

# ГЕОТЕХНІЧНА І ГІРНИЧА МЕХАНІКА, МАШИНОБУДУВАННЯ

УДК 531.3+621.313.32

**Б.В. Виноградов, д-р техн. наук, проф.,  
А.В. Христенко**

Государственное высшее учебное заведение  
„Украинский государственный химико-технологический  
университет“, г. Днепропетровск, Украина,  
e-mail: bvvin@mail.ru

## ВЫНУЖДЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ ДВУХДВИГАТЕЛЬНЫХ СИНХРОННЫХ ПРИВОДОВ БАРАБАННЫХ МЕЛЬНИЦ

**B.V. Vinogradov, Dr. Sci. (Tech.), Professor,  
A.V. Khristenko**

State Higher Educational Institution “Ukrainian State  
University of Chemical Technology”, Dnepropetrovsk,  
Ukraine, e-mail: bvvin@mail.ru

## THE FORCED VIBRATIONS ARE IN TWIN-ENGINE SYNCHRONOUS DRIVES OF RATTLER

**Цель.** Разработка методики расчёта динамики электромеханических систем двухдвигательных синхронных приводов барабанных мельниц и обоснование их рациональных динамических параметров.

**Методика.** Динамическая модель двухдвигательного синхронного привода представлена трехмассовой системой, электромагнитная система синхронного двигателя рассматривается как эквивалентная механическая модель. Показано, что вынужденные колебания в приводе возникают в результате кинематического возмущения, вызванного накопленной ошибкой шага открытого зубчатого зацепления. Экспериментальная зависимость величины накопленной ошибки шага открытой зубчатой передачи представлена рядом Фурье, что позволило оценить амплитуды каждой гармоники кинематического возмущения. Вынужденные колебания системы описываются тремя линейными дифференциальными уравнениями. В качестве примера рассмотрен привод мощностью 8000 кВт, где для каждой линии передач взят стандартный привод мельницы МШЦ 55х65 с двигателем мощностью 4000 кВт. Динамическая нагруженность привода характеризуется динамическим коэффициентом, показывающим, во сколько раз максимальная динамическая нагрузка в приводе превышает амплитуду кинематического возмущения. Для оценки величины динамических нагрузок представлены амплитудно-частотные характеристики электромагнитной системы двигателя и механических передач для наиболее нагруженной ветви при различных значениях жесткости упругих муфт и их демпфирующей способности. Для наглядности полученных результатов приведены расчетные зависимости крутящего момента в приводе в зависимости от времени.

**Результаты.** Установлено, что на основной частоте кинематического возмущения ( $p_1 = 1,5 \text{ с}^{-1}$ ) динамический коэффициент не превышает единицы. Это значит, что максимальная динамическая нагрузка в приводе равна  $M_{\text{max}} \approx 0,5c_3 \Delta_{k1}$ , где  $c_3$  – эквивалентная жесткость линии передач привода,  $\Delta_{k1}$  – амплитуда кинематического возмущения, соответствующая первой гармонике. Ограничение динамических нагрузок и равномерное распределение статической составляющей крутящего момента возможно при снижении жесткости механических передач. Наличие высших гармоник кинематического возмущения приводит к увеличению динамической составляющей крутящего момента, особенно в случаях, когда одна из частот является резонансной. Применение специальных упругих муфт, обладающих высокой демпфирующей способностью, позволяют ограничить динамические нагрузки в приводе и приблизить их к величине  $M_{\text{dmax}} \approx 0,5c_3 \Delta_{k1}$ .

**Научная новизна.** Установлены закономерности формирования динамических нагрузок в двухдвигательных приводах барабанных мельниц.

**Практическая значимость.** Разработана методика динамического расчета двухдвигательного синхронного привода барабанных мельниц, даны рекомендации по выбору его рациональных параметров.

**Ключевые слова:** барабанная мельница, синхронный двигатель, двухдвигательный привод, вынужденные колебания

**Постановка проблемы.** Измельчение сырья является капиталоемким и энергоемким процессом. В

мировой практике на измельчение материалов расходуется до 7–10% энергии, а металла – 2% всего производства в мире. Наибольшее применение для измельчения сырья получили барабанные мельницы.

