

# ФІЗИЧНІ ПРОЦЕСИ ТА МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ

технологій гірничого виробництва

УДК 536.24

© Яковенко В.О., 2010

В.О. Яковенко

## АДЕКВАТНІСТЬ ТА ЕФЕКТИВНІСТЬ МОДЕЛІ ТЕХНОЛОГІЧНОГО ПРОЦЕСУ НВЧ ПЛАВЛЕННЯ ПАРАФІНУ

V.O. Yakovenko

### ADEQUACY AND EFFICIENCY OF THE MODEL OF THE TECHNOLOGICAL PROCESS OF PARAFFIN MICROWAVE MELTING

Побудовано математичну модель плавлення парафіну під дією енергії мікрохвильового електромагнітного поля в насосно-компресорних трубах систем видобутку і підготовки нафти і газу. Отримано розподіли температур у рідкій і твердій фазах матеріалу, середня за об'ємом температура розплаву, а також закон руху межі фазового перетворення. Визначено переваги мікрохвильового нагрівання з урахуванням фазового перетворення перед іншими способами нагрівання. Проведено чисельну реалізацію моделі.

**Ключові слова:** математична модель, мікрохвильове плавлення, фазові перетворення.

**Вступ.** Проблема боротьби з газо- і парафіногідратними пробками в системах видобутку і підготовки нафти і газу є надзвичайно актуальною і постійно діючою [1–3]. Вона вимагає для свого вирішення створення нових методів, основаних на сучасних досягненнях фундаментальних наук.

Газогідрат та речовина гідратопарафінових пробок за своїм складом і фізико-хімічними властивостями є надзвичайно складним і різноманітним. Тут необхідно відзначити наступну важливу властивість цих речовин – у визначених термодинамічних умовах газовий гідрат дисоціюється на газ і воду, а в парафіні руйнується кристалічна структура і він розплавляється [4].

У зв'язку з цим розглянемо можливість використання енергії електромагнітного поля мікрохвильового діапазону для розплавлення парафінових і руйнування газогідратних пробок у нафтогазопромисловому устаткуванні.

Руйнування парафінової пробки відбувається у середині насосно-компресорної труби, що являє собою в даному випадку коаксіальну лінію передачі електромагнітних хвиль від наземного генератора. При відповідному способі порушення в такій коаксіальній лінії передачі встановлюється режим електромагнітних хвиль. Внаслідок кінцевої електропровідності матеріалу труб і діелектричних втрат мікрохвильової енергії в парафіні, що знаходиться між трубами, відбувається перетворення частини енергії електромагнітної хвилі в тепло, підвищується температура в свердловині. За рахунок підвищення температури в

свердловині відбувається нагрівання і розкладання парафінової пробки.

**Постановка завдання.** Розглянемо нестационарний процес теплообміну при плавленні в умовах фазового перетворення „тверда фаза – рідина“, що виникає під дією мікрохвильового нагрівання. Такий процес будемо визначати системою нелінійних диференціальних рівнянь у частинних похідних, яка складається з рівнянь Максвелла і рівнянь теплопровідності такого вигляду:

$$\operatorname{rot} \vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial \tau}, \quad \operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial \tau},$$

$$\operatorname{div} \vec{D} = 0, \quad \operatorname{div} \vec{B} = 0,$$

$$\vec{D} = \varepsilon(t)\vec{E}, \quad \vec{B} = \mu(t)\vec{H}, \quad \vec{j} = \sigma(t)\vec{E},$$

$$\frac{\partial(c_i \rho_i t_i)}{\partial \tau} + \vec{V}_i \vec{\nabla} t_i = \operatorname{div}(\lambda_i \vec{\nabla} t_i) + q(t_i, \vec{E}),$$

де  $\vec{E}, \vec{H}$  – вектори напруженості електричного та магнітного полів;  $\vec{D}, \vec{B}$  – вектори електричної та магнітної індукції;  $\vec{j}$  – щільність струму провідності;  $\varepsilon_i = \varepsilon' - i\varepsilon'' = \varepsilon' - i\sigma/\omega$ ,  $\mu$  – абсолютні діелектрична і магнітна проникності матеріалу;  $\sigma$  – провідність матеріалу;  $\omega$  – колова частота;  $c_i, \rho_i, \lambda_i$  – коефіцієнт теплоємності, щільність і коефіцієнт теплопровідності матеріалу, що залежать від температури  $i$ -ї фази;  $\vec{V}_i$  – вектор швидкості переміщення  $i$ -го мате-

ріалу;  $\bar{V}$  – оператор Гамільтона;  $q = 0,5\omega\epsilon' tg\delta |\bar{E}|^2$  – питома поглинена потужність;  $t_i$  – температура  $i$ -го матеріалу;  $tg\delta = \epsilon''/\epsilon'$  – тангенс кута діелектричних втрат матеріалу.

