состояния равновесия нижней части очистной камеры вертикальной выработки в кимберлитовой породе с учетом состояния равновесия бесконечного пространства для этой полости под действием нагрузки на глубине более 1000 метров.

Результаты. Разработана модель устойчивости вертикальной очистной выработки цилиндрической формы. Выявлен локальный характер критического давления при деформации массива, окружающего горную выработку. Предложена система разработки алмазных месторождений с магазинированием руды в выработанном пространстве.

Научная новизна. Создана комбинация осесимметричных расчетных блоков моделей напряженного состояния цилиндрической выемной камеры с осевым сжатием и внешним давлением, которые сочетаются с плоскостной постановкой задачи и определяют устойчивость кимберлитового массива.

Практическая значимость. Заключается в разработке и использовании методики обоснования геотехнологических параметров разработки кимберлитовых месторождений Украины и методических рекомендаций для оценки технологических параметров выемочных камер в кимберлитовых трубках.

Ключевые слова: *массив кимберлитов, цилиндрическая оболочка, упругопластическая модель*

Постановка проблемы. Создание подземных сооружений различного назначения, в том числе глубоких подземных сооружений всевозможной конфигурации, а также выемочных камер большого диаметра непосредственно связано с необходимостью разработки обоснованных методов их расчета. Этого,

в первую очередь, требуют условия безопасности труда и сохранности, находящегося в подземных сооружениях алмазоносного сырья, оборудования и др. Исследование локальной неустойчивости в задачах геомеханики, в первую очередь, связано с определением основного (докритического) напряженно-деформированного состояния массива. В случае моделирования нестандартных поперечных сечений

горных выработок, иногда не удается построить точных аналитических решений. Поэтому значительное внимание уделяется развитию метода малого параметра [1] для определения докритического состояния цилиндрических выработок, когда горный массив в приконтурной зоне выработки считается упруговязкопластическим упрочняющимся телом. Делается попытка связать воедино: сложную модель упруго-пластического поведения горного массива в приконтурной зоне; метод малого параметра определения напряженно-деформированного докритического состояния; постановку и исследование локальной неустойчивости задач геомеханики в рамках точных трехмерных уравнений.

Выделение нерешенной проблемы. При добыче алмазов должно быть пройдено большое количество вертикальных выемочных камер, которые являются долговременными и дорогостоящими инженерными сооружениями. Состояние горных выработок, в зависимости от их назначения, должно удовлетворять различным требованиям, основным из которых является обеспечение безопасных условий для обслуживающего персонала. Под влиянием действующих усилий массив кимберлитов возле выработки может потерять устойчивость, что нежелательно. Поэтому анализ возможности потери устойчивости массива возле выработок представляет собой важную и актуальную задачу. Устойчивость вертикальных выработок в упругих массивах изучалась многими авторами [2]. В частности, доказано, что потеря устойчивости выработки кругового поперечного сечения происходит по осесимметричной форме. Ниже рассматривается задача о пространственной форме потери устойчивости выработки в упругопластическом массиве с поверхностью раздела зон упругих и пластических деформаций.

Анализ последних исследований. Опыт разработки алмазоносных месторождений сравнительно невелик. В этом направлении горной науки хорошо известны научные достижения ведущих школ горного дела по данной проблеме – НГУ, ИГТМ, ДГТУ, Донди, МДГРУ, МГТУ, ИГД им. А.А. Скочинского и др. Их основу составляет горно-геологическая и технико-экономическая оценка месторождений, оптимизация их промышленного освоения новой техникой и технологиями.

Выделение нерешенной ранее части общей проблемы. Будем рассматривать устойчивость состояния равновесия нижнего полупространства кимберлитовой породы с цилиндрической вертикальной выработкой. Для этого класса задач можно ввести специфические упрощения за счет следующих предположений:

– при определении докритического состояния и исследовании линейной задачи устойчивости можно не учитывать эффекты, связанные с тем, что выработка имеет конечную глубину;

– при исследовании задач устойчивости можно не учитывать наличие земной поверхности и рассматривать устойчивость состояния равновесия бесконечно-го пространства с бесконечной цилиндрической полостью под действием нагрузки на глубине H .

Целью работы является расчет устойчивости массива вокруг горной выработки при разработке алмазоносных месторождений.

Изложение основного материала. Горную породу будем считать сплошной средой, напряженное состояние которой характеризуется симметрическим тензором напряжений σ_j^β . Напряженно-деформационное состояние такой среды будет определяться соотношениями геометрически линейной теории, что вполне оправдано для достаточно жестких сред. Связь между напряжениями и деформациями в упругой зоне будем определять законом Гука

$$\sigma_j^\beta = \lambda e_\epsilon^\alpha g_j^\beta + 2\mu \epsilon_j^\beta.$$

Если в горной породе наряду с упругой зоной (e) существует и пластическая зона (p), то на границе раздела этих областей должны выполняться условия непрерывности перемещений и поверхностных сил

$$[u_j]_s = 0; [N_j \sigma_j^\beta]_s = 0,$$

где u_j – компонента вектора перемещений.

Для модели несжимаемого вязкоупругого тела полную деформацию в пластической зоне представим в виде слагаемых упругой ϵ_{ij}^e и пластической ϵ_{ij}^p составляющих

$$\epsilon_{ij} = \epsilon_{ij}^e + \epsilon_{ij}^p.$$

Пластическая составляющая объемной деформации удовлетворяет условию несжимаемости. Задача определения докритического осесимметричного состояния решается в рамках плоской деформации. В результате получаем соотношения для безразмерных напряжений и деформаций [3]

$$\sigma_r^e = -\tilde{q} + \frac{K\tilde{\gamma}^2}{r^2}; \quad \sigma_\theta^e = -\tilde{q} + \frac{K\tilde{\gamma}^2}{r^2};$$

$$\sigma_r^p = \frac{K}{2+c} \left(\frac{c\tilde{\gamma}^2}{r^2 - R^2} - 4 \ln r \right) - P;$$

$$\epsilon_\theta^{ep} = \epsilon_r^{ep} - \frac{2K}{2+c} \left(\frac{\tilde{\gamma}^2}{r^2} + 2 \right); \quad \epsilon_r^{ep} = \epsilon_\theta^{ep} = \frac{K}{2+c} \left(\frac{\tilde{\gamma}^2}{r^2} - 1 \right),$$

где $\tilde{q} = \frac{\gamma H}{\mu}; K = \frac{\tilde{k}}{\sqrt{2}}.$

$$\frac{2+c}{K} (\tilde{q} - P) - 2 - 4 \ln \frac{r}{R} - \frac{c\tilde{\gamma}^2}{R^2} = 0,$$

где c – коэффициент упрочнения; \tilde{k} – предел текучести; γ – средний объемный вес кимберлитов; H – глубина.