© Виноградов Б.В., Христенко А.В., 2012

Их часть в общем количестве измельчительных агрегатов составляет в Украине 95%, за рубежом – 80% [1]. В горнорудной и других отраслях промышленности снижение затрат на измельчение сырья идет по пути создания крупногабаритных барабанных мельниц и увеличения их единичной мощности [2].

При создании барабанных мельниц при мощностях свыше 4 000–5 000 кВт возникают трудности при передаче мощности от двигателя к барабану одной линией передач. Поэтому в мировой практике для приводов мощностью свыше 4000–5000 кВт применяют двухдвигательные приводы.

Разделение силового потока на две ветви обеспечивает уменьшение нагрузок в каждой линии передач, приводит к снижению суммарного момента инерции вращающихся масс и общей массы электропривода, позволяет повысить уровень унификации его элементов [3].

**Анализ последних исследований.** В отличие от однодвигательных приводов, в двухдвигательных приводах с одним зубчатым венцом работают две приводные шестерни, что приводит к появлению дополнительных возмущающих факторов, возбуждающих в системе вынужденные колебания [4].

**Целью статьи является** разработка методики расчёта динамики электромеханических систем двухдвигательных синхронных приводов барабанных мельниц и обоснование их рациональных динамических параметров.

**Изложение основного материала.** На рис. 1 представлена кинематическая и расчетная схема барабанной мельницы.

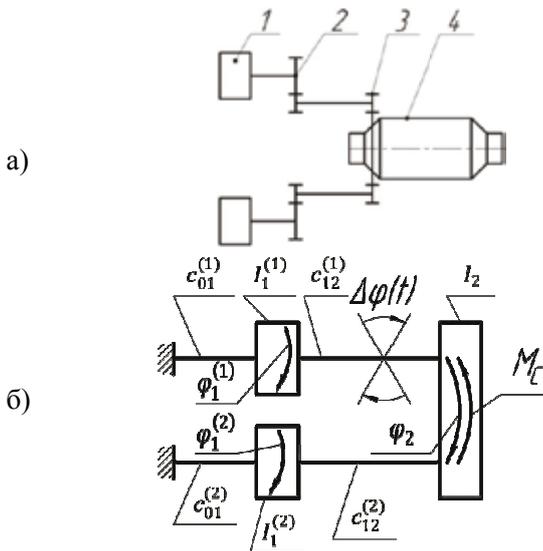


Рис. 1. Кинематическая (а) и расчетная (б) схема барабанной мельницы: 1,2,3,4 – двигатель, редуктор, открытая зубчатая передача, барабан соответственно

Барабанная мельница содержит: двигатель 1, редуктор 2, приводную шестерню 3, зубчатый венец и барабан 4.

Поскольку длина вала, соединяющего двигатель и редуктор, мала, и, соответственно, его жесткость большая по сравнению с жесткостью валопровода, то моменты инерции двигателя и редуктора приведены к одной массе. В результате эквивалентную динамическую схему можно представить трехмассовой системой (рис. 1, б), где:  $I_1^{(1)}$ ,  $I_1^{(2)}$  – моменты инерции роторов двигателей;  $c_{01}^{(1)}$ ,  $c_{01}^{(2)}$  – электромагнитная жесткость двигателей;  $c_{12}^{(1)}$ ,  $c_{12}^{(2)}$  – жесткости линий передач первого и второго двигателя;  $I_2$  – приведенный момент инерции барабана;  $M_c$  – момент сопротивления, вызванный продуктами загрузки и силами трения;  $\varphi_1^{(1)}$ ,  $\varphi_1^{(2)}$ ,  $\varphi_2$  – углы поворота.

Установлено, что в двухдвигательных приводах барабанных мельниц возбуждаются вынужденные колебания, вызванные накопленной ошибкой шага в открытой зубчатой передаче.

На рис. 2 приведен график изменения накопленной ошибки шага зубчатого венца мельницы МШРГУ 45×60, в зависимости от его угла поворота  $\varphi = \omega t$  [4]. Аппроксимация этой функции рядом Фурье позволила произвести спектральный анализ (рис. 3).