Наведена система рівнянь доповнюється початковими та граничними умовами, а також умовою на межі розділу фаз „тверда фаза – рідина“.

Слід зазначити, що розв'язок наведеної системи рівнянь пов'язаний з труднощами не тільки обчислювального характеру, але й принциповими. Таке твердження ґрунтується на наступному: умови на межі розділу фаз є нелінійними, сформульована модель є багатовимірною відносно просторових змінних, електрофізичні параметри матеріалів залежать від температури і є наближеними, алгоритми розв'язку таких задач вимагають обґрунтування та використання спеціалізованого програмного забезпечення. Тому слід розглянути спрощену модель процесу, реалізацію якої можна провести методами комп'ютерного моделювання.

Припустимо, що теплофізичні параметри утвореного розплаву парафіну і початкової твердої фази області не залежать від температури, а густина речовини не змінюється під час плавлення й, отже, зневажаючи теплообміном розплаву і твердої фази з навколишнім середовищем, можна розглянути таку задачу:

$$\frac{\partial T_1}{\partial \tau} = a_1 \left( \frac{\partial^2 T_1}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial T_1}{\partial r} \right) + \frac{\alpha_1 \bar{E}^2}{c\rho_1}, \quad (0 < r < \xi(\tau)),$$

$$T_1(0, r) = T_{TM},$$

$$\left. \frac{\partial T_1}{\partial r} \right|_{r=0} = 0, \quad T_1(\tau, \xi(\tau)) = T_{TM},$$

$$-\lambda_1 \left. \frac{\partial T_1}{\partial r} \right|_{r=\xi(\tau)} + \lambda_2 \left. \frac{\partial T_2}{\partial r} \right|_{r=\xi(\tau)} = L\rho_1 \frac{d\xi}{d\tau}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial T_2}{\partial \tau} = a_2 \left( \frac{\partial^2 T_2}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial T_2}{\partial r} \right), \quad (\xi(\tau) < r < M),$$

$$T_2(0, r) = T_0, \quad T_2(\tau, \xi(\tau)) = T_{TM}, \quad T_2(\tau, M) = T_0,$$

де  $T_1(\tau, r)$ ,  $T_2(\tau, r)$  – температури рідкої і твердої фази;  $T_{TM}$  – температура плавлення;  $\xi(\tau)$  – межа розподілу фаз;  $\xi(0) = \xi_0$ ;  $\alpha_1$  – заданий коефіцієнт, що залежить від діелектричної проникності, щільності і питомої теплоємності парафіну;  $\frac{\alpha_1 \bar{E}^2}{c\rho_1}$  – об'ємне джерело тепла, що утвориться під дією мікрохвильової енергії.

**Рішення задачі.** Розподіл температури в розплаві і твердій фазі визначається виразами [5]:

$$T_1(\tau, r) = T_{TM} + \frac{2}{\xi} r \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n(\tau) \sin \frac{n\pi}{\xi} r, \quad (2)$$

$$T_2(\tau, r) = \frac{\varphi(\tau, r)}{r} + \frac{2}{r(M-\xi)} \sum_{n=1}^{\infty} \beta_n(\tau) \sin \frac{n\pi}{(M-\xi)} (r-\xi). \quad (3)$$

Визначимо середню за об'ємом розплаву температуру:

$$\bar{T}_1(\tau) = \frac{3}{\xi^3} \int_0^{\xi} r^2 T_1(\tau, r) dr = T_{TM} + \frac{6}{\pi^2 \xi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n} \alpha_n(\tau),$$

