

destruction by means of the technology of pulse rotation of instrument.

Practical value. Suggested technology of boring with pulse rotation of instrument allows us to decrease essentially energy consumption of rock destruction and to raise the mechanical speed of bore-hole driving.

Keywords: *electromechanical system, rotation of instrument, energy intensity, mechanical speed*

Рекомендовано до публікації докт. техн. наук В.І. Корсуном. Дата знаходження рукопису 07.08.12.

УДК 621.311.001.57

**В.Ф. Сивокобиленко, д-р техн. наук, проф.,
С.В. Василець, канд. техн. наук**

Державний вищий навчальний заклад „Донецький національний технічний університет“, м. Донецьк, Україна,
e-mail: svyat.vasilets@gmail.com

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ЕЛЕКТРОТЕХНІЧНОГО КОМПЛЕКСУ ШАХТИ З СИНХРОННИМИ ТА АСИНХРОННИМИ ДВИГУНАМИ

**V.F. Syvokobylenko, Dr. Sci. (Tech.), Professor,
S.V. Vasylets, Cand. Sci. (Tech.)**

State Higher Educational Institution “Donetsk National Technical University”, Donetsk, Ukraine,
e-mail: svyat.vasilets@gmail.com

MATHEMATICAL MODELL OF MINE ELECTROTECHNICAL COMPLEX WITH SYNCHRONOUS AND INDUCTION MOTORS

Мета. Обґрунтування математичної моделі електротехнічного комплексу шахти, що включає синхронні та асинхронні двигуни.

Методика. Методика досліджень включає складання топологічного опису схеми заміщення мережі за допомогою теорії графів, що дозволяє отримати матрицю головних перетинів та скласти матричні рівняння стану резистивних та реактивних елементів схеми заміщення електротехнічного комплексу шахти, причому в останньому випадку використовується метод змінних стану, що передбачає формування диференціальних рівнянь відносно струмів індуктивних хорд та напруг ємнісних ребер. Синхронні та асинхронні двигуни, що представляються у схемі заміщення електротехнічного комплексу джерелами струму, керованими напругами, описуються матричними диференціальними рівняннями, які об'єднуються з рівняннями стану *RLC*-системи в єдине матричне диференціальне рівняння стану електротехнічного комплексу, для чисельного розв'язання якого обґрунтована доцільність використання жорстко-стійкого багатозначного методу Гіра-Нордсіка зі змінним кроком інтегрування.

Результати. Обґрунтовано математичну модель електротехнічного комплексу шахти, що включає джерела живлення, трансформатори, комутаційні апарати, силові кабелі, синхронні та асинхронні двигуни, у вигляді матричного диференціального рівняння у формі Коши.

Наукова новизна. Дістала подальшого розвитку математична модель електротехнічного комплексу шахти, що базується на використанні матричних диференціальних рівнянь стану реактивних елементів схеми заміщення системи, синхронних та асинхронних двигунів, яка відрізняється врахуванням взаємного впливу електродвигунів у мережі довільної конфігурації та можливістю комплексного дослідження стану системи в аварійних режимах усіх можливих типів.

Практична значимість. Полягає в розробці прикладної комп'ютерної програми з графічним інтерфейсом “MinePowerNet”, використання якої дозволяє досліджувати усталені та перехідні процеси в електротехнічних комплексах шахт конкретної конфігурації при комутаціях, зміні режимних параметрів та аварійних станах синхронних та асинхронних двигунів рудничного електропривода.

Ключові слова: *моделювання, вугільна шахта, диференціальне рівняння, матриця, напруга*

Актуальність проблеми та її зв'язок із прикладними задачами. Підвищення техніко-економічних показників функціонування електротехнічного комплексу (ЕТК) шахти можливе за рахунок [1]: переведення високовольтного електрообладнання на напругу 10 кВ; застосування в дільничних мережах напруги 3 (3,3) кВ; впровадження частотно-керованих еле-

ктроприводів стаціонарних установок та вугледобувних машин і т.і. Розв'язання цих задач потребує уточнення методики вибору електрообладнання [2], підвищення точності розрахунку уставок існуючих захисних апаратів, проектування цифрових засобів захисту з покращеними характеристиками. Це вимагає більш точного обрахування перехідних процесів при запуску, відключенні або перевантаженні електродвигунів, виникненні дво- та трифазних коротких за-

микань, замикань на землю (витоків струму на землю) та інших аварійних режимів [3].

На сьогоднішній день для оцінки перехідних процесів використовуються залежності [2], що, через недостатню точність, можуть слугувати тільки для приблизного вибору електрообладнання. Зменшення похибок розрахунків можливе шляхом аналізу перехідних процесів за диференційними рівняннями елементів системи з їх подальшим розв'язанням чисельними методами. Враховуючи підвищення показників надійності, економічної ефективності та безпеки експлуатації вугледобувних машин при раціональному виборі електрообладнання та уставок захисних апаратів на основі уточненої інформації щодо нормальних та аварійних режимів роботи, задача розробки математичної моделі ЕТК шахти є актуальною.

Відомі дослідження та публікації. Математичну модель об'єкта досліджень можна представити сукупністю моделей статичної частини електромережі (трансформатори, кабелі, комутаційні апарати, кола апаратів захисту та ін.) та електричних машин, що обертаються [4]. У першому випадку достатньо ефективно може бути запрограмований метод змінних стану, коли дифере-

нційні рівняння системи довільної структури формуються відносно струмів індуктивних елементів та напруг ємностей. При моделюванні двигунного навантаження доцільно використовувати відомі математичні моделі електричних машин, що обертаються [5].

Постановка задачі. Обґрунтування математичної моделі ЕТК шахти, що включає синхронні та асинхронні двигуни.

Основний матеріал та результати досліджень. Розглянемо фрагмент шахтного ЕТК (рис. 1, а), що включає джерело живлення (источник питания – ИП1) з лінійною напругою 6 кВ, яке відповідає вторинній обмотці трансформатора головної поверхневої підстанції (ГПП), до якого кабелем К1 (типу ЭВТ3х120, довжиною 30 м) підключено синхронний двигун М1 (типу СТМ-3500-2, $U_n=6\text{кВ}$, $P_n=3500\text{кВт}$) привода вентилятора головного провітрювання та кабелем К2 (типу ЭВТ3х120, довжиною 1000 м) підключено знижувальну трансформаторну підстанцію УТП2 (типу КТПВ-1000/6-1,2) вугледобувної дільниці, яка живить асинхронний двигун М2 (типу ЭДКОФВ315ЛА4, $U_n=1140\text{В}$, $P_n=200\text{кВт}$) привода скребкового конвеєра лави.

