

А.Н. Коптовец

## ДИНАМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ТОРМОЗА

Розроблено динамічну модель колодково-колесного гальма рухомого складу шахтного рейкового транспорту як трибологічної системи з деформованими ланками та дискретним криволінійним контактом, що дозволяє моделювати динамічні процеси з контактним збудженням коливаль.

Разработана динамическая модель колодочно-колесного тормоза подвижного состава шахтного рельсового транспорта как трибологической системы с деформируемыми звеньями и дискретным криволинейным контактом, что позволяет моделировать динамические процессы с контактными возбуждениями фрикционных колебаний.

It is designed dynamic model of the wheel brake of the rolling stock of the mine rail transport, as mechanical system with friction and with deformed section and discrete curvilinear contact that allows to prototype the dynamic processes with contact excitation of the friction fluctuations.

Анализ конструкторской документации на подвижной состав, результатов испытаний на тормозную эффективность, структурный и динамический анализ показал, что колодочно-колесный тормоз шахт локомотивов является неработоспособным на интенсивных режимах торможения по показателям устойчивости и параметрической надежности и его нельзя использовать как аналог для вагонов.

Это явилось результатом того, что при разработке конструкции не использованы действующие закономерности фрикционного взаимодействия в тормозе. Принята динамическая модель с жесткими звеньями, зависимость силы (коэффициента) трения от скорости движения.

При этом структурно-морфологический анализ [1] показал, что кинематическая цепь тормоза шахтных локомотивов является механизмом с переменной структурой, которая теряет подвижность при включении в работу тормозных механизмов, что приводит к деформации звеньев при изменении реакции колеса. В теории тормозов [2] в частном случае при расчете сил нажатия тормозных колодок учитывают упругую податливость рычажной передачи.

Новые технические решения представляется возможным получить, если рассматривать тела в системе с трением (трибологической системе) [3] не как абсолютно твердые, а как деформируемые. При относительном скольжении контактных поверхностей возникают колебания, природа которых связана с дискретностью реального контакта, а не с силами трения. В свою очередь силы амонтонова трения возбуждают фрикционные автоколебания.

**Целью статьи** является разработка динамической модели для управления силой трения по величине и функции скорости в зависимости от параметров динамических процессов тормоза.

**Обоснование для уточнения физической модели.** Динамическая модель тормоза может быть представлена расчетной схемой, в которой реализован плоский контакт. Такая идеализация справедлива при большом диаметре колес, низких значениях коэффи-

циента трения тормоза, оптимальном соотношении геометрических размеров тормозного механизма и обладает рядом недостатков: не учитывает геометрию тормозного механизма, геометрию профиля контакта, работает только на стационарных режимах движения. Ее можно использовать как элемент в дискретной динамической системе.

Исследования академика Лазаряна показали, что дискретную динамическую систему с числом элементов более восьми с достаточной степенью точности можно заменить на систему с распределенными параметрами. На основании этого примем: рабочую поверхность тормозной колодки, контактирующую с колесом в виде  $n$  дискретных элементов  $B_i$  нулевой массы упруго (либо упруго-пластично) связанных с абсолютно жестким основанием колодки (рис. 1). С другой стороны элементы  $B_i$  опираются на абсолютно жесткое колесо, с которым взаимодействуют с трением.

**Расчетная схема и принятие допущения** Основные допущения, принятые в расчетной схеме:

- колесо абсолютно жесткое, имеет поверхность радиусом  $r$ , эксцентриситет отсутствует;
- основание колодки абсолютно жесткое;
- пограничный упругий слой колодки и колеса представлен в виде дискретных элементов  $B_i$  нулевой массы;
- при нулевом зазоре и отсутствии сил в связи  $C_2$  (кроме силы тяжести колодки) все элементы  $B_i$  контактируют с колесом и отсутствуют составляющие сил во всех остальных связях.

На расчетной схеме представлена подвижная система координат  $x' - y'$  и неподвижная система координат  $x - y$ . Подвижная система координат связана с центром приложения связей  $C_1$  и  $C_2$  и неподвижна относительно тормозной колодки. Неподвижная система координат связана с центром вращения колеса.