де профіль поверхні розподілу фаз  $\xi(\tau)$  визначається з умови Стефана (1) у вигляді:

$$\frac{d\xi}{d\tau} + \frac{2\lambda_1 \pi}{L\rho_1 \xi} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n n \alpha_n(\tau) = \frac{\lambda_2}{L\rho_1 \xi} \times \left[ \frac{(T_0 M - T_{TM} \xi)}{M - \xi} - T_{TM} + \frac{2\pi}{(M - \xi)^2} \sum_{n=1}^{\infty} n \beta_n(\tau) \right].$$

Ряди вигляду (2), (3) в області збіжності сходяться рівномірно. При обчисленнях можна обмежитися чотирма членами ряду, що і визначає порядок системи диференціальних рівнянь відносно  $\alpha_n(\tau)$  та  $\beta_n(\tau)$ , що має вигляд:

$$\frac{d\alpha_n}{d\tau} + \left( \frac{n\pi}{\xi} \right)^2 a_1 \alpha_n = \frac{n}{\xi} \frac{d\xi}{d\tau} \sum_{m=1}^{\infty} (-1)^{n+m} m \gamma_{nm} \alpha_m + \frac{(-1)^{n+1} \xi}{n\pi} \frac{\alpha_1}{c\rho_1} \int_0^{\xi} \bar{E}^2 dr,$$

$$\alpha_n(0) = 0,$$

$$\gamma_{nm} = \frac{2}{m^2 - n^2}, \quad m \neq n,$$

$$\gamma_{nm} = \frac{1}{2n^2}, \quad m = n,$$

$$\frac{d\beta_n}{d\tau} + \left( \frac{n\pi}{M-\xi} \right)^2 a_2 \beta_n =$$

$$= -\frac{n \dot{\xi}}{M-\xi} \sum_{m=1}^{\infty} m \gamma_{nm} \beta_m + \frac{(M-\xi)(1-(-1)^n)}{n\pi} \times$$

$$\times \left[ T_{TM} \dot{\xi} + \frac{(M-\xi)(2T_{TM} \dot{\xi} \xi - \dot{\xi} T_0 M)}{n\pi} - \frac{\dot{\xi} \xi (T_0 M - T_{TM} \xi)}{n\pi} \right] +$$

$$+ \frac{\dot{\xi} (\xi + (-1)^{n+1} M) (T_0 - T_{TM}) M}{n\pi (M-\xi)},$$

$$\beta_n(0) = \frac{\xi(0)(T_{TM} - T_0)(1-M)}{n\pi}.$$

Для випадку, наприклад, сферичної парафінової пробки можна розглянути таку задачу, поклавши  $T_{TM} = 0$ .

Розподіл температури в розплаві і твердій фазі визначається виразами:

$$T_1(\tau, r) = \frac{2}{\xi} r \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n(\tau) \sin \frac{n\pi}{\xi} r, \quad (4)$$

$$T_2(\tau, r) = \frac{\varphi(\tau, r)}{r} + \frac{2}{r(M-\xi)} \times \sum_{n=1}^{\infty} \beta_n(\tau) \sin \frac{n\pi}{(M-\xi)} (r-\xi). \quad (5)$$

Визначимо середню за об'ємом розплаву температуру:

$$\bar{T}_1(\tau) = \frac{3}{\xi^3} \int_0^{\xi} r^2 T_1(\tau, r) dr = \frac{6}{\pi \xi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n} \alpha_n(\tau),$$

де профіль поверхні розподілу фаз  $\xi(\tau)$  визначається з умови Стефана у вигляді:

$$\begin{aligned} \frac{d\xi}{d\tau} + \frac{2\lambda_1 \pi}{L\rho_1 \xi^3} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n n \alpha_n(\tau) = \\ = \frac{\lambda_2}{L\rho_1 \xi} \left[ \frac{T_0 M}{M-\xi} - \frac{2\pi}{(M-\xi)^2} \sum_{n=1}^{\infty} n \beta_n(\tau) \right]. \end{aligned}$$