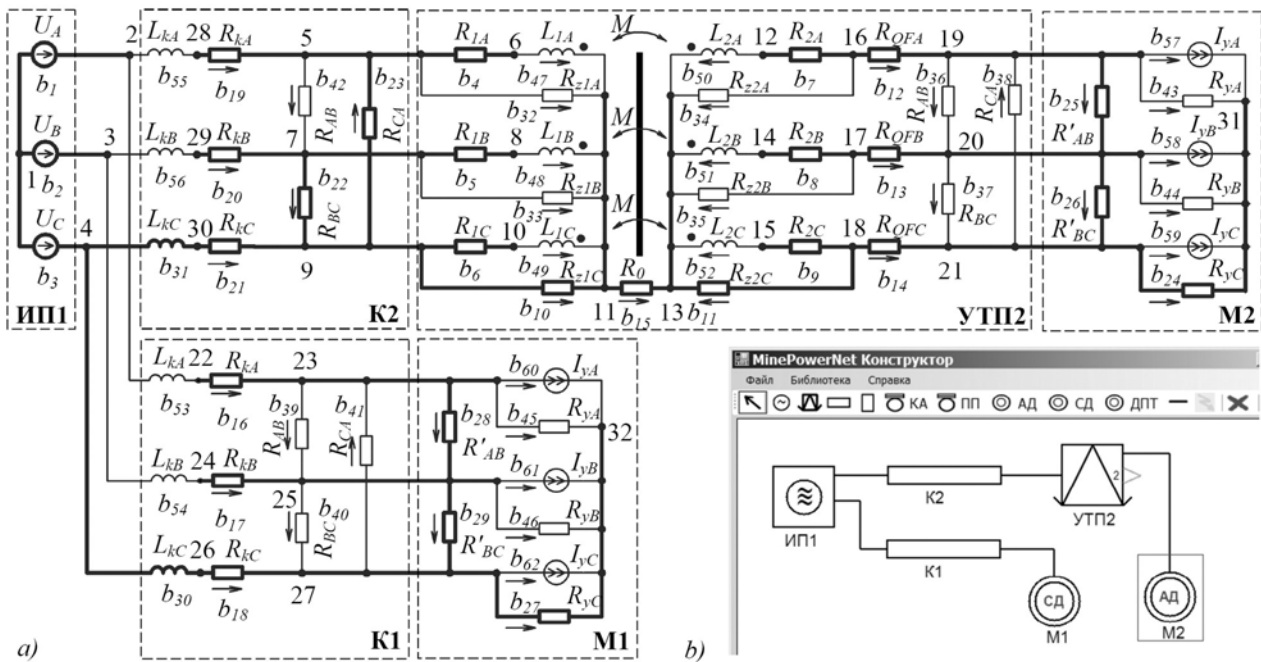


Рис. 1. Фрагмент шахтного ЕТК, прийнятий для моделювання: а – схема заміщення; б – принципова схема в графічному редакторі комп'ютерної програми, що розробляється

Схема заміщення вказаного фрагмента ЕТК складена за наступних припущень: а) система напруг на виході ИП1 є симетричною, RL -параметри вторинної обмотки трансформатора ГПП не враховано, нейтраль мережі – ізольована; б) комутаційні апарати розподільчого пристрою 6кВ ГПП, що відносяться до виділеного фрагмента ЕТК, та комплектні розподільчі пристрої центральної підземної підстанції (ЦПП) знаходяться у ввімкненому стані, тому на схемі заміщення не вказані; в) кабель К2 на схемі заміщення представляє ствольний кабель від ГПП до ЦПП та

кабель, що під'єднує дільничну трансформаторну підстанцію до ЦПП; д) параметри кабелю, за допомогою якого двигун М1 під'єднаний до УТП2, не враховуються; е) кабелі описуються схемою заміщення із зосередженими параметрами, яка враховує активні опори R_{kx} , індуктивності L_{kx} жил (причому $x=A,B,C$ – позначення фази) та активні опори $R_{AB}-R_{CA}$ міжфазної ізоляції, останнє дозволяє моделювати короткі замикання в кінці кабелю, ємність та активний опір ізоляції відносно землі не враховано; ф) схема заміщення дільничної підстанції УТП2 враховує: активні опори

R_{lx} , R_{2x} фаз первинної та вторинної обмоток трансформатора відповідно; індуктивності L_{lx} та L_{2x} фаз вказаних обмоток; наявність взаємоіндуктивності M між обмотками фаз; активні опори R_{QFx} фаз автоматичного вимикача; активні опори R_{AB} - R_{CA} міжфазної ізоляції, що дає змогу моделювати короткі замикання на виході підстанції; активні опори R_{zlx} та R_{z2x} ізоляції між виводами фазних обмоток первинної та вторинної обмоток трансформатора з метою моделювання відповідних коротких замикань; активний опір R_0 між нульовими точками первинної та вторинної обмоток трансформатора, які з'єднані за схемою „зірка“, що забезпечує безперервність дерева графа; g) електродвигуни подані керованими напругою (що знімається з резисторів R'_{AB} та R'_{BC}) джерелами струму I_{yA} - I_{yC} , причому врахування вихідного опору останніх резисторами R_{yA} - R_{yC} дозволяє виключити особливості графа у вигляді перетинів, що містять лише джерела струму (тобто забезпечує охоплення деревом графа всіх вузлів схеми заміщення); h) для трансформатора та електродвигунів не враховується насичення сталі; i) опори резисторів R_{AB} - R_{CA} , R_{zlx} , R_{z2x} , R_0 , R'_{AB} , R'_{BC} , R_{yx} становлять ІМОМ.

Дерево графа для схеми заміщення фрагмента ЕТК (рис. 1, а) утворюють $N_p=31$ ребро (b_1 - b_{31} , виділені на схемі заміщення), до яких відносяться: незалежні джерела напруги (у кількості $N_l=3$), резистивні ($N_{Rp}=26$) та індуктивні ребра ($N_{Lp}=2$), керовані джерела напруги та ємнісні ребра у схемі заміщення відсутні ($N_{Uy}=0$ та $N_{Cy}=0$ відповідно). Доповнення дерева графа складається з $N_x=31$ хорди (b_{32} - b_{62}), а саме: резистивні ($N_{Rx}=15$) та індуктивні ($N_{Lx}=10$) хорди, керовані джерела струму ($N_{Iy}=6$), ємнісні хорди та незалежні джерела струму у схемі заміщення відсутні ($N_{Cx}=0$ та $N_l=0$) [6].

Матриця головних перетинів для схеми заміщення ЕТК у загальному випадку має вигляд

$$\bar{F}_1 = C_p \begin{bmatrix} C_x & R_x & L_x & I & I_y \\ U_y \begin{bmatrix} \bar{F}_2 & \bar{F}_3 & \bar{F}_4 & \bar{F}_5 & \bar{F}_6 \\ \bar{F}_7 & \bar{F}_8 & \bar{F}_9 & \bar{F}_{10} & \bar{F}_{11} \\ \bar{F}_{12} & \bar{F}_{13} & \bar{F}_{14} & \bar{F}_{15} & \bar{F}_{16} \\ \bar{F}_{17} & \bar{F}_{18} & \bar{F}_{19} & \bar{F}_{20} & \bar{F}_{21} \\ \bar{F}_{22} & \bar{F}_{23} & \bar{F}_{24} & \bar{F}_{25} & \bar{F}_{26} \end{bmatrix} \end{bmatrix}$$

де \bar{F}_2 , \bar{F}_7 , \bar{F}_{17} , \bar{F}_{22} , \bar{F}_{23} , \bar{F}_{25} , \bar{F}_{26} є нульовими через відсутність відповідних особливостей графа.

Резистивним елементам схеми заміщення відповідає матричне рівняння

$$\bar{I}_{pez} = \bar{B}_1 \cdot \bar{X} + \bar{B}_2 \cdot \bar{X}_{nu} + \bar{B}_3 \cdot \bar{X}_{yu}, \quad (1)$$

де $\bar{I}_{pez} = [\bar{I}_{Rp} \quad \bar{I}_{Rx}]^T$ – вектор струмів резистивних ребер та хорд; $\bar{X} = [\bar{U}_{Cp} \quad \bar{I}_{Lx}]^T$ – вектор змінних стану RLC -кола (напруг на ємнісних ребрах та струмів індуктивних хорд); $\bar{X}_{nu} = [\bar{U} \quad \bar{I}]^T$,

$\bar{X}_{yu} = [\bar{U}_{yu} \quad \bar{I}_{yu}]^T$ – відповідно, вектори незалежних та керованих джерел живлення;

$$\bar{B}_1 = \bar{A}_{11}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \bar{0} & -\bar{F}_{19} \\ \bar{F}_{13}^T & \bar{0} \end{bmatrix}; \quad \bar{B}_2 = \bar{A}_{11}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \bar{0} & -\bar{F}_{20} \\ \bar{F}_8^T & \bar{0} \end{bmatrix};$$

$$\bar{B}_3 = \bar{A}_{11}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \bar{0} & -\bar{F}_{21} \\ \bar{F}_3^T & \bar{0} \end{bmatrix}; \quad \bar{A}_{11} = \begin{bmatrix} \bar{1} & \bar{F}_{18} \\ -\bar{F}_{18}^T \cdot \bar{R}_p & \bar{R}_x \end{bmatrix},$$

де \bar{R}_p , \bar{R}_x – відповідно, діагональні матриці опорів резистивних ребер та хорд.