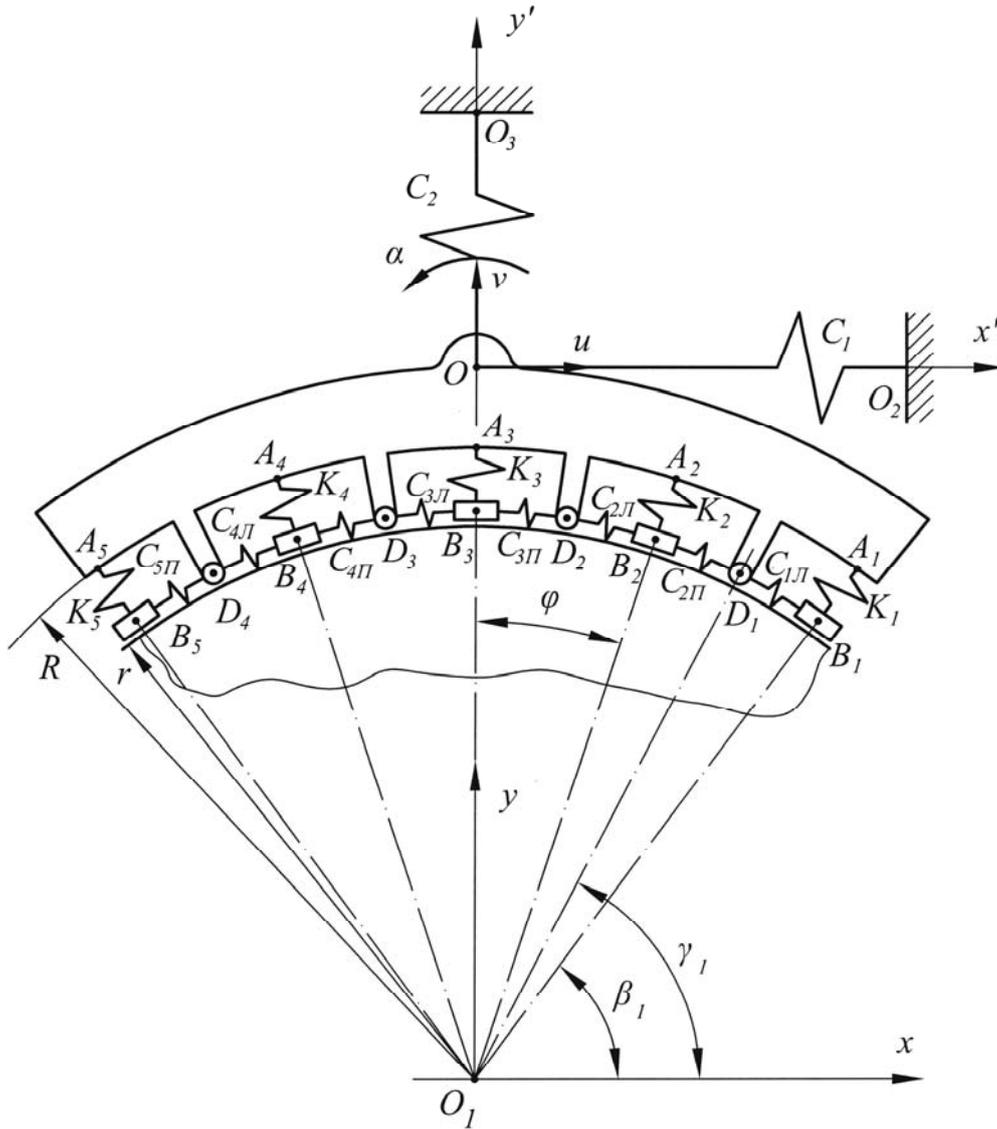


Рис. 1. Расчетная схема тормоза

В системе координат  $x' - y'$  координаты точек тормозной колодки  $A_i$ ,  $i = \overline{1,5}$ ,  $D_j$ ,  $j = \overline{1,4}$  равны (рис. 1):

$$\begin{aligned}
 & A_1(R \sin 2\varphi; -d - R(1 - \cos 2\varphi)); \\
 & A_2(R \sin \varphi; -d - R(1 - \cos \varphi)); \\
 & A_3(0; -d), \quad A_4(-R \sin \varphi; -d - R(1 - \cos \varphi)); \\
 & A_5(-R \sin 2\varphi; -d - R(1 - \cos 2\varphi)); \\
 & D_1(r \sin \frac{3}{2}\varphi; -d - R + r \cos \frac{3}{2}\varphi); \\
 & D_2(r \sin \frac{\varphi}{2}; -d - R + r \cos \frac{\varphi}{2}); \\
 & D_3(-r \sin \frac{\varphi}{2}; -d - R + r \cos \frac{\varphi}{2}); \\
 & D_4(-r \sin \frac{3}{2}\varphi; -d - R + r \cos \frac{3}{2}\varphi); \\
 & O(x_0; y_0); \quad F(0; 0).
 \end{aligned} \quad (1)$$