Здесь величины, имеющие размерность напряжений, отнесены к модулю сдвига μ , а имеющие размерность длины – к d -значению радиуса r (текущая безразмерная координата вдоль оси Or), при котором ставятся условия локальности возмущений, R – радиус выработки, P – давление на контуре выработки. Из уравнения следует, что пластическое состояние возникает на поверхности выработки

$$(\tilde{\gamma} = R) \text{ при } \tilde{q} = P + \tilde{k}.$$

Предположим, что на глубине H (рис. 1) от земной поверхности до границы экономически целесообразной глубины разработки массив кимберлитов содержит ослабленный слой – интервал с пониженными физико-механическими характеристиками, длины L . Рассматриваемая глубина H такова, что под действием внешних нагрузок вокруг камеры образуется зона неупругих деформаций (ЗНД). В упругой области справедливы соотношения закона Гука, а в ЗНД выполняются условия пластичности Кулона-Мора и соотношения деформационной теории пластичности [4].

До потери устойчивости массив кимберлитов пребывает в условиях плоской деформации. Критерием устойчивости кимберлитов может служить абсолютный размер (в радиальном направлении) зоны разрушения кимберлитов h вокруг незакрепленной выемочной камеры, который определяется следующим соотношением [4]

$$h = R \left[\left(1 + \sin \varphi \left(\frac{2\lambda\gamma H}{\sigma} - 1 \right) \right)^{\frac{1}{\alpha}} - \sqrt{P} \right],$$

где R – радиус выемочной камеры; φ – угол внутреннего трения; λ – коэффициент бокового давления в нетронутом массиве; γ – средний объемный вес кимберлитов; H – глубина отработки, м; σ – предел прочности пород в массиве на сжатие с учетом структурного ослабления

$$\alpha = \frac{2 \sin \varphi}{1 - \sin \varphi}.$$

Предел прочности кимберлитов (МПа) определяем по шкале крепости по М.М. Протодяконову по соотношению

$$\sigma = 100 f_{кр}.$$

Величина $f_{кр}$ для кимберлитов, сложенных ксенотуфобрекчиями и автолитовыми брекчиями, равна 1 и 6 соответственно.

Коэффициент бокового распора

$$\lambda = \frac{\nu}{1 - \nu},$$

где ν – коэффициент Пуассона

Теоретические расчеты показывают, что величина абсолютного размера (в радиальном направлении) зоны разрушения кимберлитов вокруг незакрепленной выемочной камеры h равна не более $0,17R$ (радиуса выемочной камеры). Деформацию кольцевой цилиндрической оболочки выемочной камеры при осевом сжатии будем рассматривать как деформацию и устойчивость условной цилиндрической оболочки длины L и постоянной толщины h за пределами упругости.

В качестве параметров, определяющих положение любой точки срединной поверхности радиуса $R^* = R + \frac{h}{2}$, выберем координаты z и y , откладываемые, соответственно, вдоль образующей и по дуге (рис. 1). Перемещения вдоль указанных линий и по нормали обозначим через u , v и w .

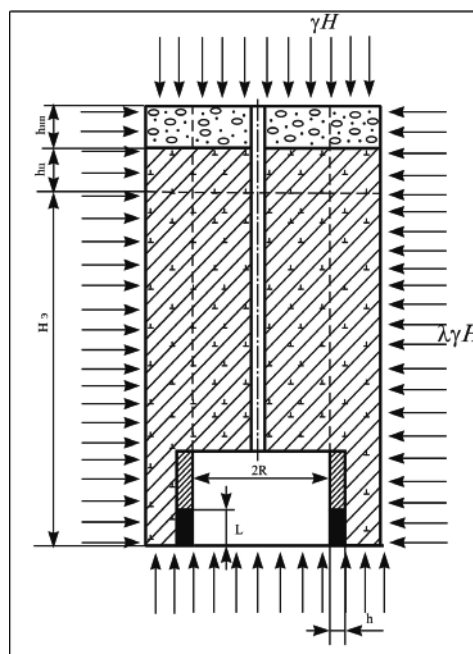


Рис. 1. Схема к расчету деформации кольцевой цилиндрической оболочки выемочной камеры при осевом сжатии: R – радиус выемочной камеры; φ – угол внутреннего трения; λ – коэффициент бокового давления в нетронутом массиве; γ – средний объемный вес кимберлитов; H – глубина отработки, м

Первая квадратичная форма срединной поверхности цилиндрической оболочки будет выражаться [5]

$$I = dy^2 + dz^2.$$

Основные напряжения, соответствующие моменту потери устойчивости, обозначим через p_y, p_z .

Соответствующая интенсивность напряжений равна

$$p_i = \sqrt{p_y^2 + p_z^2} - p_y p_z.$$

Уравнения равновесия и совместимости деформаций для оболочки представим в виде

$$\begin{aligned} & \left[1 - \frac{3}{4} \left(1 - \frac{\varphi_\varepsilon}{\varphi_c} \right) \frac{p_z^2}{p_i^2} \right] \frac{\partial^4 w}{\partial z^4} + 2 \left[1 - \frac{3}{4} \left(1 - \frac{\varphi_\varepsilon}{\varphi_c} \right) \frac{p_z p_y}{p_i^2} \right] \frac{\partial^4 w}{\partial z^2 \partial y^2} + \\ & \left[1 - \frac{3}{4} \left(1 - \frac{\varphi_\varepsilon}{\varphi_c} \right) \frac{p_y^2}{p_i^2} \right] \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} + \\ & + \frac{h}{\varphi_c D'} \left(p_z \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} + p_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - \frac{1}{R^*} \frac{\partial^2 \hat{O}}{\partial z^2} \right) = 0; \\ & \nabla^4 \hat{O} + \frac{\varphi_c - \varphi_\varepsilon}{\varphi_\varepsilon p_i^2} \left[\left(p_z - \frac{1}{2} p_y \right) \frac{\partial^2 \hat{I}(\hat{\sigma}, \hat{O})}{\partial y^2} + \right. \\ & \left. \left(p_y - \frac{1}{2} p_z \right) \frac{\partial^2 \hat{I}(\hat{\sigma}, \hat{O})}{\partial z^2} \right] = - \frac{\varphi_c E}{R^*} \frac{\partial^2 w}{\partial z^2}, \end{aligned}$$

где искомые функции дополнительных напряжений определяются как

$$\delta \sigma_z = \frac{\partial^2 \hat{O}}{\partial y^2}; \quad \delta \sigma_y = \frac{\partial^2 \hat{O}}{\partial z^2};$$

σ_i – интенсивности напряжений в срединной поверхности, тогда

$$\Pi(\sigma, \Phi) = (\sigma_z - 0,5\sigma_y) \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} + (\sigma_y - 0,5\sigma_z) \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2};$$

$$D' = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)},$$

где E – модуль деформации кимберлитов; $\varphi_c = \frac{E_c}{E}$, E_c – секущий модуль $E_c = \frac{\sigma}{\varepsilon}$; $\varphi_\varepsilon = \frac{E_\varepsilon}{E}$, E_ε – касательный модуль для диаграммы $\sigma = f(\varepsilon)$ $E_\varepsilon = \frac{d\sigma}{d\varepsilon}$.