Матричне диференціальне рівняння стану реактивних елементів системи є наступним

$$d\bar{X}/dt = \bar{A}_1 \cdot \bar{X} + \bar{A}_2 \cdot \bar{X}_{nu} + \bar{A}_3 \cdot \bar{X}_{yu}, \quad (2)$$

$$\text{де } \bar{A}_1 = \bar{A}_{22}^{-1} \left(\bar{A}_{21} \cdot \bar{B}_1 + \begin{bmatrix} \bar{0} & -\bar{F}_{14} \\ \bar{F}_{14}^T & \bar{0} \end{bmatrix} \right); \quad \bar{A}_2 = \bar{A}_{22}^{-1} \times$$

$$\times \left(\bar{A}_{21} \cdot \bar{B}_2 + \begin{bmatrix} \bar{0} & -\bar{F}_{15} \\ \bar{F}_9^T & \bar{0} \end{bmatrix} \right); \quad \bar{A}_3 = \bar{A}_{22}^{-1} (\bar{A}_{21} \cdot \bar{B}_3 +$$

$$+ \begin{bmatrix} \bar{0} & -\bar{F}_{16} \\ \bar{F}_4^T & \bar{0} \end{bmatrix}); \quad \bar{A}_{21} = \begin{bmatrix} \bar{0} & -\bar{F}_{13} \\ \bar{F}_{19}^T \cdot \bar{R}_p & \bar{0} \end{bmatrix};$$

$$\bar{A}_{22} = \text{diag}\{\bar{C}_p + \bar{F}_{12} \cdot \bar{C}_x \cdot \bar{F}_{12}^T \quad \bar{L}_x + \bar{F}_{24}^T \cdot \bar{L}_p \cdot \bar{F}_{24}\},$$

причому \bar{C}_p , \bar{C}_x – матриці ємностей C ребер та хорд відповідно; \bar{L}_p , \bar{L}_x – матриці індуктивностей L ребер та хорд відповідно, в яких враховані взаємоіндуктивності.

Матричне диференціальне рівняння, що описує електричні та механічні перехідні процеси в симетричному короткозамкненому асинхронному двигуні без насичення [5] може бути подано у вигляді

$$d\bar{I}_{AD}/dt = \bar{F}_{AD} \cdot \bar{I}_{AD} + \bar{G}_{AD} \cdot \bar{S}_{AD} + \bar{H}_{AD} \cdot \bar{U}_{AD}, \quad (3)$$

де $\bar{I}_{AD} = [i_{sa} \quad i_{sb} \quad i_{sc} \quad i_{ra} \quad i_{rb} \quad i_{rc} \quad \omega]^T$ – вектор змінних стану асинхронного двигуна; $\bar{U}_{AD} = [u'_{AB} \quad u'_{BC} \quad u'_{CA}]^T$ – вектор лінійних напруг на статорі (причому для схеми „зірка“ $u'_{CA}=0$ – не визначається); $\bar{S}_{AD} = [s_1 \quad s_2 \quad s_3]^T$, $s_1 = -\omega[L_m(i_{sb} - i_{sc}) + L_r(i_{rb} - i_{rc})]/\sqrt{3}$; $s_2 = \omega(L_m i_{sa} + L_r i_{ra})$;

$$s_3 = \frac{\sqrt{3}L_m}{2J} [i_{ra}(i_{sb} - i_{sc}) - i_{sa}(i_{rb} - i_{rc})] - \frac{M_c(\omega)}{J};$$

\bar{H}_{AD} – матричний коефіцієнт, який для схем „зірка“ та „трикутник“ статора відповідно дорівнює

$$\bar{H}_{AD}^Y = \begin{bmatrix} \frac{4b_5}{3} & \frac{2b_5}{3} & 0 \\ -\frac{2b_5}{3} & \frac{2b_5}{3} & 0 \\ \frac{4b_6}{3} & -\frac{2b_6}{3} & 0 \\ -\frac{2b_6}{3} & \frac{2b_6}{3} & 0 \\ \frac{4b_5}{3} & \frac{2b_5}{3} & 0 \\ -\frac{2b_5}{3} & \frac{2b_5}{3} & 0 \\ \frac{4b_6}{3} & -\frac{2b_6}{3} & 0 \\ -\frac{2b_6}{3} & \frac{2b_6}{3} & 0 \\ \frac{4b_5}{3} & \frac{2b_5}{3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad \bar{H}_{AD}^\Delta = \begin{bmatrix} 2b_5 & 0 & 0 \\ -b_5 & b_5 & -b_5 \\ -b_5 & -b_5 & b_5 \\ -2b_6 & 0 & 0 \\ b_6 & -b_6 & b_6 \\ b_6 & b_6 & -b_6 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix};$$

$$\bar{F}_{AD} = \begin{bmatrix} -2b_1 & 0 & 0 & 2b_2 & 0 & 0 & 0 \\ b_1 & -b_1 & b_1 & -b_2 & b_2 & -b_2 & 0 \\ b_1 & b_1 & -b_1 & -b_2 & -b_2 & b_2 & 0 \\ 2b_3 & 0 & 0 & -2b_4 & 0 & 0 & 0 \\ -b_3 & b_3 & -b_3 & b_4 & -b_4 & b_4 & 0 \\ -b_3 & -b_3 & b_3 & b_4 & b_4 & -b_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix};$$

$$\bar{G}_{AD} = \begin{bmatrix} -2b_6 & 0 & 0 \\ b_6 & -\sqrt{3}b_6 & 0 \\ b_6 & \sqrt{3}b_6 & 0 \\ 2b_7 & 0 & 0 \\ -b_7 & \sqrt{3}b_7 & 0 \\ -b_7 & -\sqrt{3}b_7 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

причому $b_1 = R_s L_r k_{sr}$; $b_2 = R_r L_m k_{sr}$; $b_3 = R_s L_m k_{sr}$; $b_4 = R_r L_s k_{sr}$; $b_5 = L_r k_{sr}$; $b_6 = L_m k_{sr}$; $b_7 = L_s k_{sr}$; $k_{sr} = 0,5 / (L_s L_r - L_m^2)$; R_s , R_r – активні опори фази статора та ротора відповідно; L_m , L_s , L_r – індуктивність намагнічування, повні індуктивності статора та ротора відповідно.

За наявності в системі n' асинхронних двигунів узагальнене рівняння їх стану являє собою лінійну комбінацію диференціальних рівняння (3)

$$\frac{d\bar{I}_{AD\ell}}{dt} = \bar{F}_{AD\ell} \cdot \bar{I}_{AD\ell} + \bar{G}_{AD\ell} \cdot \bar{S}_{AD\ell} + \bar{H}_{AD\ell} \cdot \bar{U}_{AD\ell}, \quad (4)$$

де $\bar{I}_{AD\ell} = [\bar{I}_{AD1} \dots \bar{I}_{ADn'}]^T$ – узагальнений вектор змінних стану n' асинхронних двигунів;

$$\bar{S}_{AD\ell} = [\bar{S}_{AD1} \dots \bar{S}_{ADn'}]^T;$$

$$\bar{U}_{AD\ell} = [\bar{U}_{AD1} \dots \bar{U}_{ADn'}]^T;$$

$$\bar{F}_{AD\ell} = \text{diag}\{\bar{F}_{AD1} \dots \bar{F}_{ADn'}\};$$

$$\bar{G}_{AD\ell} = \text{diag}\{\bar{G}_{AD1} \dots \bar{G}_{ADn'}\};$$

$$\bar{H}_{AD\ell} = \text{diag}\{\bar{H}_{AD1} \dots \bar{H}_{ADn'}\}.$$

Синхронний двигун із демпферною обмоткою на якорі описується диференціальними рівняннями в системі координат dq [4]

$$\begin{cases} u_d = R_s \cdot i_d + d\psi_d / dt - \omega \cdot \psi_q \\ u_q = R_s \cdot i_q + d\psi_q / dt + \omega \cdot \psi_d \\ u'_{fd} = R'_{fd} \cdot i'_{fd} + d\psi'_{fd} / dt \\ u'_{kd} = R'_{kd} \cdot i'_{kd} + d\psi'_{kd} / dt \\ u'_{kq} = R'_{kq} \cdot i'_{kq} + d\psi'_{kq} / dt \\ d\omega / dt = p [M_e - M_c(\omega)] / J \\ d\theta / dt = \omega \end{cases}, \quad (5)$$

де u_d , i_d , ψ_d – відповідно, напруга, струм та потокозчеплення обмотки статора за віссю d ; u_q , i_q , ψ_q – теж за віссю q ; R_s – активний опір обмотки статора; u'_{fd} , i'_{fd} , ψ'_{fd} , R'_{fd} – приведені до статора, відповідно, напруга, струм, потокозчеплення та активний опір обмотки збудження; u'_{kd} , i'_{kd} , ψ'_{kd} , R'_{kd} – теж демпферної обмотки за віссю d ; u'_{kq} , i'_{kq} , ψ'_{kq} , R'_{kq} – теж демпферної обмотки за віссю q ; ω , θ – частота обертання та кут повороту якоря; M_e , $M_c(\omega)$, J – електромагнітний момент, моменти опору та інерції; p – кількість пар полюсів.