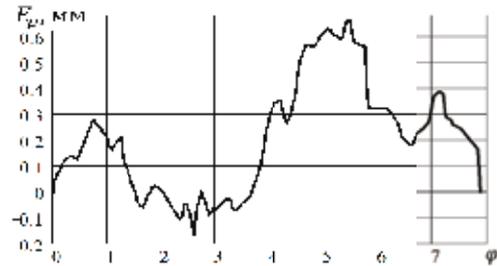


Рис. 2. График изменения накопленной ошибки шага ( $F_p$ ) зубчатого венца мельницы МШРГУ 45×60 в зависимости от его угла поворота  $\varphi = \omega t$

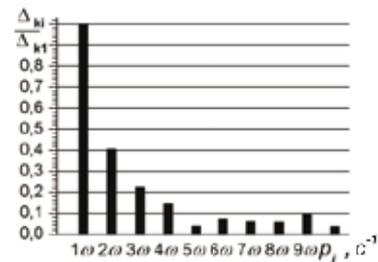


Рис. 3. Амплитудный спектр накопленной ошибки шага открытой зубчатой передачи:  $\Delta_{k1}$ ,  $\Delta_{ki}$  – амплитуда кинематического возмущения  $i$ -ой и первой гармоник соответственно;  $\omega = 1,5 \text{ c}^{-1}$  – частота вращения открытой зубчатой передачи;  $p_i$  – частота  $i$ -ой гармоники ( $i=1,2,3...10$ )

На первой гармонике колебаний, равной частоте вращения барабана ( $\omega = 1,5c^{-1}$ ), амплитуда кинематического возмущения имеет наибольшую величину.

В соответствии с эквивалентной динамической схемой (рис. 1, б), дифференциальные уравнения вынужденных колебаний запишем в следующем виде

$$\begin{cases} I_1 \ddot{\varphi}_1^{(1)} + c_{01} \dot{\varphi}_1^{(1)} - \mu_{01} \dot{\varphi}_1^{(1)} - c_{12}(\varphi_2 - \varphi_1^{(1)} - \\ - \sum_{i=1}^{10} \Delta_i \sin(p_i t + \beta_i)) + \mu_{12}(\dot{\varphi}_2 - \dot{\varphi}_1^{(1)}) = 0; \\ I_1 \ddot{\varphi}_1^{(2)} + c_{01} \dot{\varphi}_1^{(2)} - \mu_{01} \dot{\varphi}_1^{(2)} - c_{12}(\varphi_2 - \varphi_1^{(2)}) + \\ + \mu_{12}(\dot{\varphi}_2 - \dot{\varphi}_1^{(2)}) = 0; \\ I_2 \ddot{\varphi}_2 + c_{12}(\varphi_2 - \varphi_1^{(1)} - \sum_{i=1}^{10} \Delta_i \sin(p_i t + \beta_i)) - \\ - \mu_{12}(\dot{\varphi}_2 - \dot{\varphi}_1^{(1)}) + c_{12}(\varphi_2 - \varphi_1^{(2)}) - \\ - \mu_{12}(\dot{\varphi}_2 - \dot{\varphi}_1^{(2)}) = 0, \end{cases} \quad (1)$$

где  $\mu_{01} = \frac{\Psi_{01} c_{01}}{2\pi k_2}$ ;  $\mu_{12} = \frac{\Psi_{12} c_{12}}{2\pi k_1}$  – коэффициенты сил вязкого сопротивления;  $\Psi_{01}, \Psi_{12}$  – коэффициенты поглощения энергии колебаний;  $k_2, k_1$  – частоты собственных колебаний, соответствующие парциальным системам двигателя и механической системы.

В качестве примера рассмотрим привод общей мощностью 8 000 кВт, для каждой линии которого взят привод мельницы МШЦ 55×65 с двигателем мощностью 4 000кВт. Эквивалентная динамическая схема двухдвигательного привода имеет следующие параметры

$$\begin{aligned} c_{01}^{(1)} = c_{01}^{(2)} &= 19 \cdot 10^6 \text{ Н}\cdot\text{м}; & \Psi_{01}^{(1)} = \Psi_{01}^{(2)} &= 0,8; \\ c_{12}^{(1)} = c_{12}^{(2)} &= 12 \cdot 10^6 \text{ Н}\cdot\text{м}; & \Psi_{12}^{(1)} = \Psi_{12}^{(2)} &= 0,8; \\ I_1^{(1)} = I_1^{(2)} &= 3 \cdot 10^4 \text{ кг}\cdot\text{м}^2; & \Delta_{k1} &= 0,4 \cdot 10^{-2}; \\ \omega &= 1,5 \text{ с}^{-1}. \end{aligned}$$

Расчетные частоты собственных колебаний равны  $k_1 = 14,37 \text{ с}^{-1}$ ;  $k_2 = 32,15 \text{ с}^{-1}$ ;  $k_3 = 35,03 \text{ с}^{-1}$ .