Ряди вигляду (4), (5) збігаються рівномірно. Під час обчислень можна обмежитися чотирма членами ряду, що визначає порядок системи диференціальних рівнянь відносно  $\alpha_n(\tau)$  та  $\beta_n(\tau)$ , яка має вигляд:

$$\begin{aligned} \frac{d\alpha_n}{d\tau} + \left( \frac{n\pi}{\xi} \right)^2 a_1 \alpha_n = \\ = \frac{n}{\xi} \frac{d\xi}{d\tau} \sum_{m=1}^{\infty} (-1)^{n+m} m \gamma_{nm} \alpha_m + \frac{(-1)^{n+1} \xi}{n\pi} \frac{\alpha_1}{c\rho_1} \int_0^{\xi} \bar{E}^2 dr, \end{aligned}$$

$$\alpha_n(0) = 0,$$

$$\gamma_{nm} = \frac{2}{m^2 - n^2}, m \neq n,$$

$$\gamma_{nm} = \frac{1}{2n^2}, m = n,$$

$$\frac{d\beta_n}{d\tau} + \left( \frac{n\pi}{M-\xi} \right)^2 a_2 \beta_n =$$

$$= -\frac{n\xi}{M-\xi} \sum_{m=1}^{\infty} m \gamma_{nm} \beta_m - \frac{(M-\xi)(1-(-1)^n)}{n\pi} \times$$

$$\times \left[ \frac{(M-\xi)\xi T_0 M}{n\pi} + \frac{\xi \dot{\xi} T_0 M}{n\pi} \right] + \frac{\xi(\xi + (-1)^{n+1} M) T_0 M}{n\pi(M-\xi)}$$

$$\beta_n(0) = \frac{\xi(0) T_0 (1-M)}{n\pi}.$$

У випадку розподілених джерел тепла, залежність температури  $T_1$  в розплаві і температури  $T_2$  у твердій фазі залежно від частоти  $f$  і напруженості мікрохвильового електромагнітного поля  $E$  при  $z = z_k$  можна записати, скориставшись виразами (4) і (5), таким чином:

– у розплаві:

$$\begin{aligned} \left( \frac{\partial T_1}{\partial \tau} \right)_z = \Omega_r f((\kappa^2 - \beta^2) A \left[ Z_n(hr) - \frac{Z_n(hr_1)}{J_n(hr_1)} J_n(hr) \right] \times \\ \times \cos \left( \zeta \frac{\pi}{z_2} z \right)^2 \cos 2(n\varphi - \omega\tau), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \left( \frac{\partial T_1}{\partial \tau} \right)_\varphi = \Omega_r f(j\beta \frac{n}{r} A \left[ Z_n(hr) - \frac{Z_n(hr_1)}{J_n(hr_1)} J_n(hr) \right] \times \\ \times \sin \left( \zeta \frac{\pi}{z_2} z \right)^2 \cos 2(n\varphi - \omega\tau), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \left( \frac{\partial T_1}{\partial \tau} \right)_r = \Omega_r f(-\beta h A \left[ Z_n(hr) - \frac{Z_n(hr_1)}{J_n(hr_1)} J_n(hr) \right] \times \\ \times \sin \left( \zeta \frac{\pi}{z_2} z \right)^2 \cos 2(n\varphi - \omega\tau), \end{aligned}$$

– у твердій фазі матеріалу:

$$\begin{aligned} \left( \frac{\partial T_2}{\partial \tau} \right)_z = \Omega_r f((\kappa^2 - \beta^2) A \left[ Z_n(hr) - \frac{Z_n(hr_1)}{J_n(hr_1)} J_n(hr) \right] \times \\ \times \cos \left( \zeta \frac{\pi}{z_2} z \right)^2 \cos 2(n\varphi - \omega\tau), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \left( \frac{\partial T_2}{\partial \tau} \right)_\varphi = \Omega_r f(j\beta \frac{n}{r} A \left[ Z_n(hr) - \frac{Z_n(hr_1)}{J_n(hr_1)} J_n(hr) \right] \times \\ \times \sin \left( \zeta \frac{\pi}{z_2} z \right)^2 \cos 2(n\varphi - \omega\tau), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \left( \frac{\partial T_2}{\partial \tau} \right)_r = \Omega_r f(-\beta h A \left[ Z_n(hr) - \frac{Z_n(hr_1)}{J_n(hr_1)} J_n(hr) \right] \times \\ \sin \left( \zeta \frac{\pi}{z_2} z \right)^2 \cos 2(n\varphi - \omega\tau), \end{aligned}$$