У матричній формі система (5) має вигляд

$$\frac{d\bar{\Psi}_{dq}}{dt} = \bar{R}_{sm} \cdot \bar{I}_{CDdq} + \bar{G}_{CDdq} \cdot \bar{S}_{CDdq} + \bar{H}_{CDdq} \cdot \bar{U}_{CDdq}, \quad (6)$$

де $\bar{\Psi}_{dq} = [\psi_d \ \psi_q \ \psi'_{fd} \ \psi'_{kd} \ \psi'_{kq} \ \omega \ \theta]^T$ – вектор змінних стану синхронного двигуна; $\bar{I}_{CDdq} = [i_d \ i_q \ i'_{fd} \ i'_{kd} \ i'_{kq} \ \omega \ \theta]^T$;

$\bar{U}_{CDdq} = [u_d \ u_q]^T$ – вектор напруг у системі dq ;

$\bar{S}_{CDdq} = [\omega \psi_q \ -\omega \psi_d \ u'_{fd} \ p[M_e - M_c(\omega)] / J]^T$,

причому $u'_{fd} = k_f \cdot u_f$, де k_f – коефіцієнт приведення напруги на обмотці збудження до числа витків статора; u_f – реальна напруга, що подається на об-

мотку збудження; $M_e = 1,5p(\psi_d \cdot i_q - \psi_q \cdot i_d)$ – електромагнітний момент синхронного двигуна;

$$\bar{R}_{sm} = \begin{bmatrix} -R_s & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -R_s & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -R'_{fd} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -R'_{kd} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -R'_{kq} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix};$$

$$\bar{G}_{CDdq} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \bar{H}_{CDdq} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Потокозчеплення зв'язані зі струмами наступними виразами

$$\begin{aligned} \psi_d &= L_d \cdot i_d + L_{md}(i'_{fd} + i'_{kd}); \\ \psi_q &= L_q \cdot i_q + L_{mq} \cdot i'_{kq}; \\ \psi'_{fd} &= L'_{fd} \cdot i'_{fd} + L_{md}(i_d + i'_{kd}); \\ \psi'_{kd} &= L'_{kd} \cdot i'_{kd} + L_{md}(i_d + i'_{fd}); \\ \psi'_{kq} &= L'_{kq} \cdot i'_{kq} + L_{mq} \cdot i_q, \end{aligned} \quad (7)$$

де $L_d = L_l + L_{md}$; $L_q = L_l + L_{mq}$; $L'_{fd} = L'_{lfd} + L_{md}$; $L'_{kd} = L'_{lkd} + L_{md}$; $L'_{kq} = L'_{lkq} + L_{mq}$; L_l – індуктивність розсіяння статора; L_{md} , L_{mq} – індуктивність реакції якоря за осями d та q відповідно; L'_{kd} , L'_{kq} – приведена до статора індуктивність розсіяння демпферної обмотки за осями d та q відповідно; L'_{fd} – приведена до статора індуктивність розсіяння обмотки збудження.

Користуючись залежностями (7), можна встановити зв'язок між векторами \bar{I}_{CDdq} та $\bar{\Psi}_{dq}$

$$\bar{I}_{CDdq} = \bar{N}_{sm} \cdot \bar{\Psi}_{dq}, \quad (8)$$

де

$$\bar{N}_{sm} = \begin{bmatrix} c_1 & 0 & c_2 & c_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c_4 & 0 & 0 & c_5 & 0 & 0 \\ c_2 & 0 & c_6 & c_7 & 0 & 0 & 0 \\ c_3 & 0 & c_7 & c_8 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c_9 & 0 & 0 & c_{10} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix};$$

$$\begin{aligned} c_1 &= (L'_{fd} \cdot L'_{kd} - L_{md}^2) / L_1; \quad c_2 = (L_{md}^2 - L_{md} \cdot L'_{kd}) / L_1; \\ c_3 &= (L_{md}^2 - L_{md} \cdot L'_{fd}) / L_1; \quad c_4 = L'_{kq} / (L'_{kq} \cdot L_q - L_{mq}^2); \\ c_5 &= L_{mq} / (L_{mq}^2 - L'_{kq} \cdot L_q); \quad c_6 = (L_d \cdot L'_{kd} - L_{md}^2) / L_1; \\ c_7 &= (L_{md}^2 - L_{md} \cdot L_d) / L_1; \quad c_8 = (L_d \cdot L'_{fd} - L_{md}^2) / L_1; \\ c_9 &= L_{mq} / (L_{mq}^2 - L'_{kq} \cdot L_q); \quad c_{10} = L_q / (L'_{kq} \cdot L_q - L_{mq}^2); \\ L_1 &= L_d \cdot L'_{fd} \cdot L'_{kd} + L_{md}^2(2L_{md} - L_d - L'_{fd} - L'_{kd}). \end{aligned}$$

З урахуванням (8), диференціальне рівняння стану синхронного двигуна (6) має вигляд

$$\begin{aligned} d\bar{\Psi}_{dq} / dt &= \bar{F}_{CDdq} \cdot \bar{\Psi}_{dq} + \\ &+ \bar{G}_{CDdq} \cdot \bar{S}_{CDdq} + \bar{H}_{CDdq} \cdot \bar{U}_{CDdq}, \end{aligned} \quad (9)$$

де $\bar{F}_{CDdq} = \bar{R}_{sm} \cdot \bar{N}_{sm}$.

За наявності в системі n синхронних двигунів узагальнене рівняння їх стану являє собою лінійну комбінацію диференціальних рівняння (9)

$$\begin{aligned} d\bar{\Psi}_{CD\ell} / dt &= \bar{F}_{CD\ell} \cdot \bar{\Psi}_{CD\ell} + \\ &+ \bar{G}_{CD\ell} \cdot \bar{S}_{CD\ell} + \bar{H}_{CD\ell} \cdot \bar{U}_{CD\ell}, \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \bar{\Psi}_{CD\ell} &= [\bar{\Psi}_{CDdq1} \quad \dots \quad \bar{\Psi}_{CDdq n^*}]^T; \\ \bar{S}_{CD\ell} &= [\bar{S}_{CDdq1} \quad \dots \quad \bar{S}_{CDdq n^*}]^T; \\ \bar{U}_{CD\ell} &= [\bar{U}_{CDdq1} \quad \dots \quad \bar{U}_{CDdq n^*}]^T; \\ \bar{F}_{CD\ell} &= \text{diag}\{\bar{F}_{CDdq1} \quad \dots \quad \bar{F}_{CDdq n^*}\}; \\ \bar{G}_{CD\ell} &= \text{diag}\{\bar{G}_{CDdq1} \quad \dots \quad \bar{G}_{CDdq n^*}\}; \\ \bar{H}_{CD\ell} &= \text{diag}\{\bar{H}_{CDdq1} \quad \dots \quad \bar{H}_{CDdq n^*}\}. \end{aligned}$$