Рассмотрим сжатие цилиндрической оболочки вдоль образующей усилиями p

$$(p = p_i = p_z; p_y = 0).$$

Уравнение равновесия оболочки, в данном случае, принимает следующий вид

$$\frac{D' \varphi_c}{h} \left[\left(\frac{1}{4} + \frac{3 \varphi_\varepsilon}{4 \varphi_n} \right) \frac{\partial^4 w}{\partial z^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial y^2 \partial z^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} \right] + p \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} = \frac{1}{R^*} \frac{\partial^2 \hat{O}}{\partial z^2}.$$

Выражение окажется равным

$$\Pi(s, \Phi) = p \left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} - \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} \right).$$

Уравнение совместимости деформаций будет иметь следующий вид

$$\left(\frac{1}{4} + \frac{3 \varphi_\varepsilon}{4 \varphi_c} \right) \frac{\partial^4 \Phi}{\partial z^4} + \left(3 - \frac{\varphi_c}{\varphi_n} \right) \frac{\partial^4 \Phi}{\partial y^2 \partial z^2} + \frac{\varphi_c}{\varphi_n} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} = - \frac{\varphi_c E}{R^*} \frac{\partial^2 w}{\partial z^2}.$$

Примем для w выражение

$$w = f \sin \frac{m\pi z}{L} \cos \frac{ny}{R^*},$$

где m – число полуволн вдоль образующей; n – число полуволн вдоль окружности

$$\begin{aligned} & \left(\frac{1}{4} + \frac{3 \varphi_\varepsilon}{4 \varphi_n} \right) \frac{\partial^4 \hat{O}}{\partial z^4} + \left(3 - \frac{\varphi_n}{\varphi_\varepsilon} \right) \frac{\partial^4 \hat{O}}{\partial y^2 \partial z^2} + \frac{\varphi_n}{\varphi_\varepsilon} \frac{\partial^2 \hat{O}}{\partial y^2} = \\ & = - \frac{\varphi_n E}{R^*} f \left(\frac{m\pi}{L} \right)^2 \sin \left(\frac{m\pi z}{L} \right) \cos \left(\frac{ny}{R^*} \right). \end{aligned}$$

Частный интеграл уравнения представим в виде

$$\hat{O} = A \sin \frac{m\pi z}{L} \cos \frac{ny}{R^*};$$

$$A = E \frac{f}{R^*} \frac{\varphi_c}{\left(\frac{3}{4} + \frac{1}{4} \frac{\varphi_c}{\varphi_\varepsilon} \right) \left(\frac{m\pi}{L} \right)^2 + \left(3 - \frac{\varphi_c}{\varphi_\varepsilon} \right) \left(\frac{n}{R^*} \right)^2 + \frac{\varphi_c}{\varphi_\varepsilon} \left(\frac{Ln^2}{m\pi R^*} \right)^2};$$

$$\frac{\partial^2 \hat{O}}{\partial z^2} = -E \frac{f}{R^*} \frac{\varphi_c \sin \frac{m\pi z}{L} \cos \frac{ny}{R^*}}{\left(\frac{3}{4} + \frac{1}{4} \frac{\varphi_c}{\varphi_\varepsilon} \right) + \left(3 - \frac{\varphi_c}{\varphi_\varepsilon} \right) \left(\frac{Ln}{m\pi R^*} \right)^2 + \frac{\varphi_c}{\varphi_\varepsilon} \left(\frac{Ln^2}{m\pi R^*} \right)^4};$$

$$\begin{aligned} p = \frac{E \varphi_c}{12(1-\nu^2)} & \left\{ h^2 \left[\left(\frac{1}{4} + \frac{3 \varphi_\varepsilon}{4 \varphi_n} \right) \left(\frac{m\pi}{L} \right)^2 + 2 \left(\frac{n}{R^*} \right)^2 + \left(\frac{n^2 L}{R^* m \pi} \right)^2 \right] + \right. \\ & \left. + \frac{9}{\left(\frac{3}{4} + \frac{1}{4} \frac{\varphi_c}{\varphi_\varepsilon} \right) \left(\frac{m\pi R^*}{L} \right)^2 + \left(3 - \frac{\varphi_c}{\varphi_\varepsilon} \right) n^2 + \frac{\varphi_c}{\varphi_\varepsilon} \left(\frac{Ln^2}{m\pi R^*} \right)^2} \right\}. \end{aligned}$$

Если осуществляется осесимметрическая форма потери устойчивости, то при $n \rightarrow 0$ получим

$$p = \frac{E \varphi_c}{12(1-\nu^2)} \left\{ h^2 \left(\frac{1}{4} + \frac{3 \varphi_\varepsilon}{4 \varphi_n} \right) \left(\frac{m\pi}{L} \right)^2 + \frac{9}{\left(\frac{3}{4} + \frac{1}{4} \frac{\varphi_c}{\varphi_\varepsilon} \right) \left(\frac{m\pi R^*}{L} \right)^2} \right\}.$$

Теоретические расчеты зависимости от L и m для величины $h = 0,17R$ представлены на рис 2–3. Минимальное значение величины p , при максимальном абсолютном размере зоны разрушения h , равно 196,2 МПа для $L = 3$ м и $m = 1$.