де:

$$\begin{aligned} \frac{\partial T_1}{\partial \tau} &= \frac{\partial T_{mm}}{\partial \tau} - \frac{2}{r} \frac{\dot{\xi}(\tau)}{\xi^2(\tau)} \times \\ &\times \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n(\tau) \sin \frac{n\pi}{\xi(\tau)} r + \frac{2}{r} \frac{1}{\xi(\tau)} \sum_{n=1}^{\infty} \dot{\alpha}_n(\tau) \sin \frac{n\pi}{\xi(\tau)} r + \\ &+ \frac{2}{r} \frac{1}{\xi(\tau)} \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n(\tau) \cos \frac{n\pi}{\xi(\tau)} r \left( -n\pi \frac{\dot{\xi}(\tau)}{\xi^2(\tau)} \right), \\ \frac{\partial T_2}{\partial \tau} &= \frac{\dot{\phi}}{r} + \frac{2\dot{\xi}(\tau)}{r(M-\xi(\tau))^2} \sum_{n=1}^{\infty} \beta_n(\tau) \sin \frac{n\pi}{M-\xi(\tau)} \times \\ &\times (r-\xi(\tau)) + \frac{2}{r(M-\xi(\tau))} \sum_{n=1}^{\infty} \dot{\beta}_n(\tau) \sin \frac{n\pi}{M-\xi(\tau)} \times \\ &\times (r-\xi(\tau)) - \frac{2}{r(M-\xi(\tau))} \sum_{n=1}^{\infty} \beta_n(\tau) \dot{\xi}(\tau) \sin \frac{n\pi}{M-\xi(\tau)} + \\ &+ \frac{2}{r(M-\xi(\tau))} \sum_{n=1}^{\infty} \beta_n(\tau) (r-\xi(\tau)) \cos \frac{n\pi}{M-\xi(\tau)} \times \\ &\times \left( \frac{n\pi \dot{\xi}(\tau)}{(M-\xi(\tau))^2} \right). \end{aligned}$$

**Чисельна реалізація. Адекватність моделі.** Визначимо адекватність моделі та оптимальні режими процесу плавлення матеріалу мікрохвильовою енергією шляхом її підведення у трубу або у міжтрубний простір. Схему такого процесу і математичну модель наведено у роботі [6]. У цій моделі індекс  $i=1$  відповідає твердій фазі гідрату  $0 < R < \Delta(Fo)$ , а  $i=2$  – рідкій фазі гідрату  $\Delta(Fo) < R < 1$ . Рідка фаза з’являється у процесі нагрівання на стінці труби і потім область її заповнення досягає осьової лінії. Припускається, що у початковий момент часу гідрат перебуває у твердій фазі і  $\Delta(Fo) \approx 1$ , тобто  $\Delta(Fo)$  не набуває екстремальних значень 0 та 1.

Для обчислювального експерименту було вибрано такі дані [7]:  $\lambda_1 = 0,38 \text{ Вт/м} \cdot \text{К}$ ,  $c_1 = 2880 \text{ Дж/кг} \cdot \text{К}$ ,  $\rho_1 = 680 \text{ кг/м}^3$ ,  $r_0 = 0,065 \text{ м}$ ,  $L = 533000 \text{ Дж/кг}$ ,  $f = 13,56 \text{ МГц}$ ,  $t_0 = 283 \text{ К}$ ,  $\lambda_2 = 0,511 \text{ Вт/м} \cdot \text{К}$ ,  $t_1 = 295 \text{ К}$ ,  $\rho_2 = 840 \text{ кг/м}^3$ ,  $c_2 = 3977 \text{ Дж/кг} \cdot \text{К}$ , потужність НВЧ генератора складала 600 та 300 кВт.

Закон руху межі фазового перетворення за умови використання НВЧ генератора потужністю 600 кВт наведено на рис. 1, а.

З рис. 1 а випливає, що  $\xi(\tau)$  як функція, що наближена до лінійної, має точки перетину з осями координат. Враховуючи, що  $\xi(\tau) \neq 0$  і  $\xi(\tau) \neq r_0$ , ці точки знаходяться, як показано на рис. 1, а, паралельним переносом. Такий перенос здійснюється, коли точка

перетину розрахункової лінії  $\xi(\tau)$  і  $r_0$  знаходиться за віссю ординат. Це означає, що повне розкладання газогідрату для наведеного випадку теплообміну складає приблизно 20 днів.