За наявності в ЕТК шахти асинхронних та синхронних двигунів розрахунок перехідних процесів може бути виконаний за матричним диференціальним рівнянням, що об'єднує (4) та (10), а саме

$$d\bar{I}_{\ell} / dt = \bar{F}_{\ell} \cdot \bar{I}_{\ell} + \bar{G}_{\ell} \cdot \bar{S}_{\ell} + \bar{H}_{\ell} \cdot \bar{U}_{\ell}, \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \bar{I}_{\ell} &= [\bar{I}_{A\ell} \quad \bar{\Psi}_{CD\ell}]^T; \\ \bar{S}_{\ell} &= [\bar{S}_{A\ell} \quad \bar{S}_{CD\ell}]^T; \\ \bar{U}_{\ell} &= [\bar{U}_{A\ell} \quad \bar{U}_{CD\ell}]^T; \\ \bar{F}_{\ell} &= \text{diag}\{\bar{F}_{A\ell} \quad \bar{F}_{CD\ell}\}; \\ \bar{G}_{\ell} &= \text{diag}\{\bar{G}_{A\ell} \quad \bar{G}_{CD\ell}\}; \end{aligned}$$

$$\bar{H}_{2l} = \text{diag}\{\bar{H}_{A2l}, \bar{H}_{C2l}\}.$$

Електродвигуни представляються у схемі заміщення керованими джерелами струму, зокрема: асинхронні двигуни: $I_{yA}=i_{sa}, I_{yB}=i_{sb}, I_{yC}=i_{sc}$; синхронні двигуни: $I_{yA}=i_A, I_{yB}=i_B, I_{yC}=i_C$. Для зіставлення вектора змінних стану двигунів \bar{I}_{2l} та вектора струмів керованих джерел струму \bar{I}_{yu} скористаємося залежністю

$$\bar{I}_{yu} = \bar{G}_{11}(\bar{\theta}) \cdot \bar{I}_{2l}, \quad (12)$$

де $\bar{G}_{11}(\bar{\theta})$ – матриця підключення двигунів за струмом, кількість рядків якої відповідає кількості джерел струму системи (розміру вектора \bar{I}_{yu}), а кількість стовпчиків відповідає розміру вектора \bar{I}_{2l} , тобто числу елементів у векторах змінних стану двигунів з урахуванням кількості останніх ($7n'+7n''$); $\bar{\theta} = [\theta_1, \dots, \theta_n]^T$ – вектор кутів повороту якорів синхронних двигунів. Елементи матриці $\bar{G}_{11}(\bar{\theta})$ визначаються наступним чином:

– для асинхронних двигунів: на перетині рядка, що відповідає джерелу струму I_{yA_i}, I_{yB_i} або I_{yC_i} i -го двигуна та стовпчика, що визначає струм відповідної фази статора цього ж двигуна (для АД: $i_{sa_i}, i_{sb_i}, i_{sc_i}$) проставляється „1“;

– для синхронних двигунів необхідно перерахувати поточозчеплення в координатах dq (з вектора $\bar{\Psi}_{2l}$) до струмів в координатах abc (у векторі \bar{I}_{yu}), для чого скористаємося інваріантним за потужністю перетворенням

$$i_x = \sqrt{2/3}[i_d \cdot \cos(\theta + \alpha_x) - i_q \cdot \sin(\theta + \alpha_x)], \quad (13)$$

де x – позначення фази ($x=A,B,C$); $\alpha_A=0$ для фази А, $\alpha_B = -2\pi/3$ для фази В, $\alpha_C = 2\pi/3$ для фази С.

Враховуючи, що проекції струмів i_d та i_q , згідно з рівнянням (8), зв'язані з поточозчепленнями залежностями

$$i_d = c_1\psi_d + c_2\psi'_{fd} + c_3\psi'_{kd}; \quad i_q = c_4\psi_q + c_5\psi'_{kq},$$

з виразу (13) маємо

$$i_x = \psi_d k_5(\theta + \alpha_x) + \psi_q k_6(\theta + \alpha_x) + \psi'_{fd} k_7(\theta + \alpha_x) + \psi'_{kd} k_8(\theta + \alpha_x) + \psi'_{kq} k_9(\theta + \alpha_x),$$

де

$$k_5(\theta + \alpha_x) = \sqrt{2/3}c_1 \cos(\theta + \alpha_x); \quad k_6(\theta + \alpha_x) = -\sqrt{2/3}c_4 \sin(\theta + \alpha_x); \quad k_7(\theta + \alpha_x) = \sqrt{2/3}c_2 \times \cos(\theta + \alpha_x); \quad k_8(\theta + \alpha_x) = \sqrt{2/3}c_3 \cos(\theta + \alpha_x); \quad k_9(\theta + \alpha_x) = -\sqrt{2/3}c_5 \sin(\theta + \alpha_x).$$

Елементи матриці $\bar{G}_{11}(\bar{\theta})$, які знаходяться на перетині рядка, що відповідає джерелу струму I_{yx_i} для i -го синхронного двигуна, і стовпчиків, що відповідають елементам вектора змінних стану цього ж двигуна ($\psi_{di}, \dots, \psi'_{kqi}$), дорівнюють $k_5(\theta_i + \alpha_x), \dots, k_9(\theta_i + \alpha_x)$ відповідно. Інші елементи матриці $\bar{G}_{11}(\bar{\theta})$ дорівнюють нулю.

Напряга, що прикладається до обмоток статорів електродвигунів, знімається з резисторів опором ІМОм, зокрема при схемі „зірка“ u'_{AB} знімається з резистора $R'_{AB}, u'_{BC} - R'_{BC}$, при схемі „трикутник“ u'_{AB} знімається з резистора $R'_{AB}, u'_{BC} - R'_{BC}, u'_{CA} - R'_{CA}$. Це дозволяє встановити залежність вектора напруги на двигунах системи \bar{U}_{2l} від вектора напруги на резистивних елементах \bar{U}_{pez}

$$\bar{U}_{2l} = \bar{G}_{12}(\bar{\theta}) \cdot \bar{U}_{pez}, \quad (14)$$

де $\bar{G}_{12}(\bar{\theta})$ – матриця підключення двигунів за напругою, елементи якої визначаються наступним чином:

– для асинхронних двигунів: на перетині рядка, що відповідає шуканій напрузі статора i -го двигуна (для АД: u'_{AB}, u'_{BC} та, при з'єднанні за схемою „трикутник“, u'_{CA}), та стовпчика, що кореспондується з напругою на відповідному резисторі схеми заміщення двигуна (R'_{AB}, R'_{BC} та, при схемі „трикутник“, R'_{CA}) ставиться „1“;

– для синхронних двигунів при схемі „зірка“ необхідно перерахувати лінійні напруги u'_{AB}, u'_{BC} для кожного двигуна (у нерухомій системі координат) в проекції фазних напруг u_q та u_d (у системі координат dq), для чого скористаємося інваріантним за потужністю перетворенням

$$u_d = \sqrt{2/3}[u_a \cos \theta + u_b \cos(\theta - 2\pi/3) + u_c \cos(\theta + 2\pi/3)]; \quad (15)$$

$$u_q = -\sqrt{2/3}[u_a \sin \theta + u_b \sin(\theta - 2\pi/3) + u_c \sin(\theta + 2\pi/3)].$$

Фазні (u_a, u_b, u_c) та лінійні (u'_{AB}, u'_{BC}) напруги статора при схемі „зірка“ зв'язані співвідношеннями

$$\begin{cases} u_a = 2u'_{AB} / 3 + u'_{BC} / 3 \\ u_b = -u'_{AB} / 3 + u'_{BC} / 3 \\ u_c = -u'_{AB} / 3 - 2u'_{BC} / 3 \end{cases} \quad (16)$$

Враховуючи (16) у (15), маємо

$$\begin{cases} u_d = u'_{AB} \cdot k_1(\theta) + u'_{BC} \cdot k_2(\theta) \\ u_q = u'_{AB} \cdot k_3(\theta) + u'_{BC} \cdot k_4(\theta) \end{cases}$$

де $k_1(\theta) = \sqrt{2/3} \cos \theta$; $k_2(\theta) = \cos \theta / \sqrt{6} + \sin \theta / \sqrt{2}$; $k_3(\theta) = -\sqrt{2/3} \sin \theta$; $k_4(\theta) = \cos \theta / \sqrt{2} - \sin \theta / \sqrt{6}$.