В состоянии покоя (когда  $Y_0 = 0$  и вращения колеса не происходит) начало координат  $F$  подвижной

системы  $x' - y'$  находится в точке  $F'(0; R + d)$ . В процессе торможения начало координат  $F$  перемещается относительно точки  $F'$  вдоль оси  $x$  на величину  $u$ , вдоль оси  $y$  на величину  $V$ , оси  $x'$  и  $y'$  поворачиваются относительно осей  $x$  и  $y$  на величину  $\alpha$  против часовой стрелки. Тогда выражение для перехода от подвижной системы координат  $x' - y'$  к неподвижной системе  $x - y$  имеет вид:

$$\begin{aligned}
 x &= x' \cdot \cos \alpha - y' \cdot \sin \alpha + u; \\
 y &= x' \cdot \sin \alpha + y' \cdot \cos \alpha + R + d + v.
 \end{aligned} \quad (2)$$

**Теоретическая модель и ее решение.** Выведем уравнения движения тормозной колодки. Для этого воспользуемся уравнением Лагранжа второго рода

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} + \frac{\partial \Pi}{\partial q_i} + \frac{\partial D}{\partial \dot{q}_i} = Q_i. \quad (3)$$

Здесь  $T$ ,  $\Pi$  и  $D$  – соответственно кинетическая, потенциальная и диссипативная энергия системы;  $q_i$  – обобщенные координаты (в нашем случае  $u$ ,  $V$  и

$\alpha$ );  $Q_i$  – обобщенные силы. Координата  $u$  соответствует  $i = 1$ ;  $V - i = 2$  и  $\alpha - i = 3$ . Кинематическая энергия системы равна

$$T = \frac{m\dot{u}^2}{2} + \frac{m\dot{V}^2}{2} + \frac{I\dot{\alpha}^2}{2}, \quad (4)$$

где  $m$  – масса тормозной колодки;  $I = I_0 + ml^2$  – момент инерции колодки относительно точки  $F$ ;  $l^2 = x_0^2 + y_0^2$  – расстояние от центра тяжести колодки до точки  $F$ .

Потенциальная энергия системы состоит из потенциальных энергий связей

$$\Pi = \Pi_{c_1} + \Pi_{c_2} + \sum_{i=1}^5 \Pi_{k_i} + \sum_{i=1}^4 (\Pi_{c_{in}} + \Pi_{c_{(i+1)\Pi}}), \quad (5)$$

а диссипативная составляющая – из диссипативных составляющих энергии связей

$$D = D_{c_1} + D_{c_2} + \sum_{i=1}^5 D_{k_i} + \sum_{i=1}^4 (D_{c_{in}} + D_{c_{(i+1)\Pi}}). \quad (6)$$

Выражения для определения потенциальной энергии связей имеют вид

$$\begin{aligned} \Pi_{c_1} &= C_1 \frac{(u_0 - u)^2}{2}; \quad \Pi_{c_2} = C_2 \frac{(V_0 - V)^2}{2}; \\ \Pi_{k_i} &= k_i \frac{(R - \sqrt{x_{Ai}^2 + y_{Ai}^2})^2}{2}; \quad i = \overline{1,5}; \end{aligned} \quad (7)$$

$$\Pi_{c_{in}} = C_{in} \frac{\left(2r \sin \frac{\varphi}{4} - \sqrt{(x_{Di} - x_{Bi})^2 + (y_{Di} - y_{Bi})^2}\right)^2}{2}; \quad i = \overline{1,4};$$

$$\Pi_{c_{i\Pi}} = C_{i\Pi} \frac{\left(2r \sin \frac{\varphi}{4} - \sqrt{(x_{Bi} - x_{Di-1})^2 + (y_{Bi} - y_{Di-1})^2}\right)^2}{2}, \quad i = \overline{2,5}.$$

Здесь  $u_0, V_0$  – начальное перемещение концов связей  $C_1$  и  $C_2$ , вместо которых можно задать обобщенные силы;  $C_b, k_b, C_{ib}, C_{i\Pi}$  – жесткости соответствующих связей;  $x_j, y_j$  – координаты точек  $B_i$ , для определения которых рассмотрим равновесие элемента  $B_i$  (рис. 2) (кривизной поверхности колеса пренебрегаем).

$$\begin{aligned} -F_{\text{тр}} + C_{in} \cdot r \left( \frac{\varphi}{2} - \gamma_i + \beta_i \right) + C_{i\Pi} r \left( \beta_i - \gamma_{i-1} - \frac{\varphi}{2} \right) &= 0; \\ N_i &= k_i (R - \sqrt{x_{Ai}^2 + y_{Ai}^2}) = 0. \end{aligned} \quad (8)$$