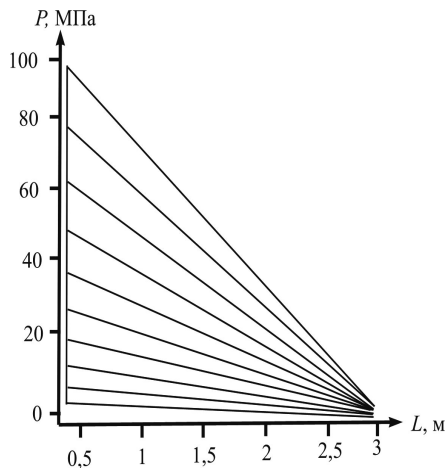


Рис. 2. Зависимость осевого давления p (МПа) покрывных и вмещающих пород на выемочную камеру от интервала с пониженными физико-механическими свойствами СБД L для величины зоны разрушения кимберлитовой породы вокруг незакрепленной выемочной камеры $h = 0,17R$

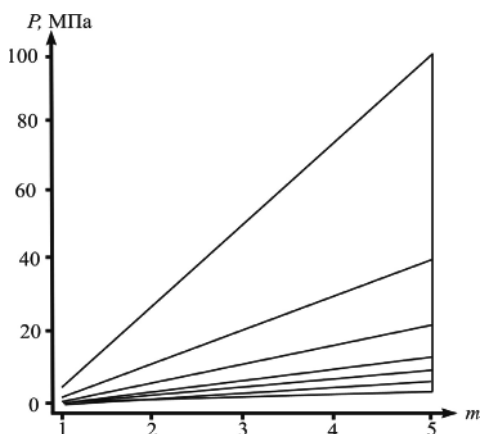


Рис. 3. Зависимость осевого давления p (МПа) покрывных и вмещающих пород на выемочную камеру от количества полуволн вдоль образующей m для величины зоны разрушения кимберлитовой породы вокруг незакрепленной выемочной камеры $h = 0,17R$

Минимизируем выражение по $\frac{m\pi}{L}$, находим

$$P_A = \frac{Eh}{2(1-\nu^2)R^*} \sqrt{\varphi_c \varphi_n}$$

В упругой области, при $\varphi_c = \varphi_n = 1$, получим

$$P_A = \frac{Eh}{2(1-\nu^2)R^*}$$

Основываясь на теории течения $\varphi_c = 1$ ($E_c = E$), получим

$$P_A = \frac{\sqrt{E_e E} h}{2(1-\nu^2)R^*}$$

Теоретические расчеты показывают, что величины p_B , в зависимости от h , линейно растут, соответственно, от 273,5 МПа к 1457,2 МПа в упругой области деформаций и от 96,4 МПа к 222,6 МПа в области текучести, при изменении h от 0,1 до 0,5 м. При этом учитывали, что в области текучести касательный модуль равен

$$E_e = \frac{A}{50}$$

Введем безразмерные параметры

$$\eta = \frac{n^2 h}{R^*}; \quad \vartheta = \frac{m\pi R^*}{nL}; \quad \tilde{\lambda} = \frac{\varphi_n}{\varphi_c};$$

$$p = \frac{E\varphi_c h}{12(1-\nu^2)R^*} \left\{ \frac{\eta \left(\frac{1+3\tilde{\lambda}}{4} \vartheta^2 + 2 + \frac{1}{\vartheta^2} \right) + 9\tilde{\lambda}}{\eta \left(\frac{1+3\tilde{\lambda}}{4} \vartheta^2 + (3\tilde{\lambda}-1) + \frac{1}{\vartheta^2} \right)} \right\}$$

При более общем случае – несимметричной формы потери устойчивости, критическое напряжение представляет собой функцию параметров η и ϑ^2 . Минимизируем функцию по η

$$\eta = \frac{3\sqrt{\tilde{\lambda}}}{\sqrt{\left(\frac{1+3\tilde{\lambda}}{4} \vartheta^2 + 2 + \frac{1}{\vartheta^2} \right) \left(\frac{1+3\tilde{\lambda}}{4} \vartheta^2 + 3\tilde{\lambda} - 1 + \frac{1}{\vartheta^2} \right)}}$$

Соотношение для критического напряжения представим в виде

$$P_A = \frac{Ehd}{2(1-\nu^2)R^*} \sqrt{\varphi_c \varphi_n}$$

где

$$d = \sqrt{1 + \frac{12(1-\tilde{\lambda})\vartheta^2}{(1+3\tilde{\lambda})\vartheta^4 + 4(3\tilde{\lambda}-1)\vartheta^2 + 4}}$$

Данное соотношение имеет локальный минимум при

$$\vartheta^2 = \sqrt{\frac{2}{1+3\tilde{\lambda}}}$$

Так как ϑ характеризует отношение длин полуволн в радиальном и продольном направлениях, то из этого следует, что при переходе из упругой области в пластическую область волны должны вытягиваться вдоль дуги. Окончательное соотношение для критического напряжения при несимметричной потере устойчивости

$$P_B = \frac{E\varphi_c h \sqrt{\tilde{\lambda}}}{2(1-\nu^2)R^*} \sqrt{\frac{2 + \sqrt{1+3\tilde{\lambda}}}{3\tilde{\lambda} - 1 + \sqrt{1+3\tilde{\lambda}}}}$$

Для точек площадки текучести ($\lambda = 0$) соотношение приобретает вид

$$p_B = \frac{\sqrt{2}}{4} \frac{Eh}{(1-\nu^2)R^*},$$

откуда определим критическую деформацию

$$e_{sp} = \frac{\sqrt{2}}{4} \frac{h}{R^*}.$$

Анализ результатов расчетов показывает, что критическое напряжение потери устойчивости линейно растет с увеличением абсолютного размера зоны разрушения, при этом критическая деформация породы в ослабленном слое растет от 0,012 до 0,054, что лежит в пределах упруго-пластичных деформаций, при этом процесса эквиволюмиального течения породы не наблюдается.

Проведем сравнительный анализ расчетов с приближенной нагрузкой p^* на цилиндрическую оболочку, созданную давлением налегающих пород и давлением кимберлитов средней плотности на глубине H . Величину p^* оценим из соотношения

$$p^* = \frac{(\langle \gamma_{н.н.} \rangle + \langle \gamma \rangle) \left((R+h)^2 - r^2 \right) H}{2Rh + h^2},$$

где $\langle \gamma_{н.н.} \rangle$ – средний объемный вес налегающих пород; $\langle \gamma \rangle$ – средний объемный вес кимберлитов; r – радиус пилотной скважины 0,4 м (рис. 4).

Теоретические расчеты показывают, что величина p^* растет при изменении глубины разработки H от 800 до 1000 м, соответственно, от 56,8 МПа до 71 МПа для $h = 0,1$ м, и от 13,6 МПа до 17 МПа для $h = 0,5$ м.