Елементи матриці $\bar{G}_{12}(\bar{\theta})$, які знаходяться на перетині рядків, що відповідають напругам u_{di} та u_{qi} i -го синхронного двигуна та стовпчиків, що відповідають u'_{ABi} , u'_{BCi} , дорівнюють $k_1(\theta_i)$, $k_2(\theta_i)$ та $k_3(\theta_i)$, $k_4(\theta_i)$ відповідно. Інші елементи матриці $\bar{G}_{12}(\bar{\theta})$ дорівнюють нулю.

Використання залежностей (12) та (14) дає змогу об'єднати рівняння стану RLC -системи (1), (2) та електродвигунів (11) в єдине матричне диференційне рівняння стану системи. Для цього запишемо залежність (14) з використанням (1)

$$\bar{U}_{2l} = \bar{G}_{14}(\bar{\theta}) \cdot (\bar{B}_1 \cdot \bar{X} + \bar{B}_2 \cdot \bar{X}_{nu} + \bar{B}_3 \cdot \bar{X}_{yu}),$$

де $\bar{R} = \text{diag}\{\bar{R}_p, \bar{R}_x\}$; $\bar{G}_{14}(\bar{\theta}) = \bar{G}_{12}(\bar{\theta}) \cdot \bar{R}$.

Позначивши $\bar{G}_{15}(\bar{\theta}) = \bar{G}_{14}(\bar{\theta}) \cdot \bar{B}_1$, $\bar{G}_{16}(\bar{\theta}) = \bar{G}_{14}(\bar{\theta}) \cdot \bar{B}_2$, $\bar{G}_{17}(\bar{\theta}) = \bar{G}_{14}(\bar{\theta}) \cdot \bar{B}_3$, з (21) маємо

$$\bar{U}_{2l} = \bar{G}_{15}(\bar{\theta}) \cdot \bar{X} + \bar{G}_{16}(\bar{\theta}) \cdot \bar{X}_{nu} + \bar{G}_{17}(\bar{\theta}) \cdot \bar{X}_{yu} \quad (17)$$

Прийmemo припущення про відсутність у схемі заміщення системи джерел напруги, керованих струмами, тоді виконується залежність

$$\bar{X}_{yu} = \bar{I}_{yu} = \bar{G}_{11}(\bar{\theta}) \cdot \bar{I}_{2l} \quad (18)$$

Враховавши в узагальненому рівнянні стану електродвигунів (11) залежності (17), (18) та позначивши

$$\begin{aligned} \bar{G}_{18}(\bar{\theta}) &= \bar{G}_{17}(\bar{\theta}) \cdot \bar{G}_{11}(\bar{\theta}); & \bar{G}_{19}(\bar{\theta}) &= \bar{H}_{2l} \cdot \bar{G}_{15}(\bar{\theta}); \\ \bar{G}_{20}(\bar{\theta}) &= \bar{H}_{2l} \cdot \bar{G}_{16}(\bar{\theta}); & \bar{G}_{21}(\bar{\theta}) &= \bar{H}_{2l} \cdot \bar{G}_{18}(\bar{\theta}); \\ \bar{G}_{23}(\bar{\theta}) &= \bar{F}_{2l} + \bar{G}_{21}(\bar{\theta}), \end{aligned}$$

маємо

$$\begin{aligned} d\bar{I}_{2l}/dt &= \bar{G}_{19}(\bar{\theta}) \cdot \bar{X} + \bar{G}_{23}(\bar{\theta}) \cdot \bar{I}_{2l} + \\ &+ \bar{G}_{2l} \cdot \bar{S}_{2l}(\bar{I}_{2l}) + \bar{G}_{20}(\bar{\theta}) \cdot \bar{X}_{nu}. \end{aligned}$$

Враховуючи у (2) залежність (18) та позначивши $\bar{G}_{24}(\bar{\theta}) = \bar{A}_3 \cdot \bar{G}_{11}(\bar{\theta})$, маємо

$$d\bar{X}/dt = \bar{A}_1 \cdot \bar{X} + \bar{A}_2 \cdot \bar{X}_{nu} + \bar{G}_{24}(\bar{\theta}) \cdot \bar{I}_{2l}.$$

Таким чином, RLC -системи та двигуни розглянутих типів описуються системою матричних диференційних рівнянь

$$\begin{cases} d\bar{X}/dt = \bar{A}_1 \cdot \bar{X} + \bar{A}_2 \cdot \bar{X}_{nu} + \bar{G}_{24}(\bar{\theta}) \cdot \bar{I}_{2l} = \bar{Y}_1 \\ d\bar{I}_{2l}/dt = \bar{G}_{19}(\bar{\theta}) \cdot \bar{X} + \bar{G}_{23}(\bar{\theta}) \cdot \bar{I}_{2l} + \\ + \bar{G}_{2l} \cdot \bar{S}_{2l}(\bar{I}_{2l}) + \bar{G}_{20}(\bar{\theta}) \cdot \bar{X}_{nu} = \bar{Y}_2 \end{cases},$$

звідки

$$\begin{aligned} d\bar{X}_{2l}/dt &= \bar{L}_1(\bar{\theta}) \cdot \bar{X}_{2l} + \\ &+ \bar{L}_2 \cdot \bar{S}_{2l}(\bar{I}_{2l}) + \bar{L}_3(\bar{\theta}) \cdot \bar{X}_{nu} = f(\bar{X}_{2l}, t), \end{aligned} \quad (19)$$

де $\bar{X}_{2l} = [\bar{X}, \bar{I}_{2l}]^T$ – вектор змінних стану RLC -системи та електродвигунів розміром N ;

$$\bar{L}_1 = \begin{bmatrix} \bar{A}_1 & \bar{G}_{24}(\bar{\theta}) \\ \bar{G}_{19}(\bar{\theta}) & \bar{G}_{23}(\bar{\theta}) \end{bmatrix}, \bar{L}_2 = \begin{bmatrix} \bar{0} \\ \bar{G}_{2l} \end{bmatrix}^T, \bar{L}_3 = \begin{bmatrix} \bar{A}_2 \\ \bar{G}_{20} \end{bmatrix}^T,$$

де $\bar{L}_1, \bar{L}_2, \bar{L}_3$, – матричні коефіцієнти, що визначаються параметрами, конфігурацією системи та кутами повороту якорів синхронних двигунів.

Матричне диференційне рівняння (19) є математичною моделлю електротехнічного комплексу шахти з синхронними та асинхронними двигунами. Оскільки сталі часу електричних та механічних перехідних процесів суттєво відрізняються, вказане рівняння можна вважати жорстким [7]. З метою його чисельного розв'язання скористаємося методом Гіра-Нордсіка, що полягає в наступному. Для $r = \bar{1}, \bar{N}$ компоненти $x_{(r)}$ вектора \bar{X}_{2l} формується вектор Нордсіка

$$\bar{Z}^{(r)} = [x_{(r)} \quad h \cdot x'_{(r)} \quad \dots \quad h^k \cdot x^{(k)}_{(r)} / k!]^T, \quad (20)$$

де k – порядок метода Гіра; h – крок за часом; $x^{(k)}_{(r)}$ – k -та похідна від $x_{(r)}$.