Розглянемо динаміку руху межі фазового перетворення за умови дії НВЧ генератора потужністю 300 кВт. З рис. 1, б випливає, що час повного розкладання газогідрату складає приблизно 42 доби. Таким чином, за умови зменшення потужності НВЧ генератора у 2 рази, час розкладання газогідрату збільшується більш ніж у 2 рази. З точки зору вибору режиму руйнування газогідратних пробок ефективніше використовувати НВЧ генератори більшої потужності.

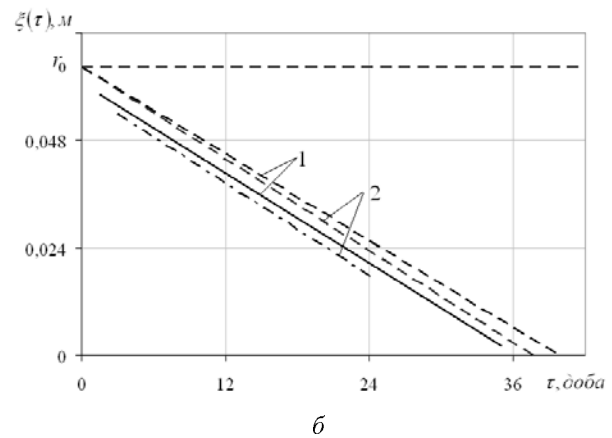
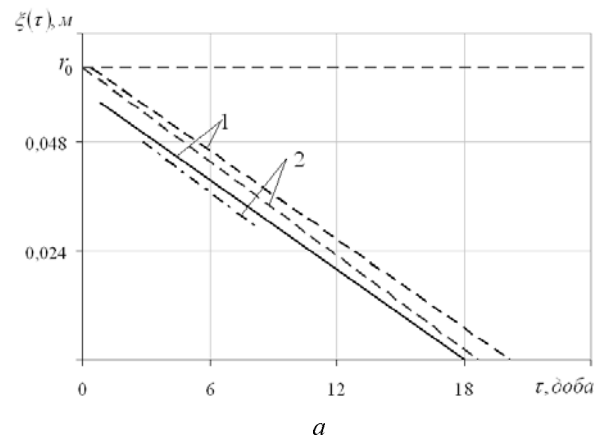


Рис. 1. Рух межі фазового перетворення при потужності генератора 600 (а) і 300 кВт (б): 1 – розрахунок згідно моделі; 2 – розрахунок [7]

Наведемо результати розрахунку розподілу температур у внутрішній частині насосно-компресорної труби в умовах дії НВЧ генератора потужністю 300 кВт,  $\tau = 0,14$  доби – час досягнення температури  $t_\phi$ .

За умовами побудови кривих температур на рис. 2 а збільшимо потужність НВЧ генератора до 600 кВт. Результати розрахунку наведено на рис. 2, б.

Проводячи порівняння результатів розрахунку за моделями, які описують технологічний процес плавлення матеріалів з відповідними експериментальними та теоретичними результатами [7, 8], слід зазначити, що їх розбіжність не перевищує 8% та зробити висно-

вок, що розроблені математичні моделі технологічних процесів в наведених системах з розподіленими параметрами є складовою частиною сучасних інформаційних технологій і дозволяють підвищити ефективність інженерних розробок технічних об'єктів.