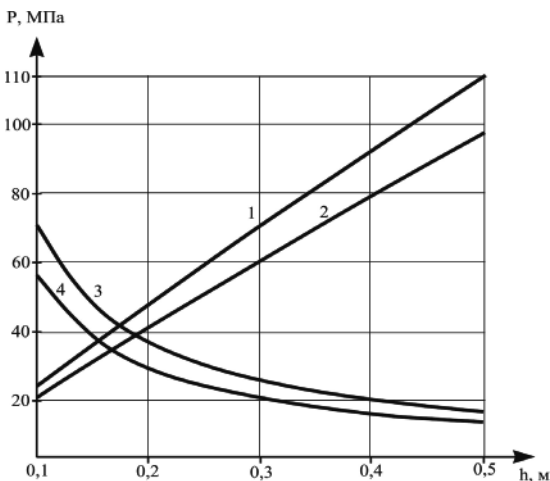


Рис. 4. Зависимость критического давления P_B (1, 2), давления налегающих и вмещающих пород (3, 4) и величины зоны разрушения кимберлитовой породы вокруг незакрепленной выемочной камеры h , м

Анализ результатов показывает, что, при малой области разрушения до 0,2 м, возможна потеря устойчивости ствола вертикальной выемочной камеры, при наличии ослабленного слоя кимберлитов при осевом сжатии в пределах ЗНД. Деформацию кольцевой цилиндрической оболочки при внешнем давлении рассмотрим, когда цилиндрическая оболочка средней длины подвергается действию равномерно распределенного внешнего давления q . При рассмотрении устойчивости и принимая, что $p_z = 0$, уравнение равновесия и уравнение совместимости будут иметь вид

$$\begin{aligned} & \frac{\partial^4 w}{\partial z^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial z^2 \partial y^2} + \left(\frac{1}{4} + \frac{3}{4} \tilde{\lambda} \right) \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} + \\ & + \frac{h}{\varphi_c D'} \left(p_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - \frac{1}{R^*} \frac{\partial^2 \hat{O}}{\partial y^2} \right) = 0; \\ & \frac{1}{\tilde{\lambda}} \frac{\partial^4 \hat{O}}{\partial z^4} + \left(3 - \frac{1}{\tilde{\lambda}} \right) \frac{\partial^4 \hat{O}}{\partial y^2 \partial z^2} + \\ & + \left(\frac{3}{4} + \frac{1}{4 \tilde{\lambda}} \right) \frac{\partial^2 \hat{O}}{\partial y^2} = - \frac{\varphi_n E}{R^*} \frac{\partial^4 w}{\partial z^4}. \end{aligned}$$

Примем для w выражение

$$w = f \sin \frac{m\pi x}{L} \sin \frac{n y}{R^*}.$$

Найдем функцию напряжения

$$\hat{O} = A_1 \sin \frac{m\pi x}{L} \sin \frac{n y}{R^*},$$

где

$$\begin{aligned} A_1 = E \frac{f}{R^*} & \frac{\varphi_c}{\frac{\varphi_c}{\varphi_k} \left(\frac{m\pi}{L} \right)^2 + \left(3 - \frac{\varphi_c}{\varphi_k} \right) \left(\frac{n}{R^*} \right)^2 + \left(\frac{3}{4} + \frac{1}{4} \frac{\varphi_c}{\varphi_k} \right) \left(\frac{Ln^2}{m\pi R^{*2}} \right)^2}. \\ q = & \frac{E \varphi_c}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{h}{R^*} \right)^2 \left\{ \eta \left[\vartheta^4 + 2\vartheta^2 + \left(\frac{1}{4} + \frac{3}{4} \frac{\varphi_c}{\varphi_n} \right) \right] + \right. \\ & \left. + \frac{9\vartheta^4}{\eta \left[\frac{\varphi_c}{\varphi_c} \vartheta^4 + \left(3 - \frac{\varphi_c}{\varphi_c} \right) \vartheta^2 + \left(\frac{3}{4} + \frac{1}{4} \frac{\varphi_n}{\varphi_c} \right) \right]} \right\}. \end{aligned}$$

Расчеты представлены на рис. 5–6.

Расчеты показывают, что минимальное значение распределенного внешнего давления q равно 0,14 МПа при минимальных значениях η и ϑ . При рассмотрении упругой задачи для оболочек средней длины можно принять величины зоны разрушения кимберлитовой породы вокруг незакрепленной выемочной камеры $\eta = 1$ и $\vartheta^2 = 1$, тогда получим

$$q = \frac{E\varphi_c}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{h}{R^*} \right)^2 \left[\eta \left(\frac{13}{4} + \frac{3}{4} \frac{\varphi_\varepsilon}{\varphi_{\bar{n}}} \right) + \frac{9}{\eta \left(\frac{15}{4} + \frac{1}{4} \frac{\varphi_{\bar{n}}}{\varphi_\varepsilon} \right)} \right]$$

или

$$q = \frac{E\varphi_c}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{h}{R^*} \right)^2 \left[\frac{13\varphi_c + 3\varphi_\varepsilon}{4\varphi_{\bar{n}}} \frac{n^2 h}{R^*} + \frac{36\varphi_\varepsilon}{15\varphi_\varepsilon + \varphi_{\bar{n}}} \frac{R^*}{n^2 h} \right].$$

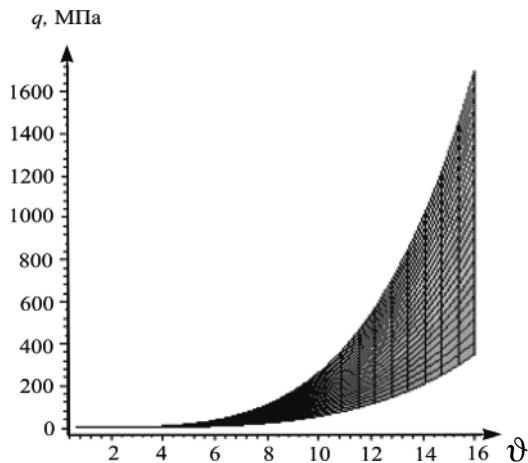


Рис. 5. Диаграмма зависимости внешнего давления вмещающих пород q (МПа) на выемочную камеру от отношения длины полуовал в радиальном и продольном направлениях ϑ для величины зоны разрушения кимберлитовой породы вокруг незакрепленной выемочной камеры $h = 0,1$ м

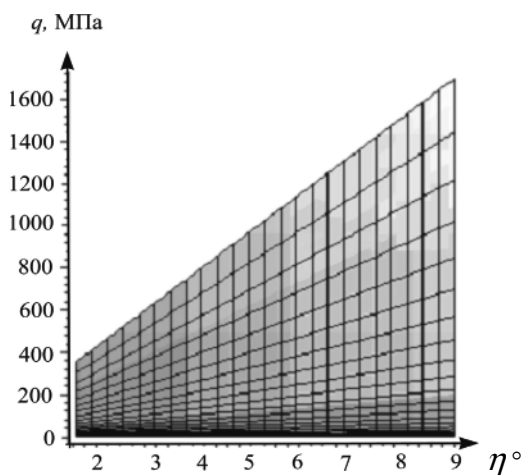


Рис. 6. Диаграмма зависимости внешнего давления вмещающих пород q (МПа) на выемочную камеру от отношения длины полуовал вдоль окружности η для величины зоны разрушения кимберлитовой породы вокруг незакрепленной выемочной камеры $h = 0,1$ м