Об'єднаємо вектори Нордсіка виду (20) для $\bar{1}, \bar{N}$ змінних стану системи в матрицю $\bar{Z} = [\bar{Z}^{(1)} \quad \dots \quad \bar{Z}^{(r)} \quad \dots \quad \bar{Z}^{(N)}]$ та припустимо, що

для поточної точки q матриця \bar{Z}_q відома ($\bar{Z}_q = [\bar{Z}_q^{(1)} \dots \bar{Z}_q^{(r)} \dots \bar{Z}_q^{(N)}]$, $\bar{Z}_q^{(r)}$ – вектор Нордсіка в точці q для r -ї змінної стану). Початкове наближення ($j=0$) вектора Нордсіка на кроці $q+1$ для r -ї змінної стану визначається канонічним рівнянням прогнозу $\bar{Z}_{q+1}^{0(r)} = \bar{Z}_\Pi \cdot \bar{Z}_q^{(r)}$ з використанням матриці

Паскаля \bar{Z}_Π . Сукупність векторів $\bar{Z}_{q+1}^{0(r)}$ є початковим наближенням матриці \bar{Z} на кроці $q+1$

$$\bar{Z}_{q+1}^0 = [\bar{Z}_{q+1}^{0(1)} \dots \bar{Z}_{q+1}^{0(r)} \dots \bar{Z}_{q+1}^{0(N)}].$$

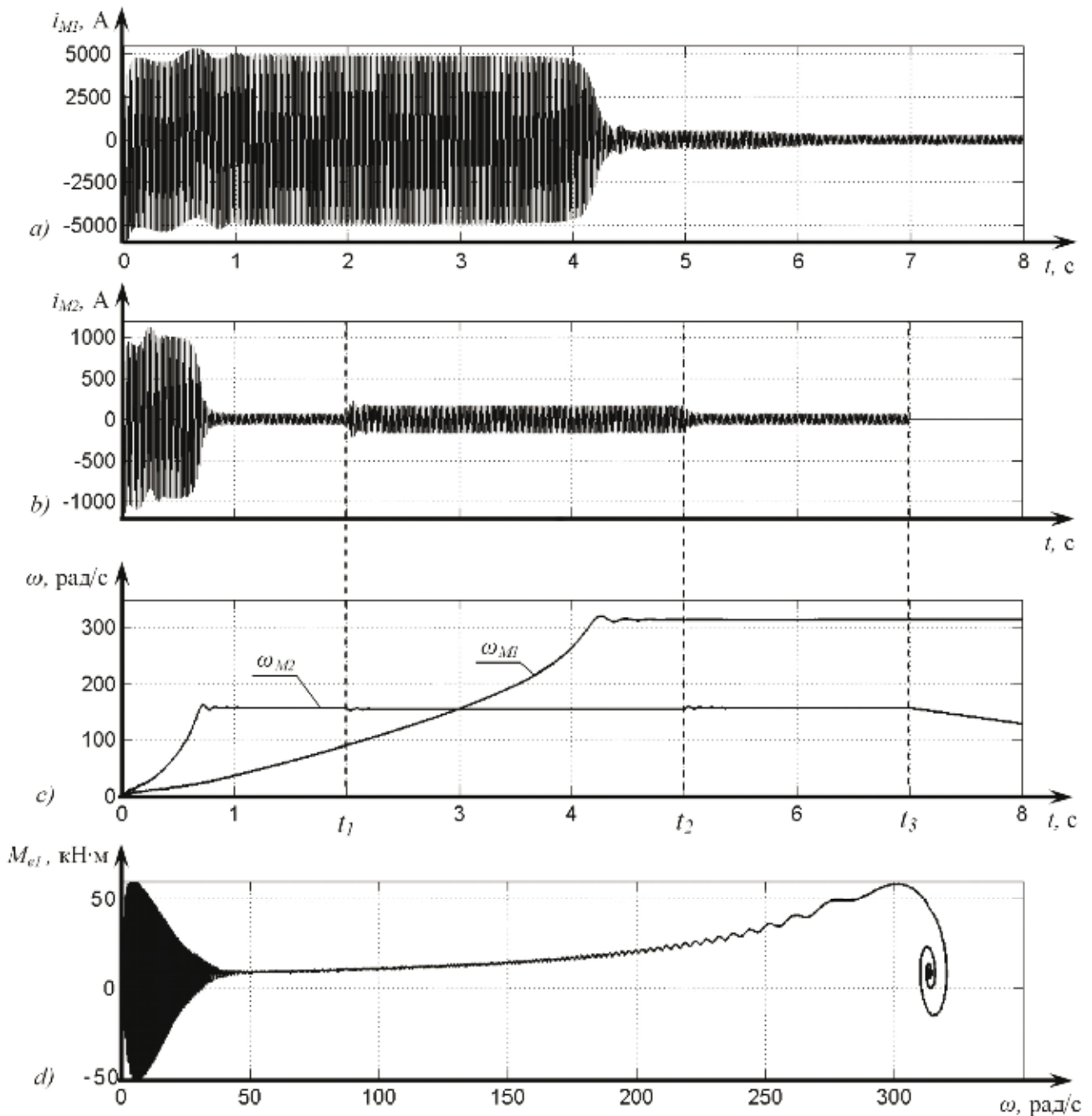


Рис. 2. Графічні залежності, отримані в результаті моделювання: а, б – миттєві значення струму синхронного М1 та асинхронного М2 двигунів відповідно; с – частоти обертання роторів двигунів М1 (ω_{M1}) та М2 (ω_{M2}); д – динамічна механічна характеристика синхронного двигуна М1 при пуску

Подальші $j+1$ наближення вектора Нордсіка для r -ї змінної стану на кроці $q+1$ визначаються канонічним рівнянням корекції

$$\bar{Z}_{q+1}^{j+1(r)} = \bar{Z}_{q+1}^{j(r)} + F_{q+1}^{j(r)} \cdot \bar{C}_k,$$

де $F_{q+1}^{j(r)}$ – скалярна функція корекції; \bar{C}_k – вектор коефіцієнтів, що залежить від порядку k метода Гіра ($\bar{C}_2 = [2/3 \ 1 \ 1/3]^T$; $\bar{C}_3 = [6/11 \ 1 \ 6/11 \ 1/11]^T$; $\bar{C}_4 = [12/25 \ 1 \ 7/10 \ 1/5 \ 1/50]^T$).

Значення $F_{q+1}^{j(r)}$ визначаються як r -та компонента векторної функції корекції \bar{F}_{q+1}^j

$$\bar{F}_{q+1}^j = [\bar{1} - h \cdot b_{-1} \cdot \bar{J}_f(\bar{X}_{q+1}^{(j)}, t_{q+1})]^{-1} \times \\ \times [h \cdot f(\bar{X}_{q+1}^{(j)}, t_{q+1}) - \bar{d}_{q+1}^{(j)}],$$

де $b_{-1} = 2/3$ при $k = 2$; $b_{-1} = 6/11$ при $k = 3$; $b_{-1} = 12/25$ при $k = 4$); $f(\bar{X}_{q+1}^{(j)}, t_{q+1})$, $\bar{J}_f(\bar{X}_{q+1}^{(j)}, t_{q+1})$ – відповідно, значення правої частини рівняння (19) та матриці Якобі від неї в точці $\bar{X}_{q+1}^{(j)}$ в момент t_{q+1} , причому вектор $\bar{X}_{q+1}^{(j)}$ є першим рядком матриці $\bar{Z}_{q+1}^j = [\bar{Z}_{q+1}^{j(1)} \ \dots \ \bar{Z}_{q+1}^{j(r)} \ \dots \ \bar{Z}_{q+1}^{j(N)}]$; $\bar{d}_{q+1}^{(j)} = h \cdot \bar{X}_{q+1}^{(j)}$ – другий рядок матриці \bar{Z}_{q+1}^j .

Для розрахунку перехідних процесів в електро-технічному комплексі шахти, згідно з наведеним методом, авторами розробляється прикладна комп'ютерна програма з графічним інтерфейсом MinePowerNet. Функціонування ЕТК (рис. 1, а) моделювалося (рис. 1, б) протягом 8с, причому в момент 0с модельного часу запускалися двигуни М1 (асинхронний пуск) та М2 при коефіцієнтах завантаження 0,1 в.о. (навантаження типу „різання“), у момент $t_1=2$ с – коефіцієнт завантаження асинхронного двигуна М2 дискретно збільшено до 1 в.о., у момент 4,2с – до обмотки збудження двигуна М1 прикладено номінальну напругу збудження, у момент $t_2=5$ с – дискретно зменшено коефіцієнт завантаження двигуна М2 до 0,1 в.о., у момент $t_3=7$ с – відключено автоматичний вимикач УТП2 (рис. 2). Чисельне розв'язання рівняння стану системи тривало 8,1 с (процесор AMD V140, 779 МГц, ОЗП 1,74 ГБ) та проводилося з використанням метода Гіра-Нордсіка 4-го порядку зі змінним кроком інтегрування, що не перевищував 1мс, відносна похибка метода нерухомої точки – не більше 0,01%.