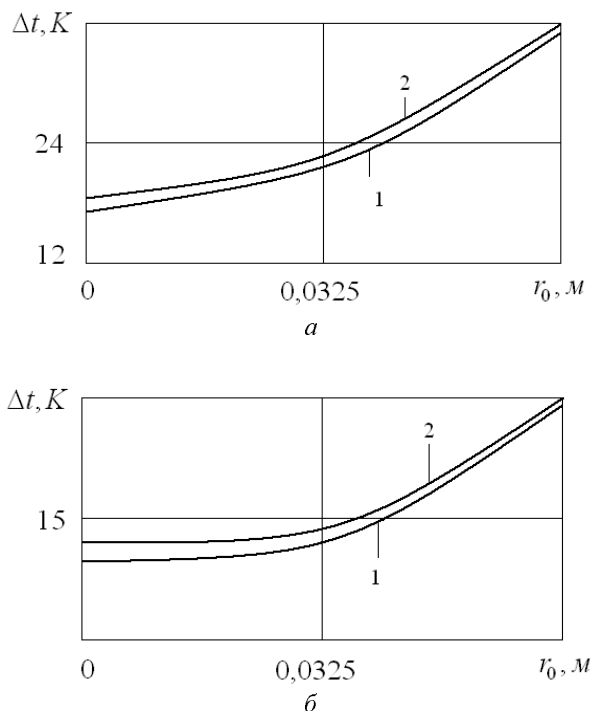


Рис. 2. Розподіл температури у трубі за потужності генератора 600 (а) і 300 кВт (б): 1 – розрахунок по моделі; 2 – розрахунок [7]

**Висновки.** Таким чином, експериментальні та розрахункові значення температур під час мікрохвильового нагрівання зменшуються зі збільшенням радіуса. При цьому внутрішні шари парафінової пробки, з урахуванням її плавлення, теплоізолювані від зовнішнього середовища периферійними шарами, що слабо проводять тепло. Ця обставина пояснює переваги мікрохвильового нагрівання з урахуванням фазового перетворення „тверда речовина – рідина“ перед іншими способами нагрівання.

**Список літератури:**

1. Дегтярев Б.В. Борьба с гидратами при эксплуатации газовых скважин в северных районах / Б.В. Дегтярев, Э.Б. Бухгалтер. – М.: Недра, 1976. – 200 с.  
 2. Макогон Ю.Ф. Газовые гидраты, предупреждение их образования и использования / Ю.Ф. Макогон. – М.: Недра, 1985. – 232 с.

3. Саяхов Ф.Л. Электротепловые методы воздействия на гидратопарафиновые отложения / Ф.Л. Саяхов, Н.Я. Багаутдинов. – М.: Недра, 2003. – 119 с.  
 4. Варгафтик Н.В. Справочник по теплофизическим свойствам газов и жидкостей / Н.В. Варгафтик. – М.: Наука, 1972. – 720 с.  
 5. Яковенко В.О. Моделирование теплообмена в материале под дією енергії надвисоких частот / В.О. Яковенко // П'ята міжнар. наук.-практ. конф. „Математичне та програмне забезпечення інтелектуальних систем (MPZIS-2007)“. – Дніпропетровськ, 2007. – С. 215–216.  
 6. Яковенко В.О. Моделирование процесів переносу в областях з рухомими межами під дією енергії надвисоких частот: [монографія] / В.О. Яковенко. – Дніпропетровськ: Академія митної служби України, 2009. – С. 196.  
 7. Фатыхов М.А. Расчетные исследования разложения газогидрата в скважине при воздействии высокочастотной электромагнитной волны / М.А. Фатыхов, Н.Я. Багаутдинов // Нефтегазовое дело. – 2007. – Т. 5, № 1. – С. 17–32.  
 8. Фатыхов М.А. Особенности нагрева и плавления парафина в коаксиальной трубе высокочастотным электромагнитным излучением / М.А. Фатыхов // ТВТ. – 2002. – Т. 40, № 5. – С. 802–810.

Построена математическая модель плавления парафина под действием энергии микроволнового электромагнитного поля в насосно-компрессорных трубах систем добычи и подготовки нефти и газа. Получены распределения температур в жидкой и твердой фазах материала, средняя по объему температура расплава, а также закон движения границы фазового превращения. Определены преимущества микроволнового нагрева с учетом фазовых превращений перед другими способами нагревания. Проведена численная реализация модели.

**Ключевые слова:** математическая модель, микроволновое плавление, фазовые превращения

The mathematical model of paraffin melting under activity of microwave electromagnetic field energy in pipes of oil and gas extraction and preparation system has been constructed. Temperature distribution in fluid and solid phases of material, average temperature of the volume of the melt and the law of motion of phase transformation limit have been gained. Advantages of microwave heating subject to phase transformations compared to other ways of heating have been defined. Numerical implementation of model has been given.

**Keywords:** mathematical model, microwave fusion, phase transformations

Рекомендовано до публікації д.т.н. Є.В. Кочурою 07.04.10