Найдя минимум по n^2 , получим

$$n_{\text{до}}^4 = \frac{144 \varphi_{\bar{n}} \varphi_k}{(13\varphi_{\bar{n}} + 3\varphi_\varepsilon)(\varphi_{\bar{n}} + 15\varphi_\varepsilon)} \left(\frac{R^*}{h} \right)^2;$$

$$q = \frac{E\varphi_c}{4(1-\nu^2)} \left(\frac{h}{R^*} \right)^2 \sqrt{\frac{\varphi_\varepsilon}{\varphi_{\bar{n}}} \left(\sqrt{\frac{\varphi_c + 15\varphi_k}{13\varphi_c + 3\varphi_k}} + \sqrt{\frac{13\varphi_c + 3\varphi_k}{\varphi_c + 15\varphi_k}} \right)}.$$

Если принять, что $\varphi_k = \varphi_c = 1$ (упругая область), найдем

$$q = \frac{E\varphi_c}{2(1-\nu^2)} \left(\frac{h}{R^*} \right)^2.$$

Теоретические расчеты, в зависимости от величины h , представлены на рис. 7.

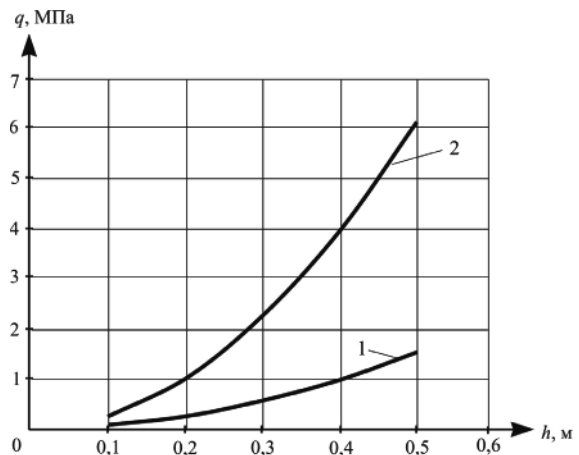


Рис. 7. Зависимость критического внешнего давления вмещающих пород q (МПа) от величины зоны разрушения кимберлитовой породы вокруг незакрепленной выемочной камеры h (м): 1 – верхнее критическое давление; 2 – верхнее критическое давление в упругой области

Рассмотрим деформацию кольцевой цилиндрической оболочки при осевом сжатии и внешнем давлении, когда цилиндрическая оболочка средней длины подвергается сжатию вдоль образующей усилиями p_x и равномерно распределенного внешнего давления q . При этом отношение усилий определим

$$\alpha = \frac{p_y}{p_x},$$

где

$$p_y = \frac{qR^*}{h}.$$

Уравнение принимает вид (при $p_x = p$)

$$p_y = \alpha p;$$

$$p_i = p \sqrt{\alpha^2 - \alpha + 1};$$

$$\frac{D' \varphi_c}{h(\alpha^2 - \alpha + 1)} \left(\frac{1}{4} + \frac{3}{4} \frac{\varphi_c}{\varphi_\varepsilon} \right) \left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2\alpha \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \alpha^2 \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} \right) + p \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \alpha \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) = \frac{1}{R^*} \frac{\partial^2 \hat{O}}{\partial x^2} ;$$

$$\Pi(s, \Phi) = p \left(\left(1 - \frac{\alpha}{2} \right) \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} + \left(\alpha - \frac{1}{2} \right) \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} \right);$$

$$\left(1 + \frac{\alpha^2 - \alpha + \frac{1}{4} \left(\frac{\varphi_c}{\varphi_\varepsilon} - 1 \right)}{\alpha^2 - \alpha + 1} \right) \frac{\partial^4 \Phi}{\partial x^4} + \left(2 - \frac{\alpha^2 - \frac{5}{2} \alpha + 1 \left(\frac{\varphi_c}{\varphi_\varepsilon} - 1 \right)}{\alpha^2 - \alpha + 1} \right) \frac{\partial^4 \Phi}{\partial x^2 \partial y^2} + \left(1 + \frac{\alpha^2 - \alpha + 1 \left(\frac{\varphi_c}{\varphi_\varepsilon} - 1 \right)}{\alpha^2 - \alpha + 1} \right) \frac{\partial^4 \Phi}{\partial y^4} = - \frac{\varphi_c E}{R^*} \frac{\partial w}{\partial x^2}$$

Примем для w выражение

$$w = f \sin \frac{m \pi x}{L} \cos \frac{ny}{R^*}.$$

Частный интеграл уравнения будем искать в виде

$$\hat{O} = A_2 \sin \frac{m \pi x}{L} \cos \frac{ny}{R^*};$$

$$A_2 = E \frac{f}{R^*} \frac{\varphi_c}{\left(1 + \frac{\alpha^2 - \alpha + \frac{1}{4} \left(\frac{\varphi_c}{\varphi_\varepsilon} - 1 \right)}{\alpha^2 - \alpha + 1} \right) \left(\frac{m \pi}{L} \right)^2 + \left(2 - \frac{\alpha^2 - \frac{5}{2} \alpha + 1 \left(\frac{\varphi_c}{\varphi_\varepsilon} - 1 \right)}{\alpha^2 - \alpha + 1} \right) \left(\frac{n}{R^*} \right)^2 +$$

$$+ \left(1 + \frac{\alpha^2 - \alpha + 1 \left(\frac{\varphi_c}{\varphi_\varepsilon} - 1 \right)}{\alpha^2 - \alpha + 1} \right) \left(\frac{Ln}{m \pi R^*} \right)^4 ;$$

$$\frac{\partial^2 \hat{O}}{\partial x^2} = - E \frac{f}{R^*} \frac{\varphi_c \sin \frac{m \pi x}{L} \cos \frac{ny}{R^*}}{\left(1 + \frac{\alpha^2 - \alpha + \frac{1}{4} \left(\frac{\varphi_c}{\varphi_\varepsilon} - 1 \right)}{\alpha^2 - \alpha + 1} \right)} +$$