Решения дифференциальных уравнений (1) будем искать в виде

$$\begin{cases} \varphi_1^{(1)} = B_1 \sin pt + B_2 \cos pt \\ \varphi_1^{(2)} = B_3 \sin pt + B_4 \cos pt \\ \varphi_2 = B_5 \sin pt + B_6 \cos pt \end{cases} \quad (2)$$

Подставляя эти уравнения в дифференциальные уравнения движения (1), определим амплитудные значения моментов в упругих связях механической системы привода

$$\begin{aligned} M_{01}^{(1)} &= c_{01} \sqrt{(B_1)^2 + (B_2)^2}; \\ M_{01}^{(2)} &= c_{01} \sqrt{(B_3)^2 + (B_4)^2}; \\ M_{12}^{(1)} &= c_{12} \sqrt{(B_5 - B_1 - \Delta)^2 + (B_6 - B_2)^2}; \\ M_{12}^{(2)} &= c_{12} \sqrt{(B_5 - B_3)^2 + (B_6 - B_4)^2}. \end{aligned}$$

Динамическую нагруженность привода будем характеризовать динамическим коэффициентом, показывающим во сколько раз максимальная динамическая нагрузка в приводе превышает амплитуду кинематического возмущения в каждой линии передач, равной  $0,5c_3\Delta$

$$\begin{aligned} v_{01}^{(1)} &= \frac{M_{01}^{(1)}}{0,5c_3\Delta}; & v_{12}^{(1)} &= \frac{M_{12}^{(1)}}{0,5c_3\Delta}; \\ v_{01}^{(2)} &= \frac{M_{01}^{(2)}}{0,5c_3\Delta}; & v_{12}^{(2)} &= \frac{M_{12}^{(2)}}{0,5c_3\Delta}, \end{aligned}$$

где  $c_3 = c_{01}c_{12}/(c_{01} + c_{12})$  – эквивалентная жесткость каждой линии передач.

Величины динамических коэффициентов для наиболее нагруженной линии передач, в зависимости от частоты кинематического возмущения, приведены на рис. 4.

В двухдвигательных синхронных приводах в результате несогласованности электромагнитных характеристик двигателей и зазоров в механической системе возможно неравномерное распределение статической составляющей крутящего момента между линиями передач каждого двигателя. С учетом статической составляющей величину крутящего момента определим из выражений [4]

$$M_{01}^{(1)} = \frac{M_c}{2} + \frac{c_3 \Delta \varphi_{cm}}{2} + c_{01} \varphi_1^{(1)};$$

$$\begin{aligned} M_{12}^{(1)} &= \frac{M_c}{2} + \frac{c_3 \Delta \varphi_{cm}}{2} + c_{12}(\varphi_2 - \varphi_1^{(1)} - \\ &- \sum_{i=1}^n i a_i \sin(ip_i + \beta_i)), \end{aligned}$$

где  $\Delta \varphi_{cm}$  – статическая составляющая угла рассогласования.

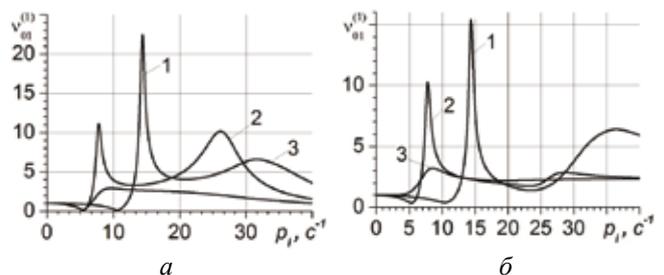


Рис. 4. Амплитудно-частотные характеристики электромагнитной системы двигателя (а) и механических передач (б): 1 –  $c_{12} = 12 \cdot 10^6 \text{ Н}\cdot\text{м}$ ;  $\mu_{12} = 1,528 \cdot 10^5 \text{ Н}\cdot\text{м}\cdot\text{с}$ ; 2 –  $c_{12} = 2 \cdot 10^6 \text{ Н}\cdot\text{м}$ ;  $\mu_{12} = 6,238 \cdot 10^4 \text{ Н}\cdot\text{м}\cdot\text{с}$ ; 3 –  $c_{12} = 2 \cdot 10^6 \text{ Н}\cdot\text{м}$ ;  $\mu_{12} = 3,119 \cdot 10^5 \text{ Н}\cdot\text{м}\cdot\text{с}$