Здесь  $\gamma_i = \arccos \frac{x_{Di}}{r}$ ;  $F_{\text{тр}}$  – сила трения.

$$F_{\text{тр}} = \frac{N_i \omega r}{\delta_0 (\omega r)^2 + \beta_0 \omega r + \lambda_2 N_i V_{\text{л}}}, \quad (9)$$

где  $N_i$  – сила нормального давления;  $\omega$  – угловая скорость колеса;  $V_{\text{л}}$  – скорость движения локомотива;  $\delta_0, \beta_0, \lambda_2$  – характеристики взаимодействия пары трения.

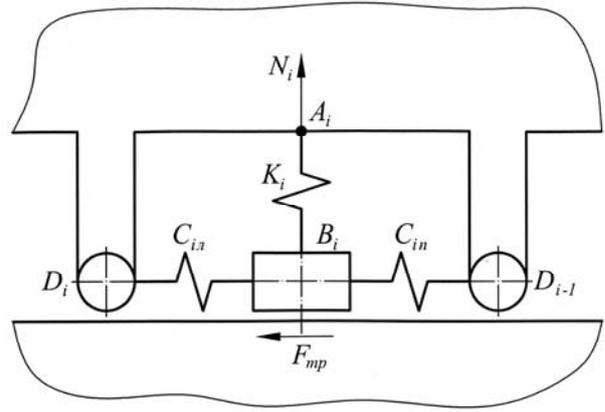


Рис. 2. Расчетная схема равновесия элемента поверхности контакта

Из уравнения (8) с учетом (9) определим

$$\begin{aligned} \beta_i &= \frac{N_i \omega r}{\delta_0 (\omega r)^2 + \beta_0 \omega r + \lambda_2 N_i V_{\text{л}}} + \\ &+ \frac{\frac{\varphi}{2} (C_{i\Pi} - C_{in}) + C_{in} \gamma_i + C_{i\Pi} \gamma_{i-1}}{C_{in} + C_{i\Pi}}, \end{aligned} \quad (10)$$

после чего определяем координаты точки  $B_i$

$$x_{Bi} = r \cos \beta_i; \quad y_{Bi} = r \sin \beta_i.$$

В уравнение (3) подставляем (4-6) и с учетом (7, 9-11) после преобразований получим уравнения движения тормозной колодки

$$\begin{aligned} m\ddot{u} - C_1(u_0 - u) - \sum_{i=1}^5 k_i (R - \sqrt{x_{Ai}^2 + y_{Ai}^2}) \frac{x_{Ai}}{\sqrt{x_{Ai}^2 + y_{Ai}^2}} - \\ - \sum_{i=1}^4 C_{in} \left( 2r \sin \frac{\varphi}{4} - \sqrt{(x_{Di} - x_{Bi})^2 + (y_{Di} - y_{Bi})^2} \right) \times \\ \times \frac{(x_{Di} - x_{Bi}) \left( 1 + r \sin \beta_i \frac{d\beta_i}{du} \right)}{\sqrt{(x_{Di} - x_{Bi})^2 + (y_{Di} - y_{Bi})^2}} + \\ + \sum_{i=1}^5 C_{i\Pi} \left( 2r \sin \frac{\varphi}{4} - \sqrt{(x_{Bi} - x_{Di-1})^2 + (y_{Bi} - y_{Di-1})^2} \right) \times \\ \times \frac{(x_{Bi} - x_{Di-1}) \left( 1 + r \sin \beta_i \frac{d\beta_i}{du} \right)}{\sqrt{(x_{Bi} - x_{Di-1})^2 + (y_{Bi} - y_{Di-1})^2}} = 0; \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} m\ddot{V} - C_2(V_0 - V) - \sum_{i=1}^5 k_i (R - \sqrt{x_{Ai}^2 + y_{Ai}^2}) \frac{y_{Ai}}{\sqrt{x_{Ai}^2 + y_{Ai}^2}} - \\ - \sum_{i=1}^4 C_{in} \left( 2r \sin \frac{\varphi}{4} - \sqrt{(x_{Di} - x_{Bi})^2 + (y_{Di} - y_{Bi})^2} \right) \times \\ \times \frac{(y_{Di} - y_{Bi}) \left( 1 - r \cos \beta_i \frac{d\beta_i}{du} \right)}{\sqrt{(x_{Di} - x_{Bi})^2 + (y_{Di} - y_{Bi})^2}} - \\ - \sum_{i=1}^5 C_{i\Pi} \left( 2r \sin \frac{\varphi}{4} - \sqrt{(x_{Bi} - x_{Di-1})^2 + (y_{Bi} - y_{Di-1})^2} \right) \times \end{aligned}$$

$$\left( y_{Bi} - y_{Di-1} \right) \left( r \cos \beta_i \frac{d\beta_i}{dV} \right) \times \frac{1}{\sqrt{(x_{Di} - x_B)^2 + (y_{Di} - y_{Bi})^2}} = 0. \quad (12)$$

Систему дифференциальных уравнений второго порядка (12) решить аналитически не представляется возможным, поэтому выполним решение ее численным методом Хемминга с применением ЭВМ IBM PC/AT.