$$+ \frac{\varphi_c \sin \frac{m \pi x}{L} \cos \frac{ny}{R^*}}{\left(2 - \frac{\alpha^2 - \frac{5}{2} \alpha + 1 \left(\frac{\varphi_c}{\varphi_\varepsilon} - 1 \right)}{\alpha^2 - \alpha + 1} \right) \left(\frac{Ln}{m \pi R^*} \right)^2} \times$$

$$\times \frac{\varphi_c \sin \frac{m \pi x}{L} \cos \frac{ny}{R^*}}{\left(1 + \frac{\alpha^2 - \alpha + 1 \left(\frac{\varphi_c}{\varphi_\varepsilon} - 1 \right)}{\alpha^2 - \alpha + 1} \right) \left(\frac{Ln}{m \pi R^*} \right)^4} .$$

$$p = \varphi_c E \left\{ \left[\frac{h^2}{12(1-\nu^2)(\alpha^2 - \alpha + 1)} \times \left(\frac{1}{4} + \frac{3}{4} \frac{\varphi_c}{\varphi_\varepsilon} \right) \times \left(\frac{m^4 \pi^4 R^2}{L^4} + 2\alpha \frac{m^2 \pi^2 n^2}{L^2} + \alpha^2 \frac{n^4}{R^2} \right) \right] + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{\left(1 + \frac{\alpha^2 - \alpha + \frac{1}{4} \left(\frac{\varphi_c}{\varphi_\varepsilon} - 1 \right)}{\alpha^2 - \alpha + 1} \right)} \right\} +$$

$$\left. + \frac{1}{\left(2 - \frac{\alpha^2 - \frac{5}{2} \alpha + 1 \left(\frac{\varphi_c}{\varphi_\varepsilon} - 1 \right)}{\alpha^2 - \alpha + 1} \right) \left(\frac{Ln}{m \pi R^*} \right)^2} \right\} + \frac{m^2 \pi^2 R^2 + \alpha n^2 L^2}{L^2}$$

Параметр α , в зависимости от величины зоны разрушения, равен 0,035 для $h = 0,1 \div 0,3$ м и 0,036 для $h > 0,3$ м. Теоретические расчеты по соотношению от величин L для различных значений h для $n = 1, m = 1$ представлены на рис. 8.

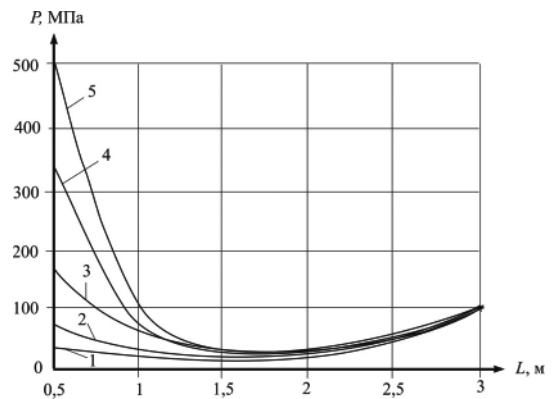


Рис. 8. Зависимость критического давления p (МПа) покрывных и вмещающих пород на выемочную камеру от интервала с пониженными физико-механическими свойствами L, m при величине зоны разрушения кимберлитовой породы вокруг незакрепленной выемочной камеры h, m : 1 - $h = 0,1$ м; 2 - $h = 0,2$ м; 3 - $h = 0,3$ м; 4 - $h = 0,4$ м; 5 - $h = 0,5$ м

Результаты расчетов критического давления дают возможность провести решение уравнения относительно радиуса упругопластической границы при различных значениях критического давления и глу-

бини вироботки. Результати розрахунків при значенні $P = 10$ МПа представлені на рис. 9.

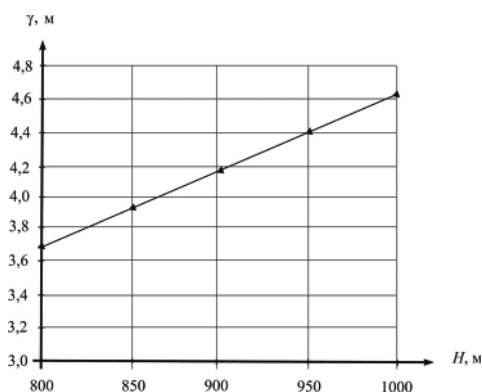


Рис. 9. Залежність радіуса упругопластическої границі від глибини вироботки при різних значеннях критического тиску

Залежність $\gamma = f(H)$ носить лінійний характер і з збільшенням глибини вироботки величина γ збільшується.

Висновки та перспективи розвитку напрямлення. Характерною особливістю представлених залежностей є те, що вони мають локальний мінімум критического тиску при певній довжині ослабленого шару. При цьому, з збільшенням зони руйнування, мінімум величини p змінюється від 0,9 до 1,9 м, що, очевидно, залежить від геометрических параметрів циліндрической оболонки моделі ослабленого шару кимберлітов. Аналіз результатів розрахунків показує, що, як і для задачі деформації циліндрической оболонки при осевом стисненні, при осевом стисненні та зовнішньому тиску можлива втрата стійкості оболонки при малій зоні руйнування ослабленого шару кимберлітов. Тому для підтримання стінок виємочних камер, починаючи з глибини 900 до 1000 м, цілесообразно переходить від систем розробки з відкритим вироботаним простором до систем з нагромадженням отбитого корисного копалини в вироботаному просторі.

Список літератури / References

1. Рачковський В.П. Спосіб розробки родовищ корисних копалин з використанням свердловин великого діаметру [Текст] / В.П. Рачковський // Науковий вісник НГУ. – 2009. – №3. – С. 6–11.
Rachkovsky, V.P. (2009), "Method of development of mineral deposits using large diameter wells", *Naukovyi visnyk Natsionalnoho hirnychoho universytetu*, no.3, pp. 6–11.
2. Особливості розподілу важких металів у техногенних розсипах / С.Р. Боблях, В.П. Рачковський [та ін.] // Зб. наук. пр. Вісник НУВГП. – 2006. – № 1(37). – С. 232–237.
Boblyakh, S.R. and Rachkovsky, V.P. (2006), "Distribution of heavy metals in technogenic placers", *Visnyk of NUVGP*, no.1(37), pp. 232–237.

3. Шашенко А.Н. Деформованість та міцність масивів гірських порід / Шашенко А.Н., Сдвижкова Е.А., Гапеев С.Н.; монографія. – Дніпропетровськ: Національний гірничий університет, 2008. – 224 с. – Рос. мовою.