На рис. 5 показана относительная величина крутящего момента, характеризующая неравномерность распределения статической составляющей крутящего момента и равная отношению величины крутящего момента к его номинальному значению. В соответствии с рис. 5, крутящий момент двигателя и механиче-

ской передачи в наиболее нагруженной линии передач, соответственно, равны  $M_{01}^{(1)} = k_{01}^{(1)} \cdot M_n$ ;  $M_{12}^{(1)} = k_{12}^{(1)} \cdot M_n$ , где  $M_n = 0,5 \cdot M_c$ .

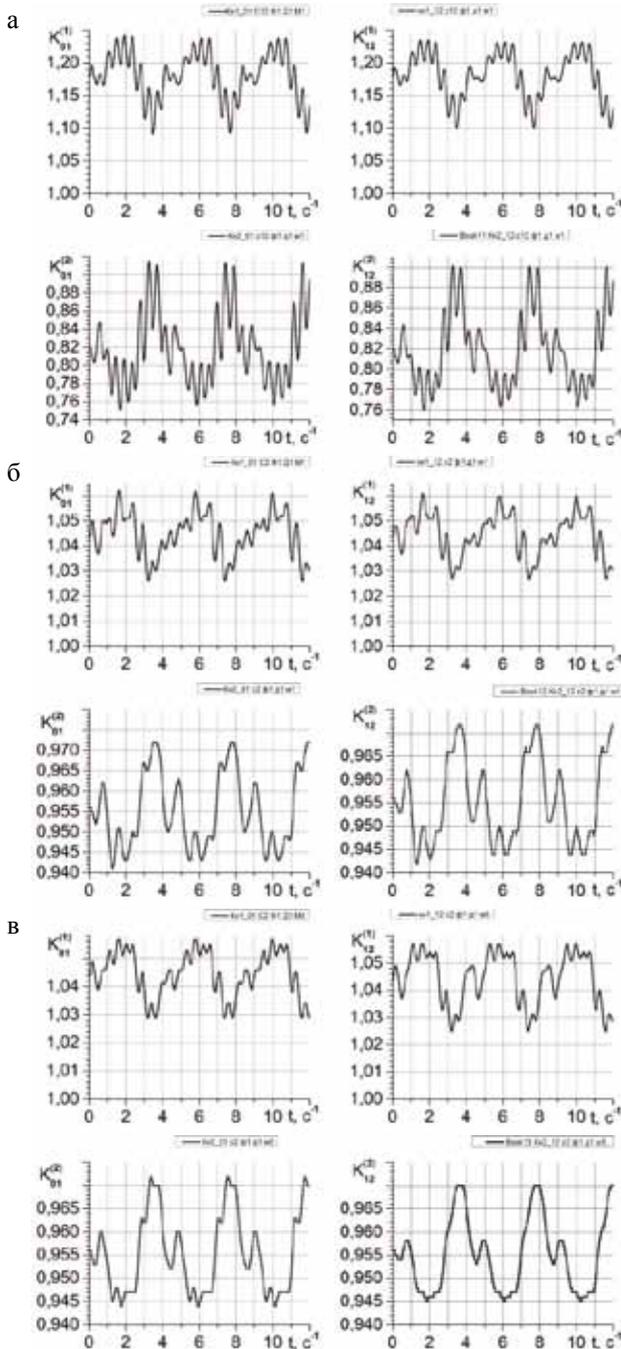


Рис. 5. Расчетные зависимости относительного крутящего момента в приводе при  $\Delta\varphi_{ст} = 10^{-2}$ : а –  $c_{12} = 12 \cdot 10^6 \text{ Н}\cdot\text{м}$ ;  $\psi_{12}^{(1)} = \psi_{12}^{(2)} = 0,8$ ; б – то же при  $c_{12} = 2 \cdot 10^6 \text{ Н}\cdot\text{м}$ ;  $\psi_{12}^{(1)} = \psi_{12}^{(2)} = 0,8$ ; в – то же при  $\psi_{12}^{(1)} = \psi_{12}^{(2)} = 4$ ;  $k_{01}^{(1)}$ ,  $k_{12}^{(1)}$ ,  $k_{01}^{(2)}$ ,  $k_{12}^{(2)}$  – относительные коэффициенты крутящего момента в двигателе и передаче, соответственно, для первой и второй линии передач

Анализ полученных данных позволяет сделать следующие **выводы**.