**Выводы.** Динамическая модель тормоза позволяет моделировать стационарные и нестационарные режимы трения, задаваясь соответствующим законом изменения угловой скорости колеса. Геометрия профиля контакта может быть задана определенным законом изменения радиуса колеса. Торможение по системе многих единиц может моделироваться уве-

личением количества уравнений в теоретической модели.

#### Список литературы

1. Коптовец А.Н., Денищенко А.В., Таран И.А. Структура тормозной передачи шахтных локомотивов // Уголь Украины. – 1997. – № 4.
2. Казаринов В.М., Иноземцев В.Г., Ясенцев В.Ф. Теоретические основы проектирования и эксплуатации автотормозов. – М.: Транспорт, 1968. – 400 с.
3. Справочник по триботехнике / Под общ. ред. М. Хебды, А.В. Чичинадзе. В 3 т. Т.1. Теоретические основы. – М.: Машиностроение, 1989. – 400 с.

*Рекомендовано до публікації д.т.н. В.І. Самусю 15.01.10*

УДК 531.391+539.4:622.673

© Д.Л. Колосов, 2010

Д.Л. Колосов

## ДОСЛІДЖЕННЯ КІНЦЕВО-ЕЛЕМЕНТНОЇ МОДЕЛІ НАВАНТАЖЕННЯ ПЛОСКОГО ГУМОТРОСОВОГО КАНАТА В ПРИЧІПНОМУ ПРИСТРОЇ

Розглянуто питання, пов'язані з особливостями конструкції причіпних пристроїв, прийнятних для плоских гумотросових тягових органів; досліджено математичну модель напруженого стану гумотросового каната в причіпному пристрої.

Рассмотрены вопросы, связанные с особенностями конструкции прицепных устройств, приемлемых для плоских резиновых тяговых органов; исследована математическая модель напряженного состояния резинового каната в прицепном устройстве.

The article deals with issues, related to the features of the construction of connecting appliances, suitable for flat rubber-lined ropes; a mathematical model of the stress-deformed state of rubber-lined rope in the connecting appliance is investigated.

**Актуальність роботи.** Найбільш істотними технічними параметрами для розрахунку параметрів і конструкцій погумованих канатів для шахтних підіймальних установок є надійність та підвищений термін експлуатації, а також економічний ефект від їх впровадження. Внаслідок цього робота, присвячена встановленню умов взаємодії каната з елементами машини, розробці вимог та методу розрахунку напружено-деформованого стану (НДС) погумованого каната шахтної підіймальної машини на ділянках, де мають місце значні контактні та зсувні напруження циклічного характеру та великі деформації гуми, є актуальною.

**Сучасний стан питання.** Причіпні пристрої забезпечують з'єднання каната, включаючи і головню, із посудиною. Таке функціональне призначення пристрою, його розташування в єдиній системі підвищення вантажу накладає на причіпні пристрої особливі умови по його міцності і надійності. Проведені раніше дослідження [1] присвячені розробці нової математичної моделі і дослідженню напружено-

деформованого стану плоского погумованого каната на барабані шахтної підіймальної машини. Були встановлені закономірності розподілу напружень у канаті при його згині на ведучому шківі тертя шахтної підіймальної машини й у періоди її зупинення (без урахування сил тертя); обґрунтовані конструктивні параметри оболонки канатів. Подальше дослідження напруженого стану каната в причіпних пристроях необхідно для обґрунтування норм експлуатації канатів.

**Мета досліджень** – розробка теорії та методу розрахунку напруженого стану каната в причіпних пристроях вантажних посудин для підвищення термінів експлуатації канатів великої одиничної довжини.

Для досягнення вказаної мети розв'язуються наступні наукові завдання:

1. Обґрунтування методу розрахунку напружено-деформованого стану погумованих підіймальних та тягових канатів на ділянках їх взаємодії з причіпними пристроями посудин для застосування їх як головних на шахтних підіймальних машинах.