Shashenko, A.N., Sdvizhkova, Ye.A. and Hapeiev, S.N. (2008), *Deformovanist ta mitsnist masyviv hirskykh porid* [Deformability and Strength of Rocks], Monograph, National Mining University, Dnipropetrovsk, Ukraine.

4. Соболев В.В. Фізика гірських порід: Навчальний посібник для вузів / Соболев В.В., Скобенко О.В., Іванчишин С.Я. – Дніпропетровськ: 2003. – 255 с.

Sobolev, V.V., Skobenko, O.V. and Ivanchyshyn, S.Ya. (2003), *Fizyka hirskykh porid* [Physics of Rocks] Textbook, Dnepropetrovsk, Ukraine.

5. Королев В.А. Термодинамика грунтов / Королев В.А. – М.: Изд-во МГУ, 1997. – 236 с.

Korolev, V.A. (1997), *Termodinamika gruntov* [Thermodynamics of Soil], Izdatelstvo MGU, Moscow, Russia.

Мета. Розрахувати стійкість масиву навколо гірської вироботки при розробці алмазодіючих родовищ.

Методика. Методом математичного моделювання досліджена стійкість стану рівноваги нижньої частини очисної камери вертикальної вироботки в кимберлітовій породі з урахуванням стану рівноваги нескінченного простору для цієї порожнини під дією навантаження на глибині більше 1000 метрів.

Результати. Розроблена модель стійкості вертикальної очисної вироботки циліндрической форми. Виявлен локальний характер критического тиску при деформації масиву, що оточує гірську вироботку. Запропонована система розробки алмазних родовищ з нагромадженням руди у вироботаному просторі.

Наукова новизна. Створена комбінація несиметрических розрахункових блоків моделей напруженого стану циліндрической виймальної камери з осевим стисненням і зовнішнім тиском, що поєднуються з плоскою постановкою задачі й визначають стійкість кимберлітового масиву.

Практична значимість. Полягає в розробці та використанні методики обґрунтування геотехнологічних параметрів розробки кимберлітових родовищ України та методичних рекомендацій для оцінки технологічних параметрів виймкових камер у кимберлітових трубках.

Ключові слова: масив кимберлітів, циліндрическая оболонка, пружнопластична модель

Purpose. To calculate the resistance of the massif around the mine working during development of diamond deposits.

Methodology. By the method of mathematical modeling we have determined the stability of the equilibrium state of the bottom of stope in vertical opening located in kimberlite rock taking into account the equilibrium of the infinite space of the cavity under the load at a depth of 1000 meters.

Findings. We have created the model of the cylindrical vertical opening stability and determined

appearance of local critical pressure in the surrounding massif during its deformation. The system of diamond deposits mining with ore shrinkage in mined-out spaces.

Originality. We have created a combination of axisymmetric computational model blocks of stress state of the cylindrical stope with axial compression and external pressure determining the stability of the kimberlite rock.

Practical value. We have developed the methodology of substantiation of geotechnology

parameters of mining of Ukrainian kimberlite deposits and guidelines for assessment of technologic parameters of stopes in kimberlite pipes.

Keywords: *kimberlite rock, cylindrical shell, elastoplastic model*

Рекомендовано до публікації докт. техн. наук І.О. Садовенком. Дата надходження рукопису 18.12.12.

УДК 622.831.244

**О.Е. Хоменко, канд. техн. наук, доц.,
Д.В. Мальцев**

Государственное высшее учебное заведение „Национальный горный университет“, г. Днепропетровск, Украина,
e-mail: HomenkoO@nmu.org.ua; m_dima@3g.ua

ЛАБОРАТОРНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ВЛИЯНИЯ РАЗМЕРОВ ОЧИСТНЫХ КАМЕР НА СОСТОЯНИЕ ОТБИВАЕМЫХ СЛОЕВ УРАНОВОЙ РУДЫ

**O.Ye. Khomenko, Cand. Sci. (Tech.), Associate Professor,
D.V. Maltsev**

State Higher Educational Institution “National Mining University”, Dnipropetrovsk, Ukraine,
e-mail: HomenkoO@nmu.org.ua, m_dima@3g.ua”

LABORATORY RESEARCH OF INFLUENCE OF FACE AREA DIMENSIONS ON THE STATE OF URANIUM ORE LAYERS BEING BROKEN

Цель. Получить зависимости величин разрушения массива урановой залежи от размеров очистной камеры при помощи метода лабораторного моделирования на материалах, которые эквивалентны урановым рудам, залегающих в альбититах.

Методика. Представлена методика проведения лабораторных исследований на материалах, эквивалентных по своим свойствам альбититам, которая включала подбор эквивалентного материала, определение его физико-механических свойств, приготовление его полного объема и формирование модели на стенде, ее пригрузка и образование очистного пространства, а также фотофиксация деформаций в массиве. Изложен порядок определения критериев подобия лабораторной модели и натурального объекта.

Результаты. Выполнен анализ энергозатрат при добыче урановых руд в Украине, который показал необходимость их снижения. Обоснован выбор метода моделирования на эквивалентных материалах. Разработана методика проведения лабораторных экспериментов. Приведены результаты численной оценки процесса разрушения массива при поэтапном увеличении размеров очистного пространства камеры при моделировании процесса отбойки слоев руды. Установлены математические зависимости развития разрушений в массиве модели для буровых подэтажей, из которых обрабатывают залежь урановой руды.

Научная новизна. Заключается в выявлении закономерностей разрушения рудного массива на отбиваемые слои руды в зависимости от длины очистного пространства камер при отработке урановых залежей Украины.

Практическая значимость. Подтверждение характера кубических зависимостей, полученных по результатам теоретических исследований с помощью термодинамического метода, и натуральных – методом маркшейдерских съемок. Проверка сходимости результатов, полученных в лабораторных условиях, с теоретическими и натурными исследованиями оказалась достаточно высокой.

Ключевые слова: *добыча урановой руды, горное давление, физическое моделирование, эквивалентные материалы, критерии подобия, закономерности разрушения массива*

Постановка проблемы. Самые распространенные в мире энергоносители – это нефть, газ, уголь и уран. Украина в достаточной степени обеспечена только углем и ураном, и запасы урана составляют 4% от мировых. Это выводит нашу страну в десятку лидеров международного рейтинга обладателей уранового сырья с соответствующим балансом исполь-

зования энергии урана к остальным энергоносителям 46:54%. При этом разведанные запасы 20 месторождений урана возможно отработать только подземным способом. Однако низкое содержание урана в рудах и высокая энергоемкость производства формируют одни из самых высоких в мире цен на отечественное сырье и позволяют обеспечить топливом украинские АЭС всего на 35%. Наличие 2–3% годового роста