1. На основной частоте кинематического возмущения ( $p_1 = 1,5 \text{ с}^{-1}$ ) динамический коэффициент не превышает единицы. Это значит, что максимальная динамическая нагрузка в приводе равна  $M_{dmax} \approx 0,5c_3\Delta k_1$ .

2. Ограничение динамических нагрузок и равномерное распределение статической составляющей крутящего момента возможно при снижении жесткости механических передач. Наличие высших гармоник кинематического возмущения приводит к увеличению динамической составляющей крутящего момента, особенно в случаях, когда одна из частот является резонансной. Применение специальных упругих муфт, обладающих высокой демпфирующей способностью [4], позволяет ограничить динамические нагрузки в приводе и приблизить их к величине  $M_{dmax} \approx 0,5c_3\Delta k_1$ .

**Список литературы / References**

1. Науменко Ю.В. Основы теории режимів роботи барабанних млинів: монографія / Ю.В. Науменко – Рівне: Видавництво СПД Зелент О.І., 2009. – 282 с.  
Naumenko Yu.V. (2009), *Osnovy teorii rezhymiv roboty barabannykh mlyniv* [Foundations of the Theory of Tumbling Mill Work Modes], monograph, Publisher SPD Zelent O, Rivne, Ukraine.
2. Стюарт М. (Metso Minerals) Крупногабаритные мельницы измельчения компании Metso Minerals / М. Стюарт, Свалбонас Джонс // Горная промышленность. – 2007. – №1(70). – С.58–64.  
Stuart M., Jons Svalbonas (Metso Minerals) (2007), “Heavy-duty grinding mills of Metso Minerals Company”, *Mining industry*, no.1(70), pp.58–64.
3. Чудновский В.Ю. Исследование динамики мощного двухдвигательного электропривода / Чудновский В.Ю. // Горное оборудование и электромеханика. – 2005. – №1. – С. 26–30.  
Chudnovsky, V.Yu. (2005), “The investigation of the dynamics of powerful two-motor electrical drive”, *Gornoye oborudovaniye i elektromekhanika*, no.1, pp. 26–30.
4. Виноградов Б.В. Динамика барабанних млинів: монографія / Б.В. Виноградов. – Дніпропетровськ: УДХТУ, 2004. – 127 с.  
Vynogradov, B.V. (2004), *Dynamika barabannykh mlyniv* [Dynamics of Tumbling Mills], monograph, USUCT, Dnipropetrovsk, Ukraine.

**Мета.** Розробка методики розрахунку динаміки електромеханічних систем дводвигунових синхронних приводів барабанних млинів та обґрунтування їх раціональних динамічних параметрів

**Методика.** Динамічна модель дводвигунового синхронного привода представлена тримасовою системою, електромагнітна система синхронного двигуна розглядається як еквівалентна механічна модель. Показано, що змушені коливання у приводі виникають у результаті кінематичного збурювання, викликаного накопиченою помилкою кроку відкритого зубчастого зачеплення. Експериментальна залежність

величини накопиченої помилки кроку відкритої зубчастої передачі представлена рядом Фур'є, що дозволило оцінити амплітуди кожної гармоніки кінематичного збурювання.

Змушені коливання системи описуються трьома лінійними диференціальними рівняннями.

Як приклад розглянуто привід потужністю 8000 кВт, де для кожної лінії передач узято стандартний привід млина МШЦ 55х65 із двигуном потужністю 4000 кВт.

Динамічна навантаженість привода характеризується динамічним коефіцієнтом, що показує, у скільки разів максимальне динамічне навантаження у приводі перевищує амплітуди кінематичного збурювання.