Висновки та напрямки подальших досліджень. Обґрунтована математична модель електротехнічного комплексу вугільної шахти як матричне диференціальне рівняння у формі Коши, що дозволяє досліджувати перехідні процеси при комутаціях, зміні

режимів роботи електродвигунів та виникненні аварійних режимів. Для чисельного інтегрування вказаного рівняння застосовано метод Гіра при використанні вектора Нордсіка. З метою спрощення розрахунків авторами розробляється прикладна комп'ютерна програма.

У ході подальших досліджень доцільно розширити можливості програми за рахунок моделювання функціонування захисних апаратів (від коротких замикань, витоків струму на землю, технологічних перевантажень електродвигунів та ін.) на базі аналогової та цифрової елементної бази.

Список літератури / References

1. Вареник Е.А. Проблемное поле создания взрывозащищенного электрооборудования в контексте развития отраслей-потребителей / Е.А. Вареник, А.Н. Омельченко, Р.М. Лазебник // Взрывозащищенное электрооборудование: сб. науч. тр. УкрНИИВЭ. – Донецк: ООО „Юго-Восток, Лтд“, 2011. – С. 7–13.
2. Varenik, E.A. Omelchenko, A.N. and Lazebnik, R.M. (2011), “The problem field of explosionproof electrical equipment development in context of consumer-branches evolution”, *Vzryvozashchishchennoe elektrooborudovanie: collected articles of UkrNIIVE*, “Yugo-Vostok”, Ltd., Donetsk, pp. 7–13.
3. Справочник энергетика угольной шахты: в 2 т. / [Дзюбан В.С., Ширнин И.Г., Ванеев Б.Н. и др.]; под ред. Б.Н. Ванеева. – [2-е изд., перераб. и доп.]. – Донецк: ООО „Юго-Восток, Лтд“, 2001. – Т.1.: (Гл. 1–21). – 447 с.; Т.2.: (Гл. 22–44). – 440 с.
4. Dzyuban, V.S., Shirnin, I.G., Vaneev, B.N. and Gostishchev, V.M. (2001), *Spravochnik energetika ugolnoy shakhty* [Mine Power Engineering Reference Book], 2nd revised ed., Donetsk: “Yugo-Vostok”, Ltd., Vol.1.: (Ch. 1–21). – 447 p.; Vol.2.: (Ch. 22–44), 440 p.
5. Анализ параметров и процессов в шахтных электрических сетях / [Шкрабец Ф.П., Шидловская Н.А., Дзюбан В.С. и др.]. – Днепропетровск: Нац. горный ун-т, 2003. – 151 с.
6. Shkrabets, F.P., Shydlovskaya, N.A., Dziuban, V.S. and Varenik, Y.A. (2003), *Analiz parametrov i protsesov v shakhtnykh elektricheskikh setyakh* [Parameters and Processes Analysis in Power Network of Mines], National Mining University, Dnepropetrovsk, Ukraine.
7. Перехідні процеси в системах електропостачання / [Півняк Г.Г., Винославський В.М., Рибалко А.Я. и др.]; за ред. академіка НАН України Г.Г. Півняка. – Дніпропетровськ: Національний гірничий університет, 2002. – 597с.
8. Pivniak, G.G., Vynoslavski, V.M., Rybalko, A.Ya. and Nesen, L.I. (2002), *Perekhidni protsesy v systemakh electropostachahhia* [Transients in Power-Supply Systems], National Mining University, Dnepropetrovsk, Ukraine.
9. Krause, P.C. Oleg Wasynczuk, Scott D. Sudhoff (2002), *Analysis of Electric Machinery and Drive Systems*, 2nd ed., John Wiley & Sons, Inc., New York.
10. Murthy P.S.R. (2007), *Power System Analysis*, BS Publications, Hyderabad.

7. Hairer, E. and Wanner, G. (2010), *Solving Ordinary Differential Equations II*, 2nd revised ed., Springer, London – New York, (Springer series in computation mathematics, 14). Part II Stiff and differential-algebraic problems.

Цель. Обоснование математической модели электротехнического комплекса шахты, который включает синхронные и асинхронные двигатели.

Методика. Методика исследований включает составление топологического описания схемы замещения сети с помощью теории графов, что позволяет получить матрицу главных сечений и составить матричные уравнения состояния резистивных и реактивных элементов схемы замещения электротехнического комплекса шахты, причем, в последнем случае, используется метод переменных состояния, предусматривающий формирование дифференциальных уравнений относительно токов индуктивных хорд и напряжений емкостных ребер. Синхронные и асинхронные двигатели, представляемые в схеме замещения электротехнического комплекса источниками тока, управляемыми напряжениями, описываются матричными дифференциальными уравнениями, которые объединяются с уравнениями состояния RLC-системы в единое матричное дифференциальное уравнение состояния электротехнического комплекса, для численного решения которого обоснована целесообразность использования жестко-устойчивого многозначного метода Гира-Нордсика с переменным шагом интегрирования.

Результаты. Обоснована математическая модель электротехнического комплекса шахты, который включает источники питания, трансформаторы, коммутационные аппараты, силовые кабели, синхронные и асинхронные двигатели, в виде матричного дифференциального уравнения в форме Коши.

Научная новизна. Получила дальнейшее развитие математическая модель электротехнического комплекса шахты, базирующаяся на использовании матричных дифференциальных уравнениях состояния реактивных элементов схемы замещения системы, синхронных и асинхронных двигателей, которая отличается учетом взаимного влияния электродвигателей в сети произвольной конфигурации и возможностью комплексного исследования состояния системы в аварийных режимах всех возможных типов.

Практическая значимость. Состоит в разработке прикладной компьютерной программы с графическим интерфейсом „MinePowerNet“, использование которой позволяет исследовать установившиеся и переходные процессы в электротехнических комплексах шахт конкретной конфигурации при коммутациях, изменении режимных параметров и аварий-

ных состояниях синхронных и асинхронных двигателях рудничного электропривода

Ключевые слова: моделирование, угольная шахта, дифференциальное уравнение, матрица, напряжение

Purpose. To substantiate the mathematical model of mine electrotechnical complex, which includes synchronous and induction motors.

Methodology. Technique of researches includes formulation of topological description for power network equivalent circuit using graph theory that provides a matrix of the principal cross-sections and allows the formulation of the matrix equation of state for resistive and reactive elements of equivalent circuit for mine electrotechnical complex, moreover in the latter case the state variables method is used, according to which the differential equations are formed regarding currents of inductive links and voltages of capacitive edges. Synchronous and induction motors, which are represented in the equivalent circuit of electrical complex by voltage-controlled current sources, described by the matrix differential equations, which are combined with the state equations of RLC-systems into a single system state matrix differential equation, for numerical solving of which expediency of using a stiff-stable Gear-Nordsieck method with variable step of integration was substantiated.

Findings. The mathematical model of mine electrotechnical complex, that includes electrical sources, transformers, switching units, power cables, synchronous and induction motors was grounded as matrix differential equation in the form of Cauchy

Originality. The mathematical model of mine electrotechnical complex, which grounds on using of matrix differential state equations of equivalent circuit reactive elements, synchronous and induction motors, that differs from known models in taking into account mutual influence of electric motors in power network of any configuration and by the possibility of complex research into system state during any emergency states, was further developed.

Practical value consists in development of the application program with graphical interface „MinePowerNet“, using of which allows to explore the steady states and transients in mine electrotechnical complexes of particular configuration in case of commutations, changes in operating parameters and emergency states of synchronous and induction motors in the mine electric drive.

Keywords: simulation, coal mine, differential equation, matrix, voltage

Рекомендовано до публікації докт. техн. наук Е.Г. Куринним. Дата находження рукопису 26.06.12.