Для оцінки величини динамічних навантажень представлено амплітудно-частотні характеристики електромагнітної системи двигуна й механічних передач для найбільш навантаженої гілки при різних значеннях жорсткості пружних муфт і їх демпфуючої здатності. Для наочності отриманих результатів наведено залежності пружних крутних моментів у приводі залежно від часу.

**Результати.** Встановлено, що на основній частоті кінематичного збурення ( $p_1 = 1,5 \text{ c}^{-1}$ ) динамічний коефіцієнт не перевищує одиниці. Це означає, що максимальне динамічне навантаження у приводі дорівнює  $M_{\text{max}} \approx 0,5c_e \Delta_{k1}$ , де  $c_e$  – еквівалентна жорсткість лінії передач привода,  $\Delta_{k1}$  – амплітуда кінематичного збурення, що відповідає першій гармоніці. Обмеження динамічних навантажень і рівномірне розподілення статичної складової крутного моменту можливе при зменшенні жорсткості механічних передач. Наявність вищих гармонік кінематичного збурення призводить до збільшення динамічної складової крутного моменту, особливо у випадках, коли одна з частот є резонансною. Застосування спеціальних пружних муфт, що мають високі демпфуючі властивості, дозволяє обмежити динамічні навантаження у приводі та наблизити їх до величини  $M_{\text{max}} \approx 0,5c_e \Delta_{k1}$ .

**Наукова новизна.** Встановлено закономірності формування динамічних навантажень у дводвигунових приводах барабанних млинів.

**Практична значимість.** Розроблено методику динамічного розрахунку дводвигунового синхронного привода барабанних млинів, дано рекомендації щодо вибору його раціональних параметрів.

**Ключові слова:** барабанний млин, синхронний двигун, дводвигуновий привід, змушені коливання

**Purpose.** To develop the technique for calculation of the dynamics of electromechanical systems of two-motor synchronous drives of tumbling mills and substantiate their rational dynamical parameters.

**Methodology.** The dynamic model of twin-engine synchronous drive is presented by three-mass system. The electromagnetic system of synchronous engine is considered to be an equivalent mechanical model. It is shown, that the forced vibrations in the drive appear as a result of kinematic disturbance, caused by the accumulated error of the gearing step. Experimental dependence of the opened gearing accumulated step error is presented by Fourier series, which allows us to estimate amplitudes of each harmonic kinematic disturbance.

Forced vibrations of the system are described by three linear differential equations. A drive with power of 8000 kW is considered as an example. For each line of transmission the drive of MSHC 55x65 mill with an engine with power of 4000 kW is taken as a standard.

The drive dynamic loading is characterized by dynamic coefficient, showing, how many times the maximal dynamic loading in a drive exceeds amplitudes of kinematic disturbance in every line of transmissions. For the estimation of the dynamic loadings values the gain-frequency characteristics of the engine and mechanical transmissions electromagnetic system is presented for the most loaded branch at the different values of inflexibility of resilient muffers and their antivibration ability. To ensure the clearness of the obtained results the calculated dependencies of twisting moment values on time are given.

**Findings.** The results of the research show that on fundamental frequency of kinematic disturbance ( $p_1 = 1,5 \text{ c}^{-1}$ ) the dynamic coefficient does not exceed the value of 1. It means that the maximal dynamic loading in the drive is equal  $M_{\text{max}} \approx 0,5c_e \Delta_{k1}$ . Limitation of dynamic loadings and uniform distribution of twisting moment static constituent is possible by declining of mechanical transmissions inflexibility. The presence of the kinematic indignation ultraharmonic results in the increase of twisting moment dynamic constituent, especially in cases when one of frequencies corresponds to the resonance. Application of special resilient muffers possessing high antivibration ability allows us to limit the dynamic loadings in the drive and approach them to the value of  $M_{\text{max}} \approx 0,5c_e \Delta_{k1}$ .

**Originality.** The regularities of dynamic loads formation in the two-motor drives of tumbling mills has been determined.

**Practical value.** The method of dynamic calculation of twin-engine synchronous drive of tumbling mills, allowing us to choose their rational parameters, has been developed.

**Keywords:** tumbling mill, synchronous engine, twin-engine drive, forced vibrations

Рекомендовано до публікації докт. техн. наук С.Є. Блохіним. Дата знаходження рукопису 22.12.11.